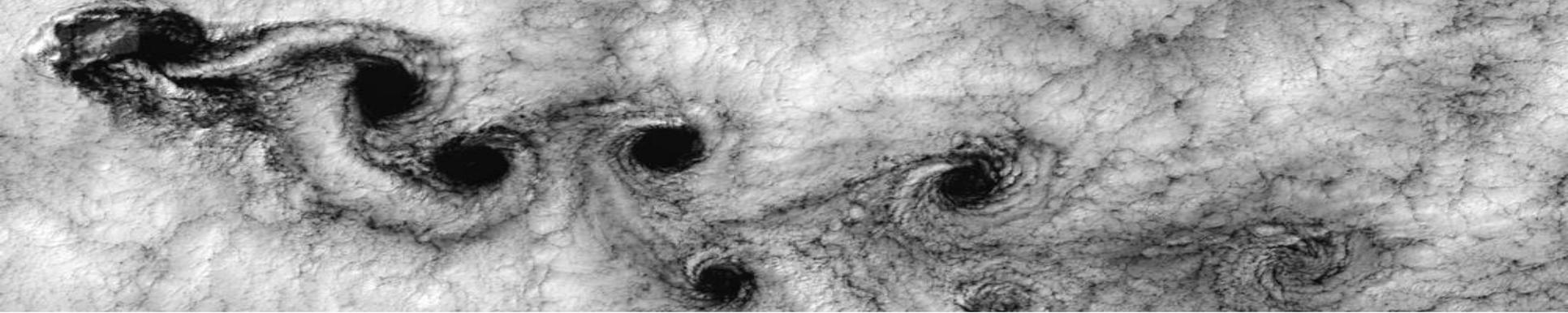


# Mecánica de Fluidos

GIEAI

2016/17

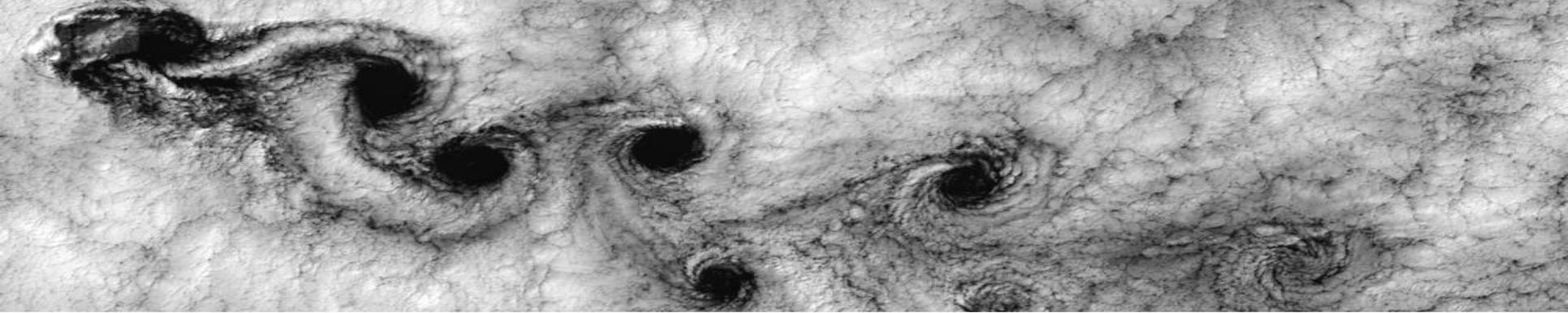


# Mecánica de Fluidos

2º curso – GIEAI – 2016/17

## Resumen

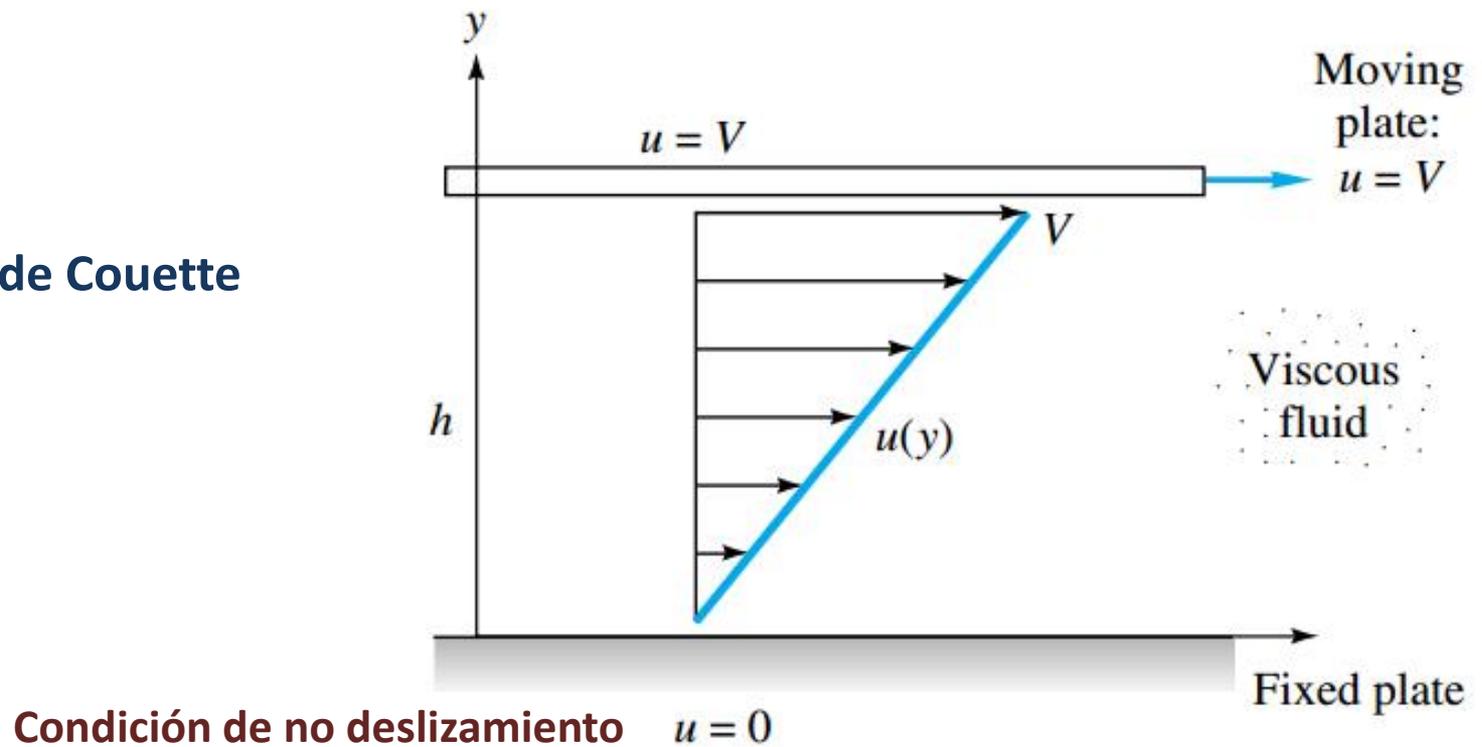
- ✓ Flujo viscoso incompresible interno
  - ✓ *Número de Reynolds – régimen laminar*
  - ✓ *Flujos planos: flujo de Couette*
  - ✓ *Flujo en conductos de sección circular: Flujo de Hagen-Poiseuille*
  - ✓ *Pérdida de carga por fricción*
    - ✓ *Coeficiente de fricción de Darcy en régimen laminar*
    - ✓ *Coeficiente de fricción en **régimen turbulento**:*
      - ✓ ***Fórmula de Colebrook y Diagrama de Moody***

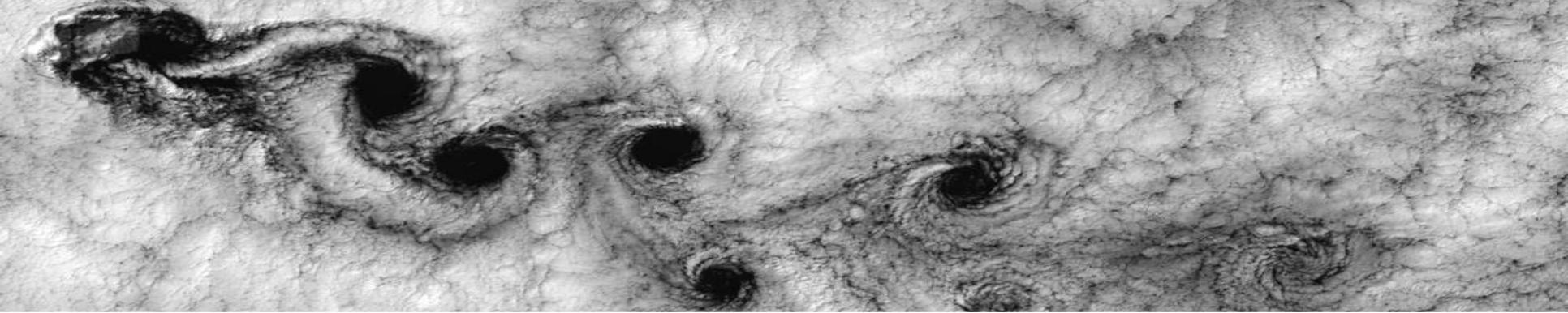


# Mecánica de Fluidos

2º curso – GIEAI – 2016/17

## Flujo de Couette





# Mecánica de Fluidos

2º curso – GIEAI – 2016/17

## Aceptamos que:

- ✓ **El flujo es estacionario**

*No hay dependencia del tiempo*

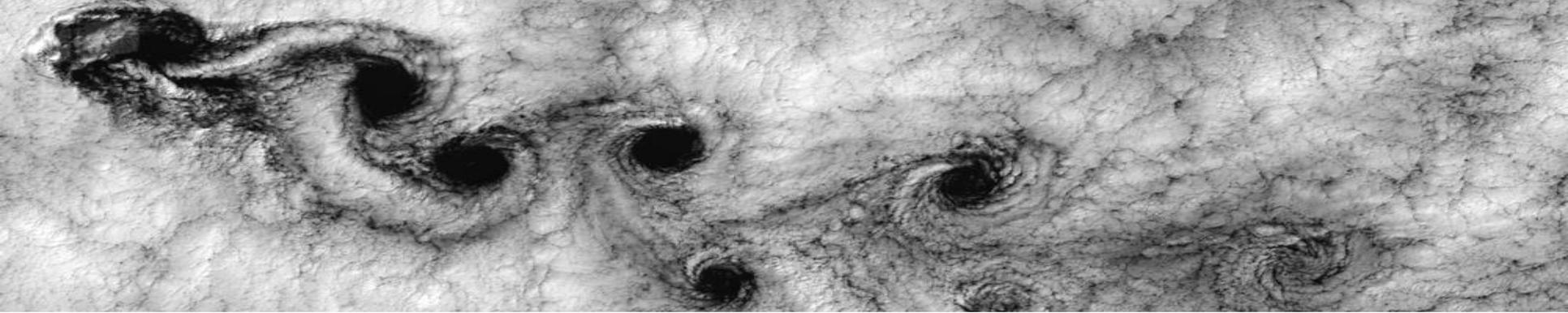
- ✓ **El flujo está completamente desarrollado**

*La velocidad no cambia en la dirección de la corriente*

- ✓ **La viscosidad prevalece sobre los términos inerciales**

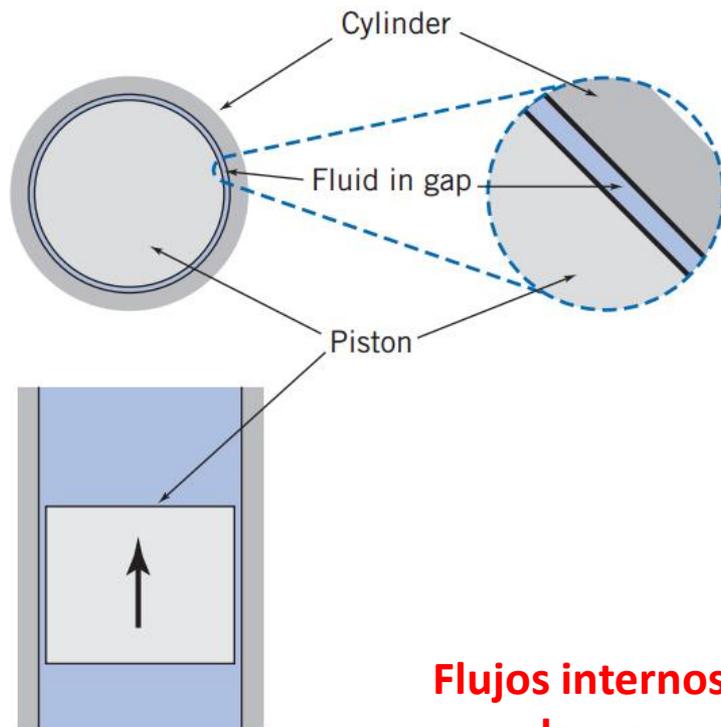
*Régimen laminar – número de Reynolds relativamente bajo*

$$\text{Re} = \frac{\rho \bar{u} D}{\mu} = \frac{\bar{u} D}{\nu}$$

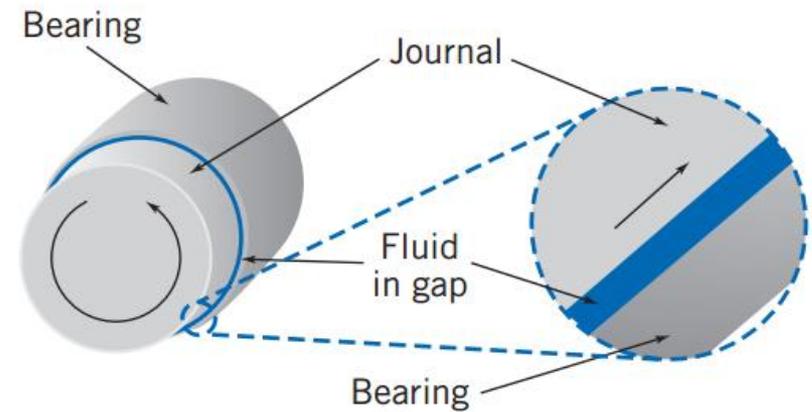


# Mecánica de Fluidos

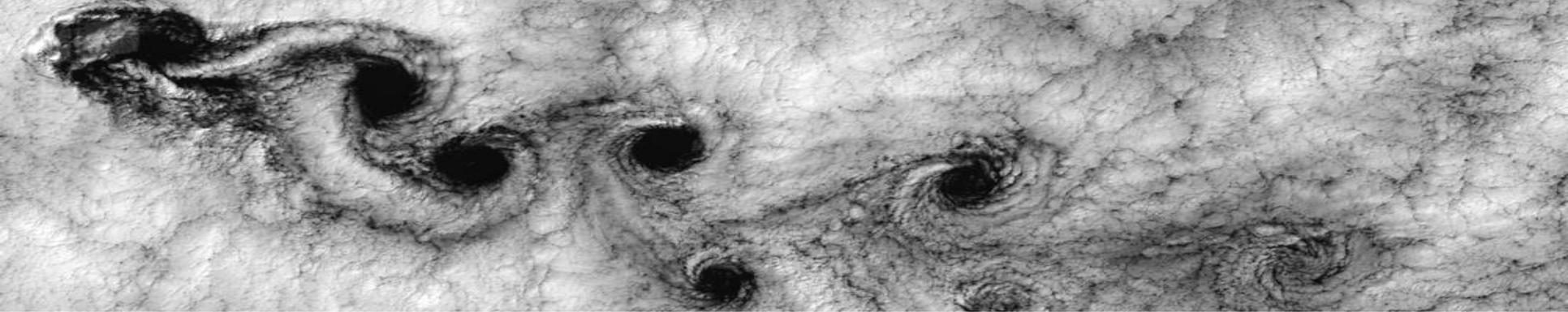
2º curso – GIEAI – 2016/17



**Flujos internos**  
**planos**

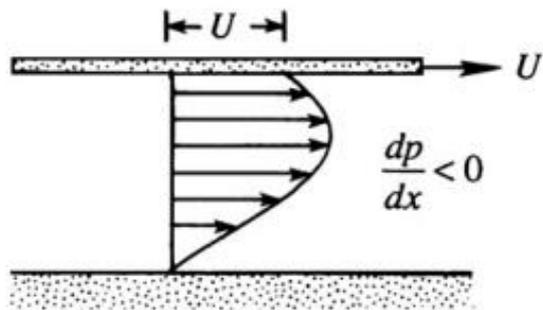


*Hipótesis aplicable en capas de fluido de espesor mucho menor que su radio de curvatura.*

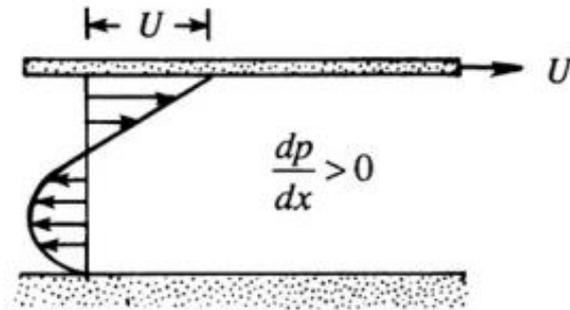


# Mecánica de Fluidos

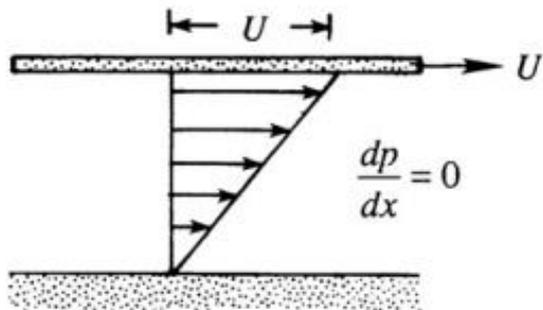
2º curso – GIEAI – 2016/17



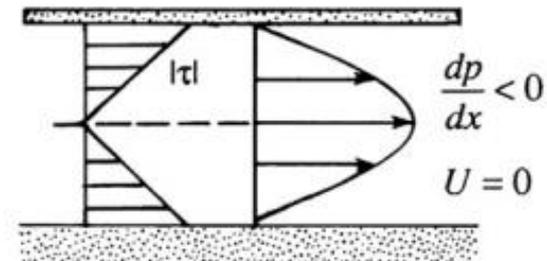
(a)



(b)

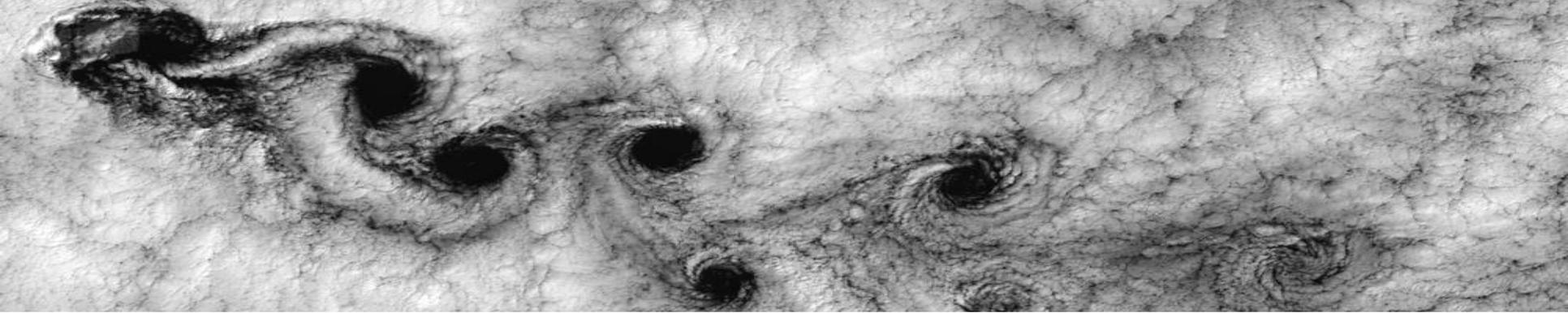


(c) Plane Couette flow



(d) Plane Poiseuille flow

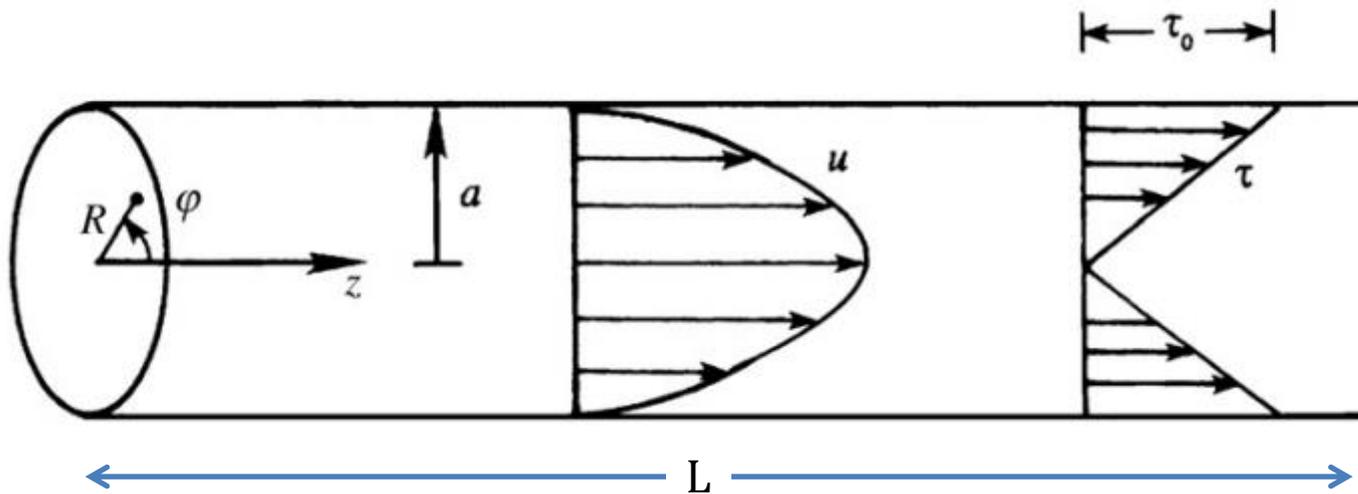
**Flujos internos  
planos**



# Mecánica de Fluidos

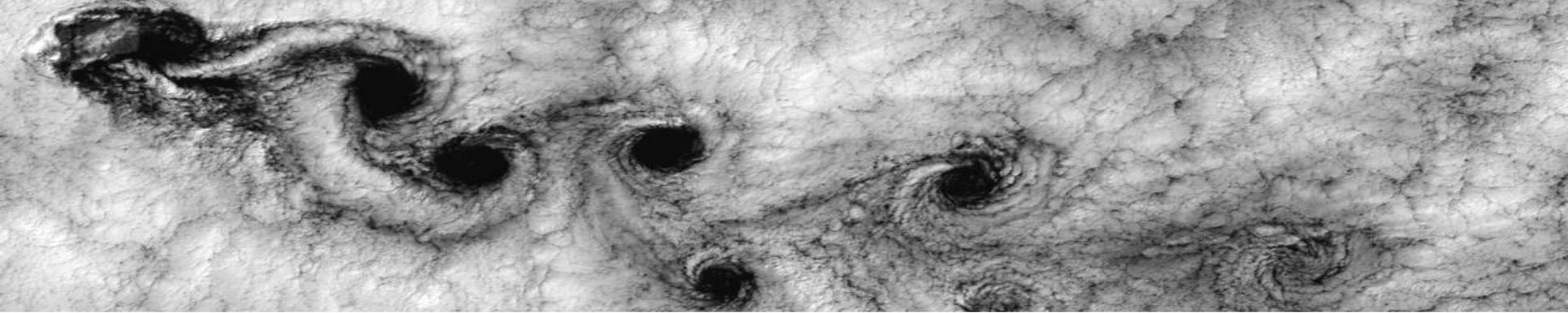
2º curso – GIEAI – 2016/17

## Flujos internos en conductos de sección circular – Flujo de Hagen - Poiseuille



*Ley de Poiseuille*

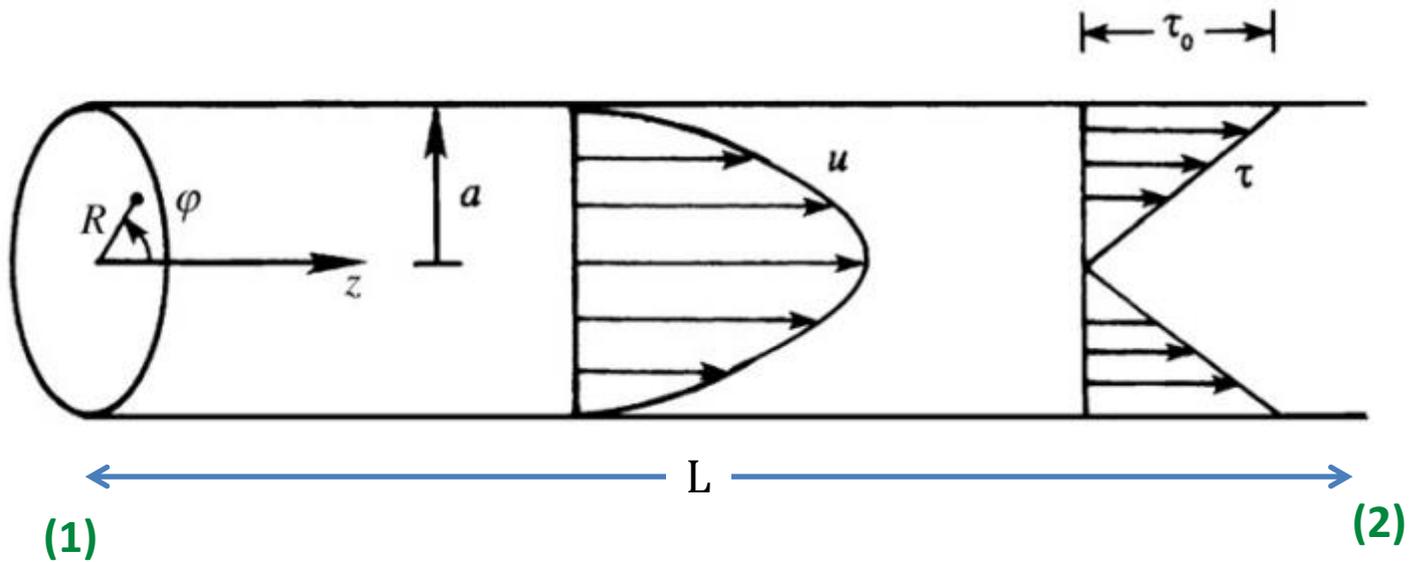
$$Q_v = \frac{\pi \Delta p}{8 \mu L} a^4$$



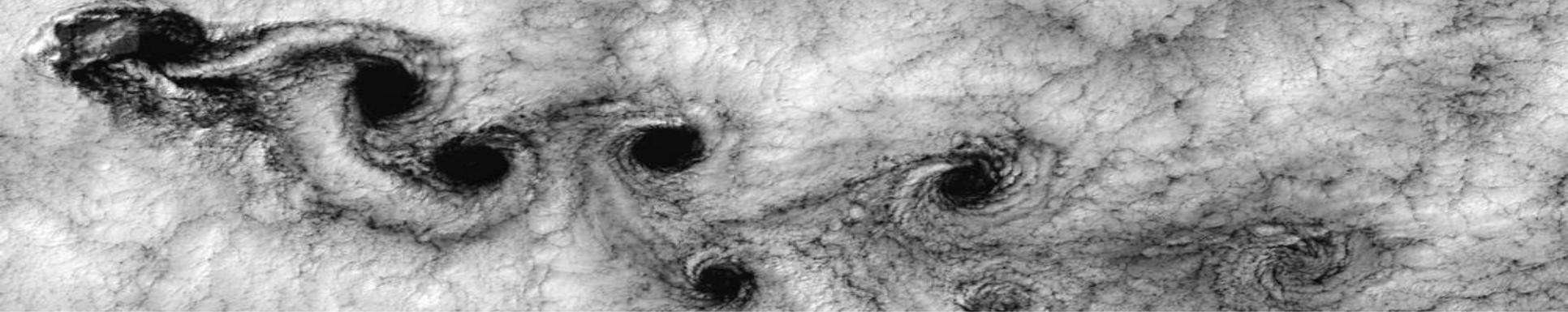
# Mecánica de Fluidos

2º curso – GIEAI – 2016/17

## Flujos internos en conductos de sección circular – Flujo de Hagen - Poiseuille



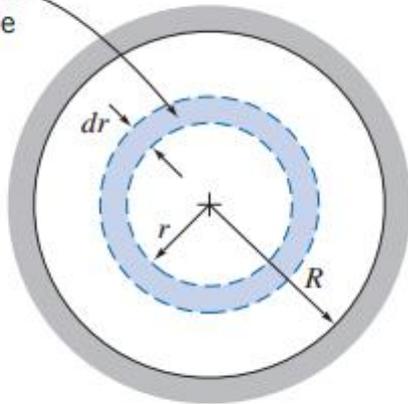
$$\Delta p = p_1 - p_2$$



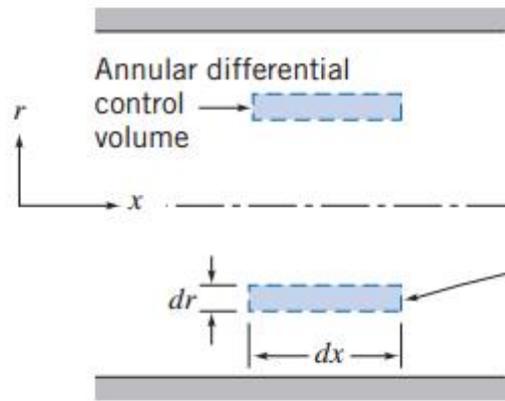
# Mecánica de Fluidos

2º curso – GIEAI – 2016/17

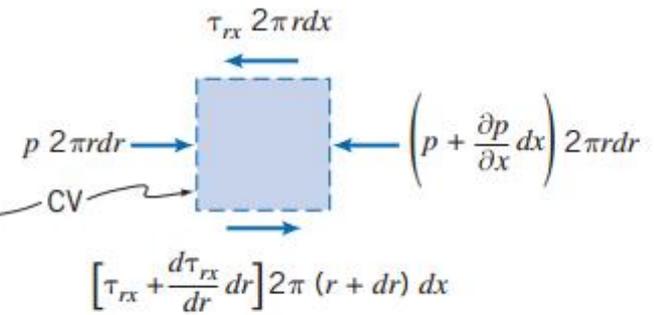
Annular differential control volume



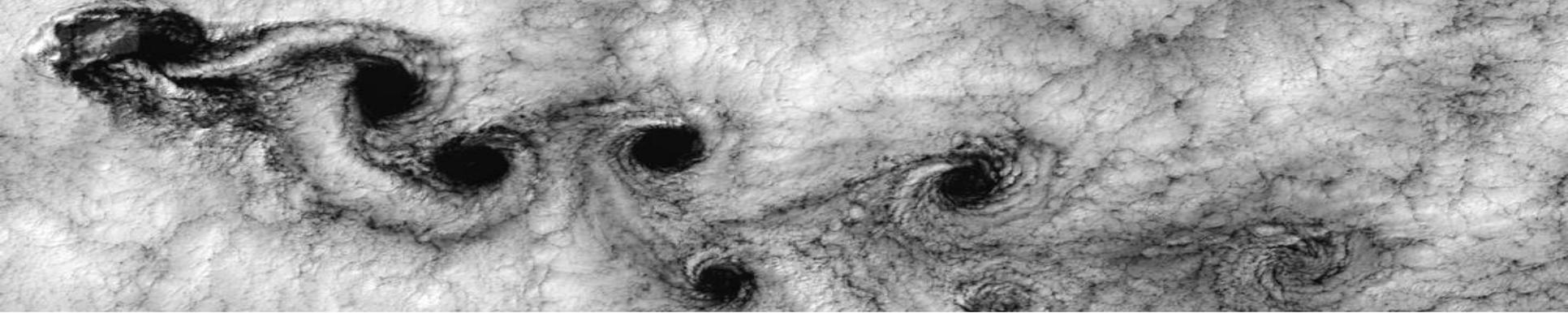
(a) End view of CV



(b) Side view of CV



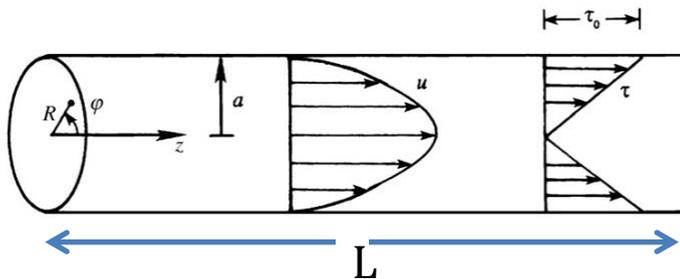
(c) Forces on CV



# Mecánica de Fluidos

2º curso – GIEAI – 2016/17

## Flujos internos en conductos de sección circular – Flujo de Hagen - Poiseuille



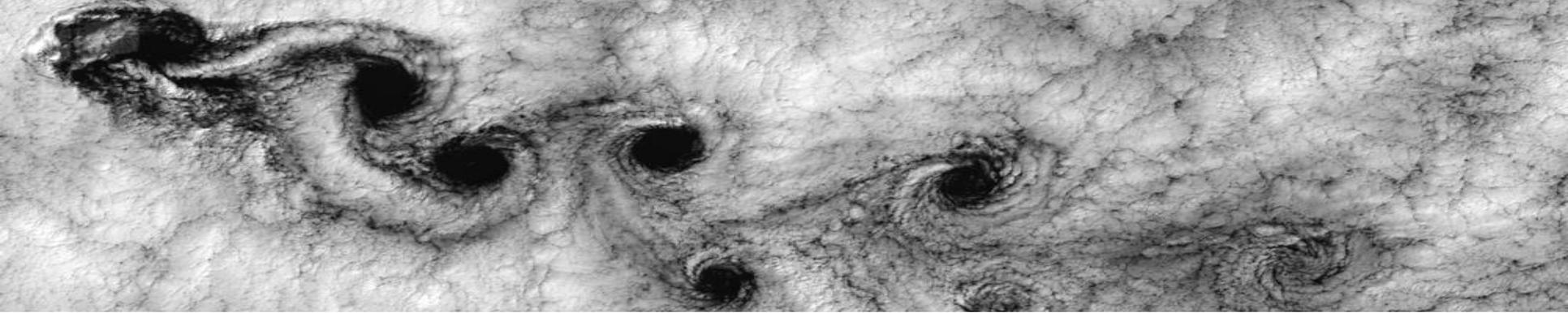
$$u(r) = \frac{\Delta p}{4\mu L} (a^2 - r^2)$$

*Perfil parabólico de velocidades*

Velocidad máxima en el eje  $\longrightarrow u_{m\acute{a}x} = u(r = 0) = \frac{\Delta p}{4\mu L} a^2$

Velocidad media  $\longrightarrow u_{media} = \bar{u} = \frac{Q}{\pi a^2} = \frac{u_{m\acute{a}x}}{2}$

Esfuerzo cortante sobre la pared  $\longrightarrow \tau_p = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=a} = -\frac{\Delta p}{2L} a = -\frac{\Delta p}{4L} D$  **diámetro**



# Mecánica de Fluidos

2º curso – GIEAI – 2016/17

**De nuevo aceptamos que:**

- ✓ **El flujo es estacionario**

*No hay dependencia del tiempo*

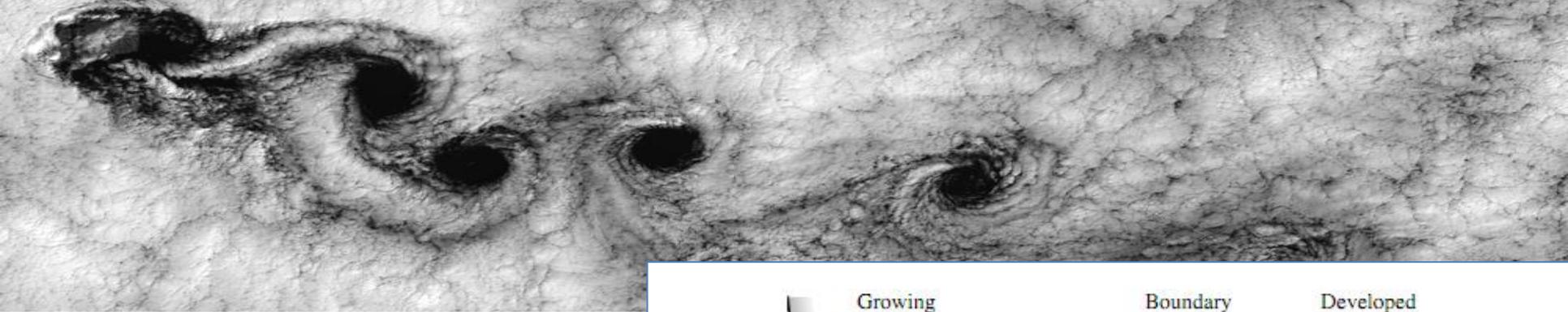
- ✓ **El flujo está completamente desarrollado**

*La velocidad no cambia en la dirección de la corriente*

- ✓ **La viscosidad prevalece sobre los términos inerciales**

*Régimen laminar – número de Reynolds relativamente bajo*

$$\text{Re} = \frac{\rho \bar{u} D}{\mu} = \frac{\bar{u} D}{\nu}$$



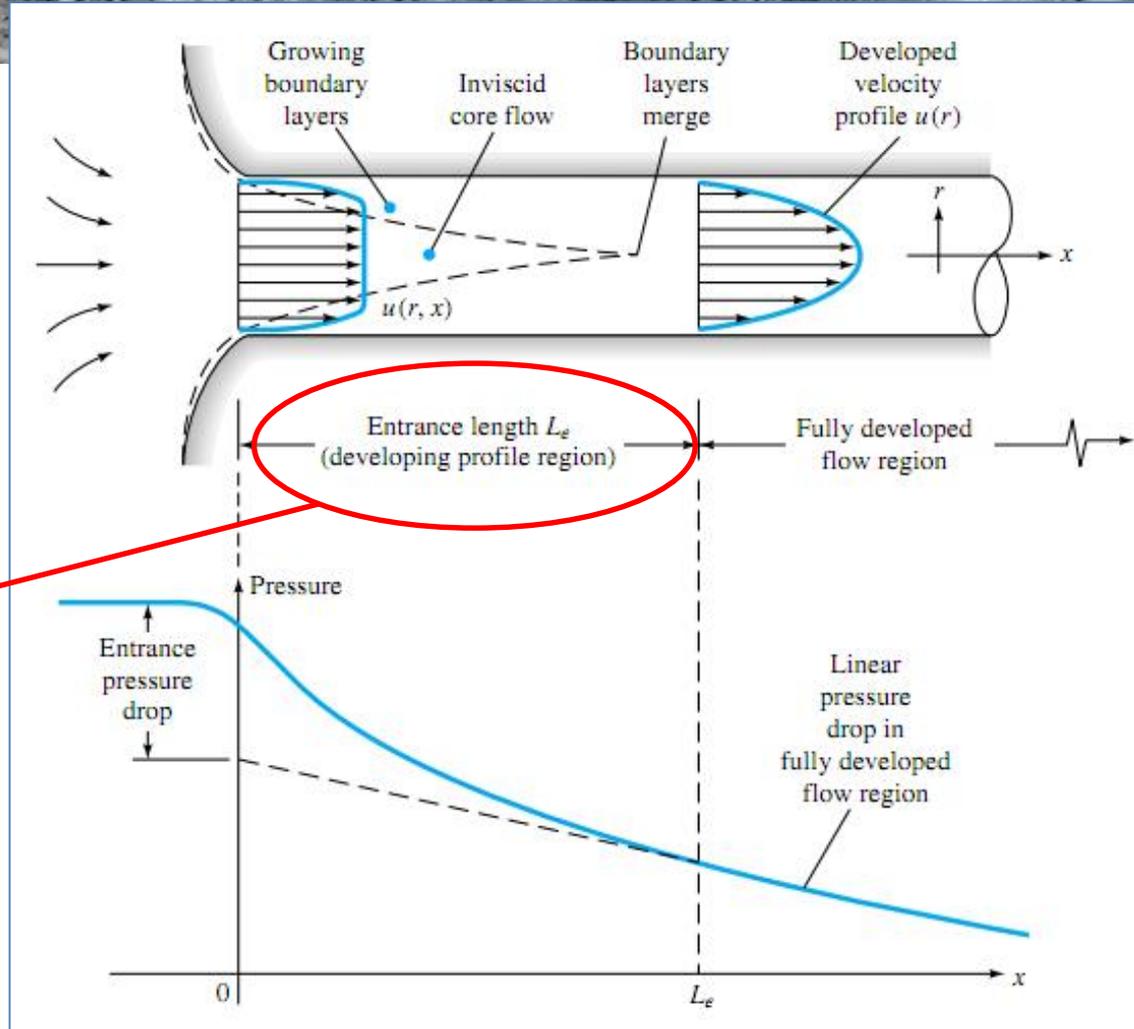
# Mecánica de Fluidos

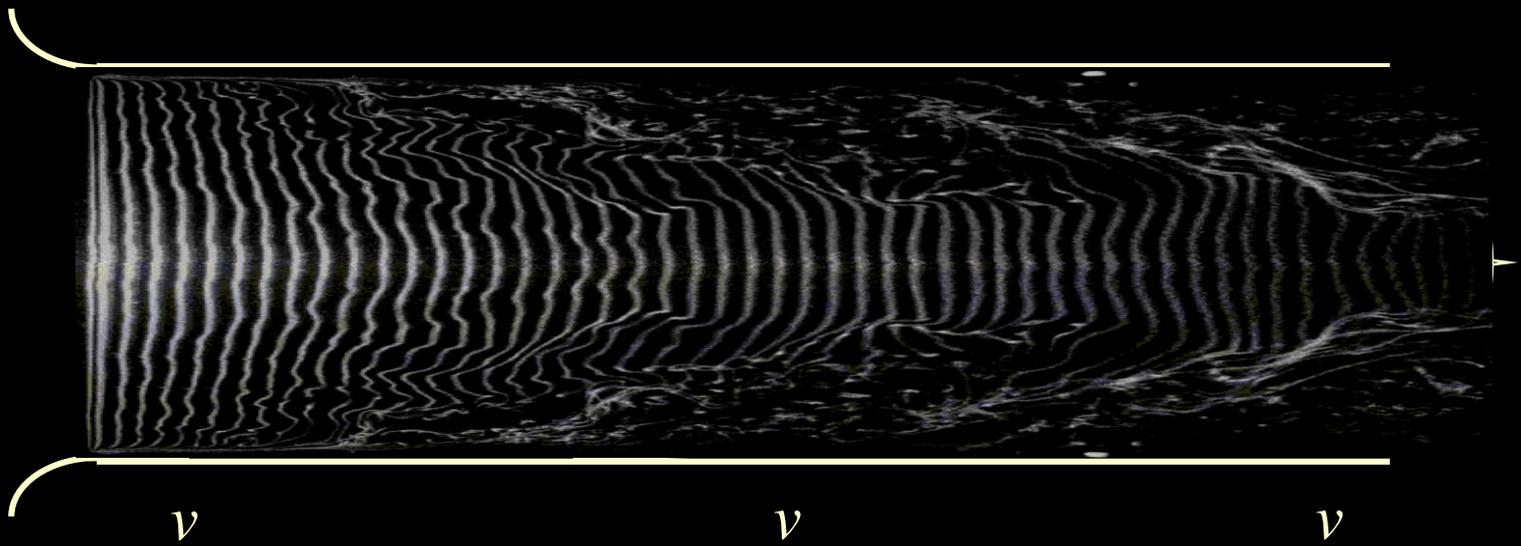
✓ El flujo está completamente desarrollado

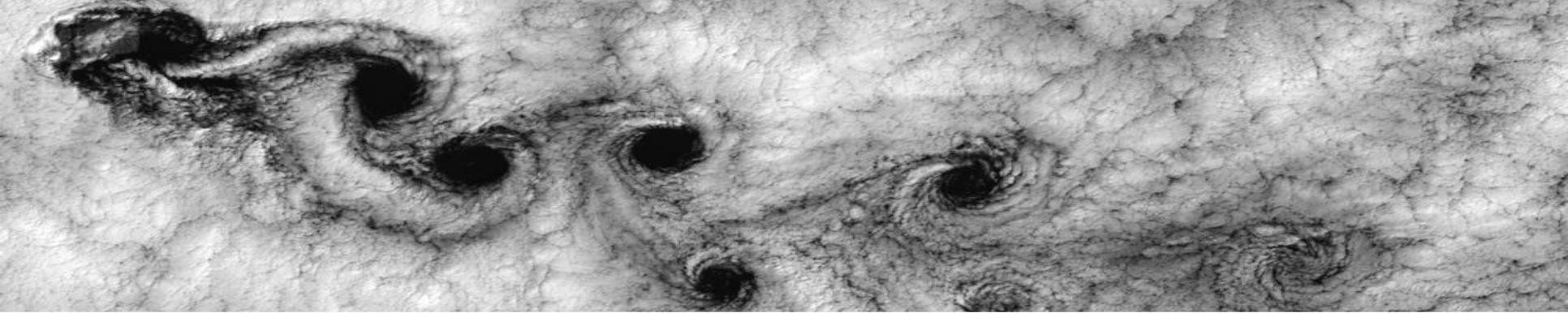
*La velocidad no cambia en la dirección de la corriente*

*A la entrada en un conducto, hay una región de transición hasta que se establece el flujo de Poiseuille*

$$\frac{L_e}{D} \approx 0.06 Re$$



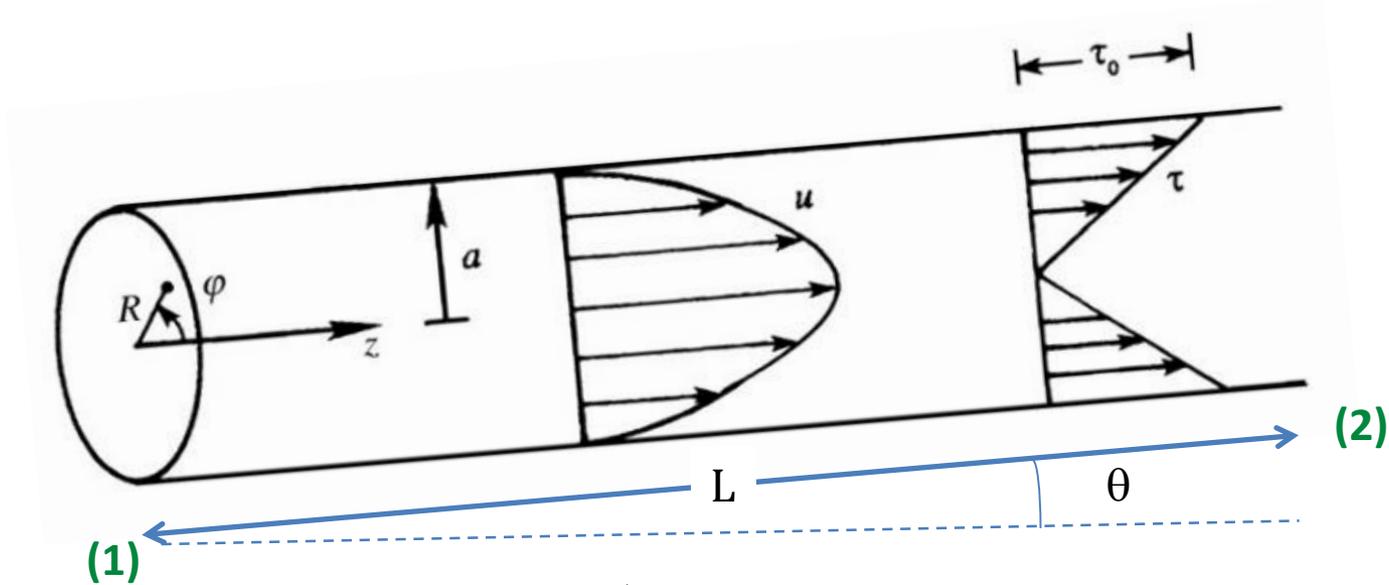




# Mecánica de Fluidos

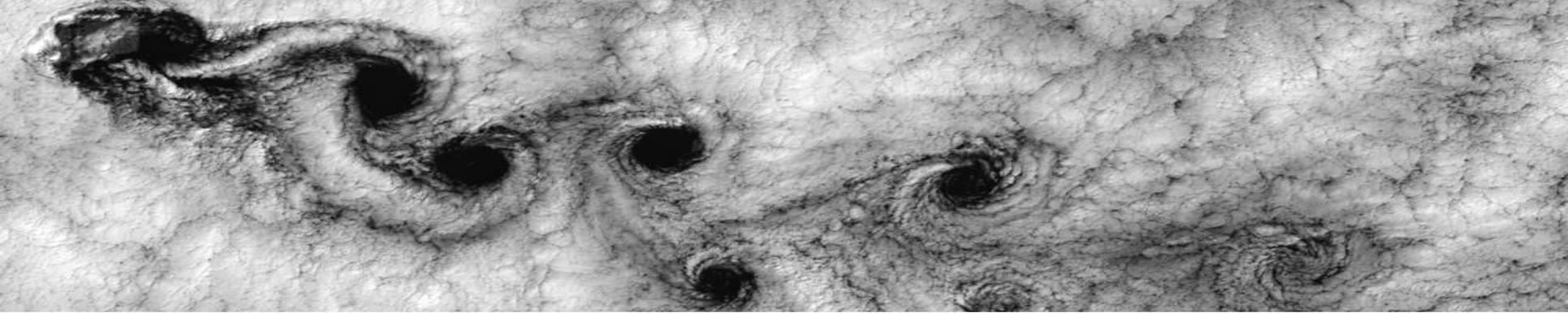
2º curso – GIEAI – 2016/17

## Flujos internos en conductos de sección circular – Flujo de Hagen - Poiseuille



$$\Delta p = p_1 - p_2$$

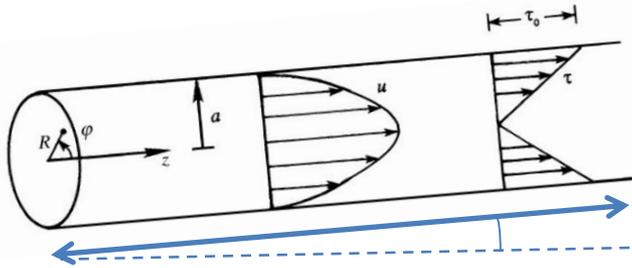
$$\Delta z = z_1 - z_2 = L \sin \theta$$



# Mecánica de Fluidos

2º curso – GIEAI – 2016/17

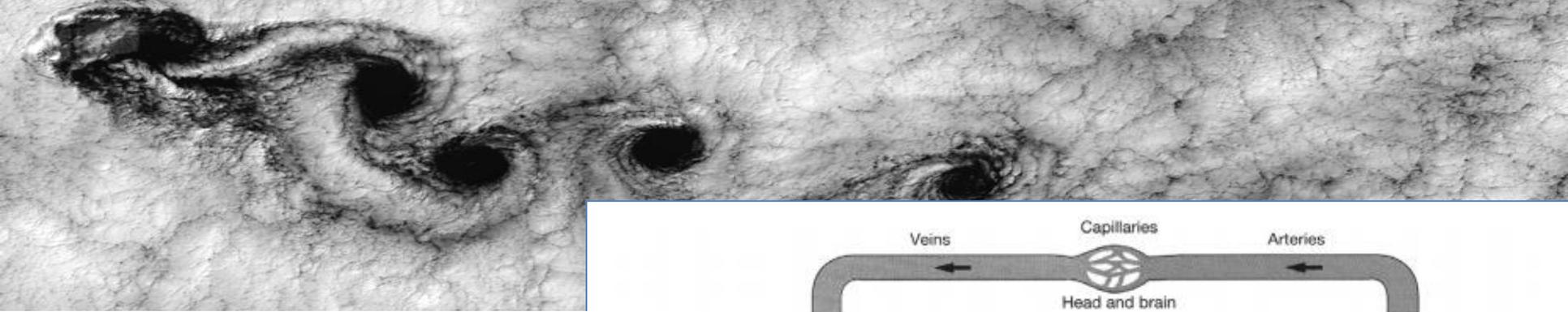
## Flujos internos en conductos de sección circular – Flujo de Hagen - Poiseuille



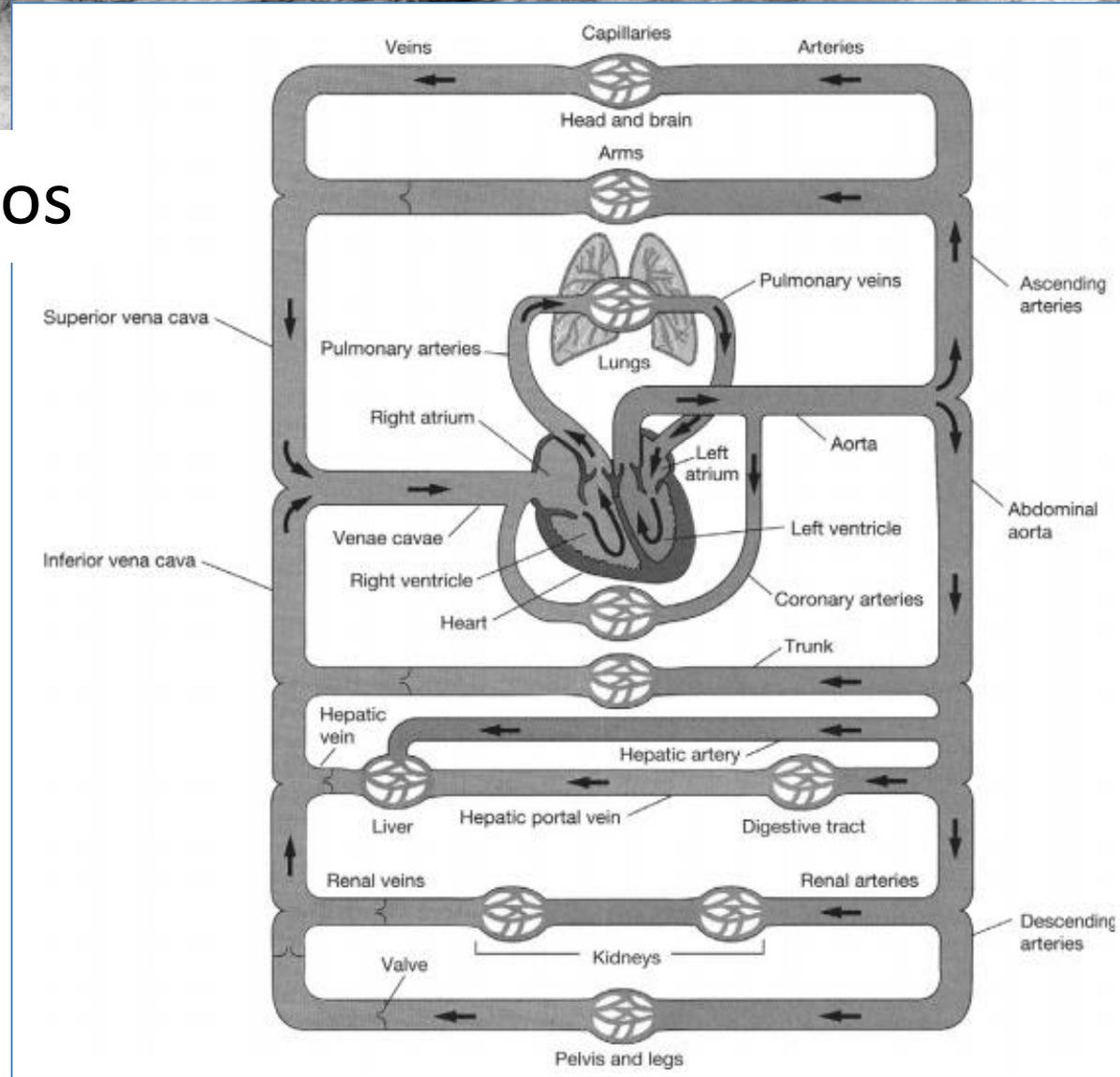
$$u(r) = \frac{\Delta p + \rho g \Delta z}{4\mu L} (a^2 - r^2)$$

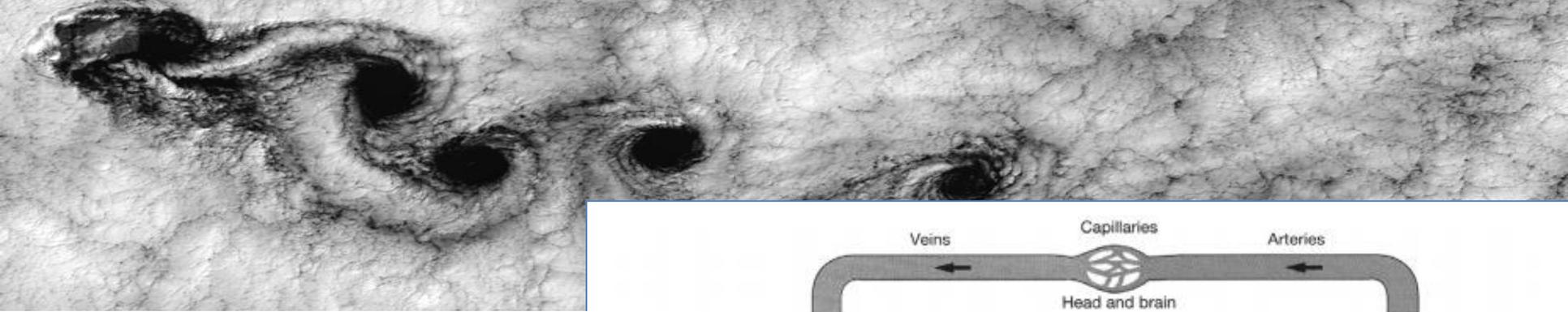
$$Q_v = \int u(r) dA = \frac{\pi(\Delta p + \rho g \Delta z)}{8\mu L} a^4 = \frac{\pi(\Delta p + \rho g \Delta z)}{128\mu L} D^4$$

$$\Delta p + \rho g \Delta z = \frac{128\mu L}{\pi D^4} Q_v = \frac{32\mu L}{D^2} \bar{u}$$

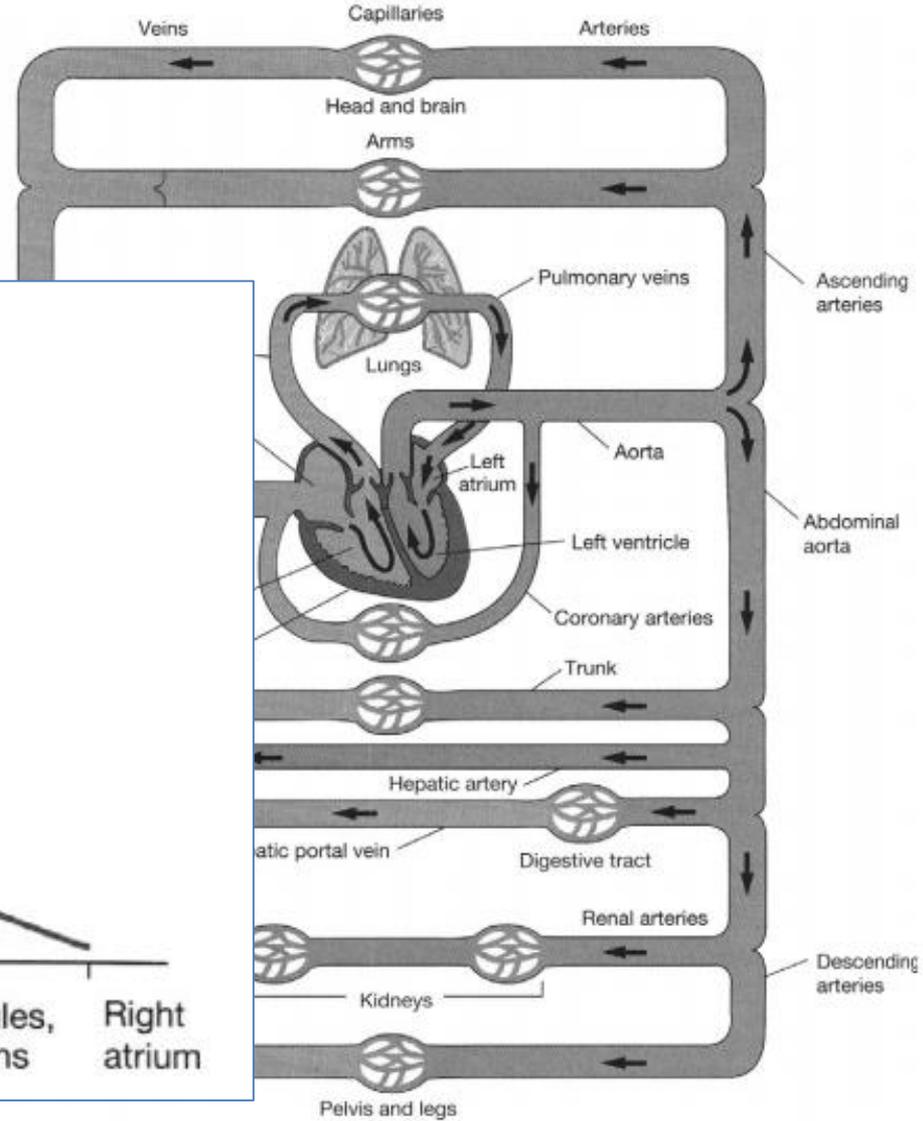
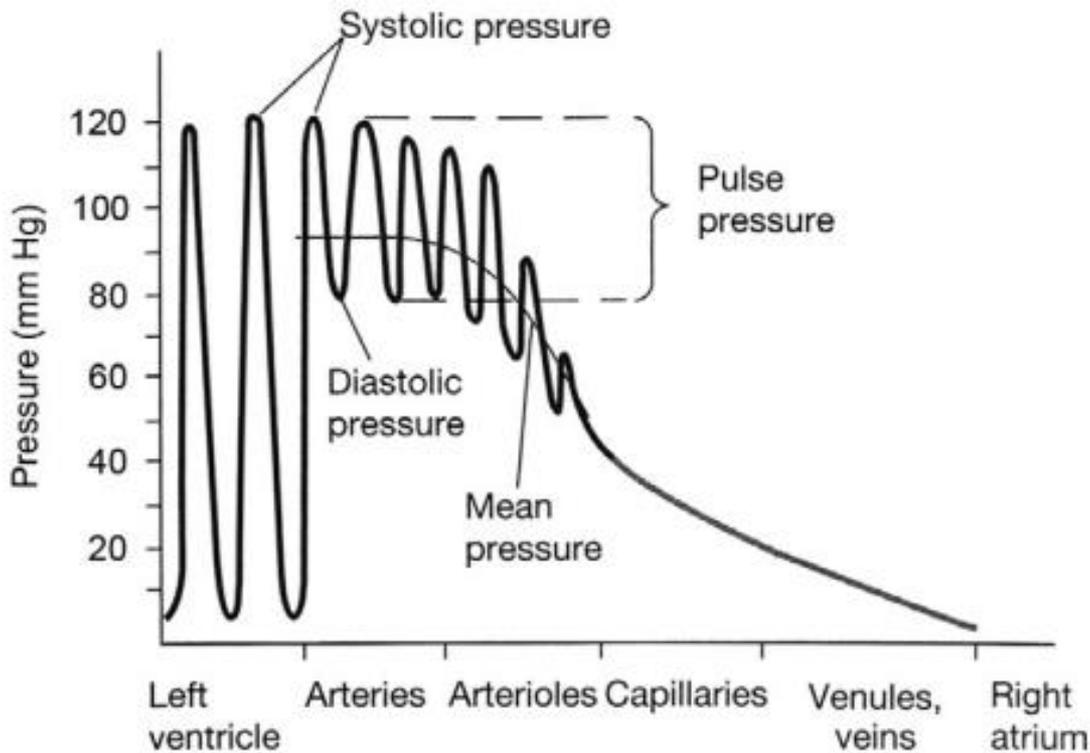


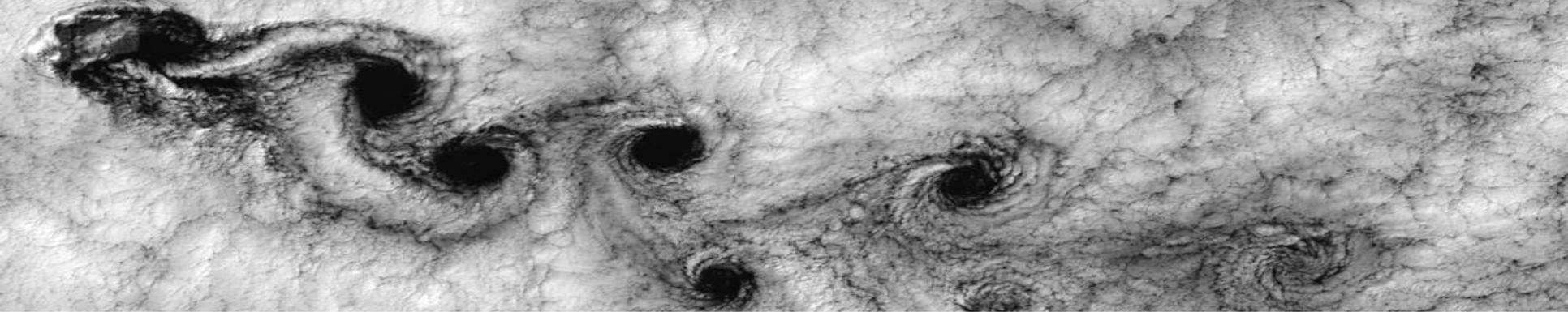
# Mecánica de Fluidos





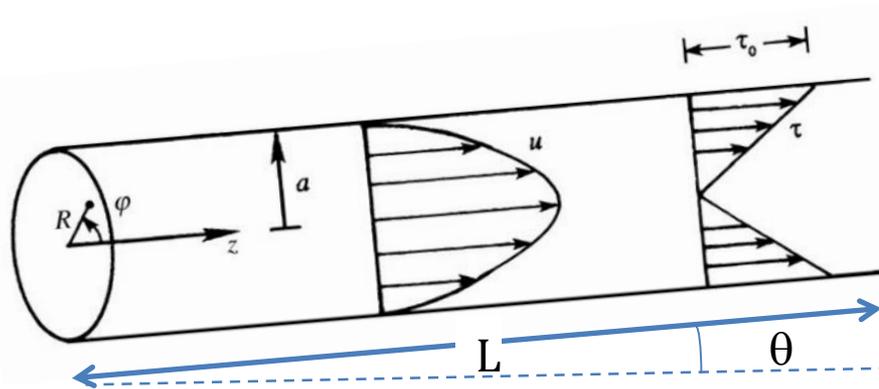
# Mecánica de Fluidos





# Mecánica de Fluidos

2º curso – GIEAI – 2016/17



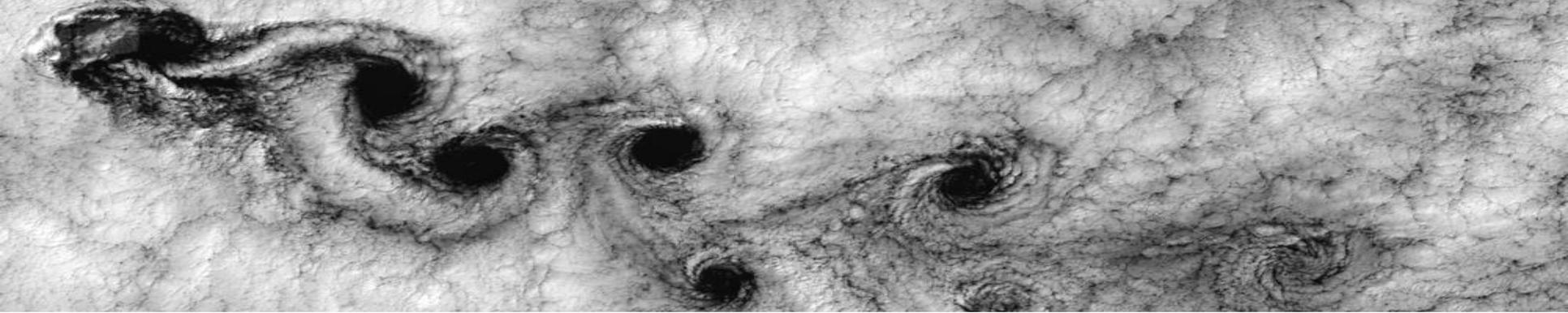
$$\Delta p + \rho g \Delta z = (p_1 + \rho g z_1) - (p_2 + \rho g z_2)$$

$$\Delta p + \rho g \Delta z = (p_1 + \rho g z_1 + \alpha_1 \frac{1}{2} \rho \bar{u}_1^2) - (p_2 + \rho g z_2 + \alpha_2 \frac{1}{2} \rho \bar{u}_2^2) \neq 0$$

*Se cancelan mutuamente*

**Pérdidas**

*Factor de corrección de la energía cinética*



# Mecánica de Fluidos

2º curso – GIEAI – 2016/17

$$(p_1 + \rho g z_1 + \alpha_1 \frac{1}{2} \rho \bar{u}_1^2) - (p_2 + \rho g z_2 + \alpha_2 \frac{1}{2} \rho \bar{u}_2^2) = \frac{32\mu L}{D^2} \bar{u}$$

$$\underbrace{\left( \frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \alpha_1 \frac{\bar{u}_1^2}{2g} \right) - \left( \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \alpha_2 \frac{\bar{u}_2^2}{2g} \right)}_{\text{Pérdida de carga por fricción } h_f} = \frac{32\mu L}{\rho g D^2} \bar{u}$$

**Pérdida de carga por fricción**  $h_f$

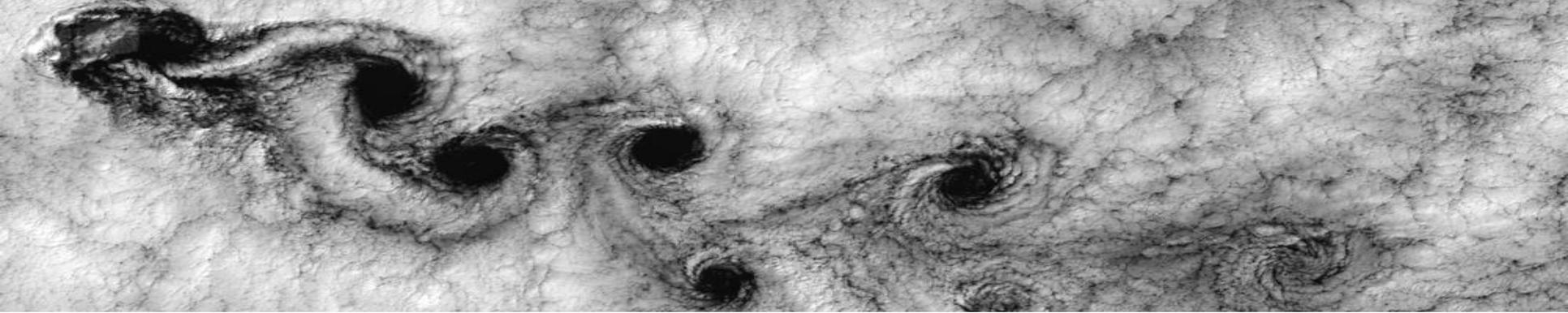
$$\rho g h_f \text{ (J/m}^3\text{)}$$

**Disipación de energía por unidad de volumen en el flujo**

$$\rho g h_f Q_v \text{ (W)}$$

**Potencia disipada**

(y que debe aportarse para mantener el caudal entre los puntos 1 y 2)



# Mecánica de Fluidos

2º curso – GIEAI – 2016/17

**Coeficiente de fricción de Darcy**

$$h_f = \frac{L}{D} f \frac{\bar{u}^2}{2g}$$

(definición)

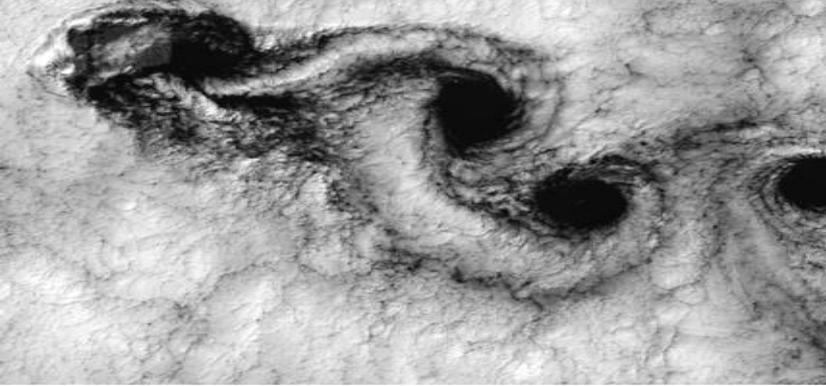
Comparando con

$$h_f = \frac{32\mu L}{\rho g D^2} \bar{u} = \frac{L}{D} \frac{64\mu}{\rho \bar{u} D} \frac{\bar{u}^2}{2g} = \frac{L}{D} \frac{64}{\text{Re}} \frac{\bar{u}^2}{2g}$$

Obtenemos

$$f = \frac{64}{\text{Re}}$$

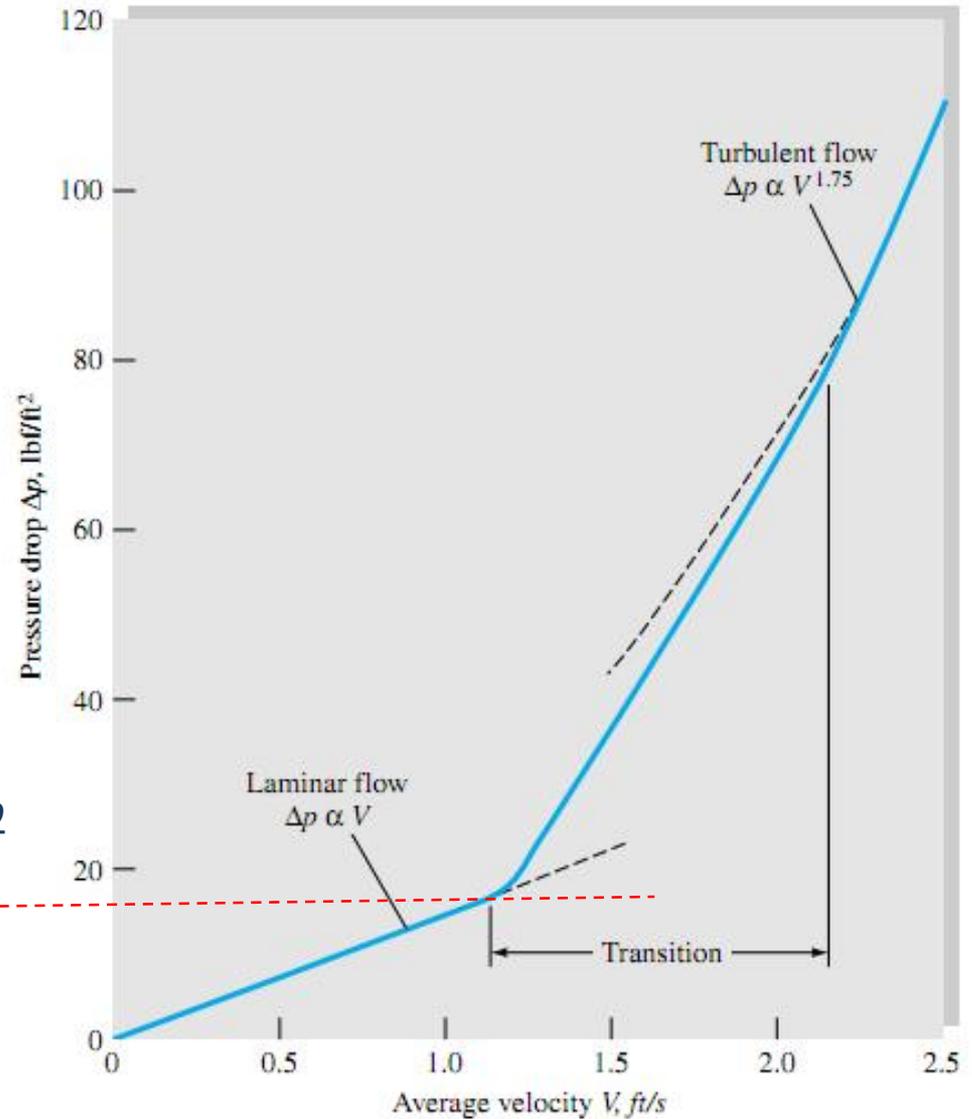
**Coeficiente de fricción  
en régimen laminar**

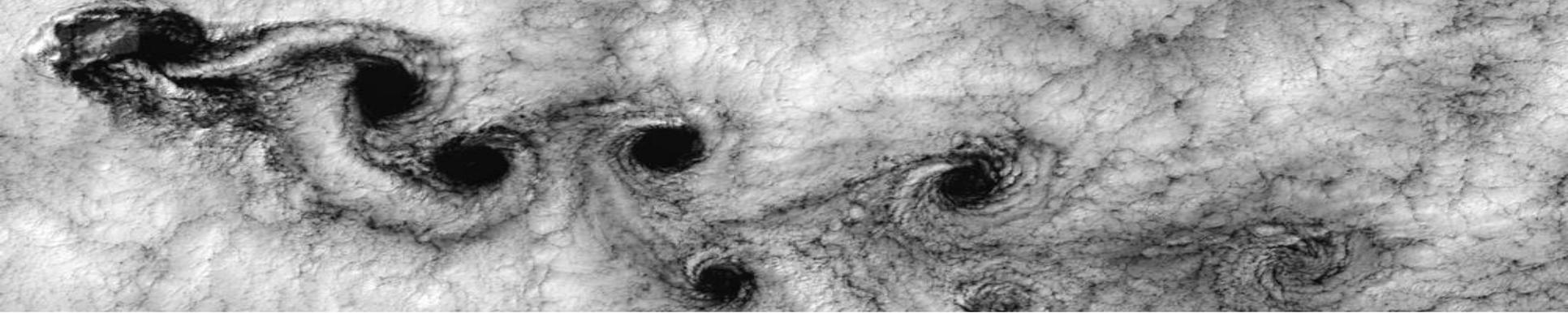


# Mecánica de Fluidos

*Cambio de comportamiento  
al incrementarse  $Re$  – transición a  
régimen turbulento*

$$Re_{\text{crítico}} \approx 2300$$





# Mecánica de Fluidos

2º curso – GIEAI – 2016/17

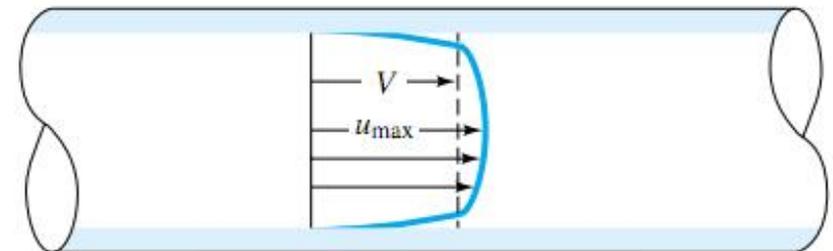
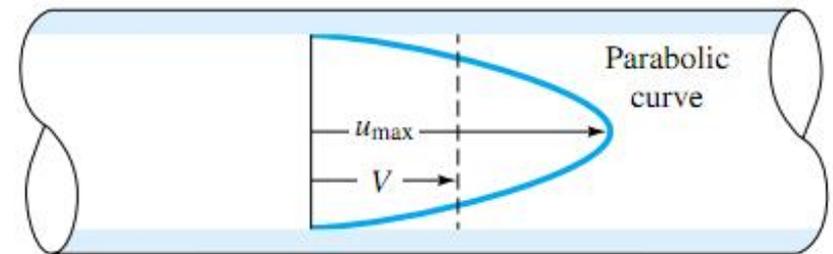
## Régimen turbulento

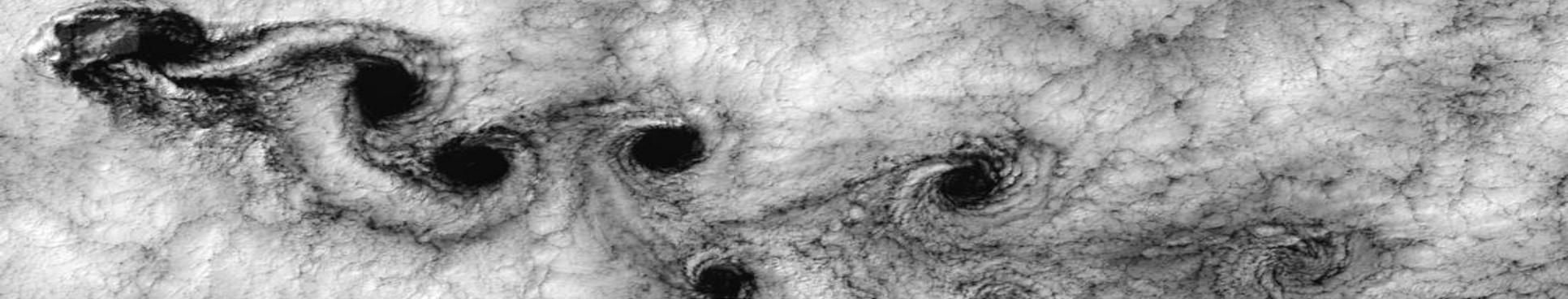
✓ Intensas fluctuaciones aleatorias en la velocidad

✓ Uniformización del perfil en la parte central del conducto

✓ Entra en juego un nuevo factor:  
**la rugosidad**

**$\epsilon$  (m)** elevación media de las protuberancias  
de la superficie del conducto  
Característica del material





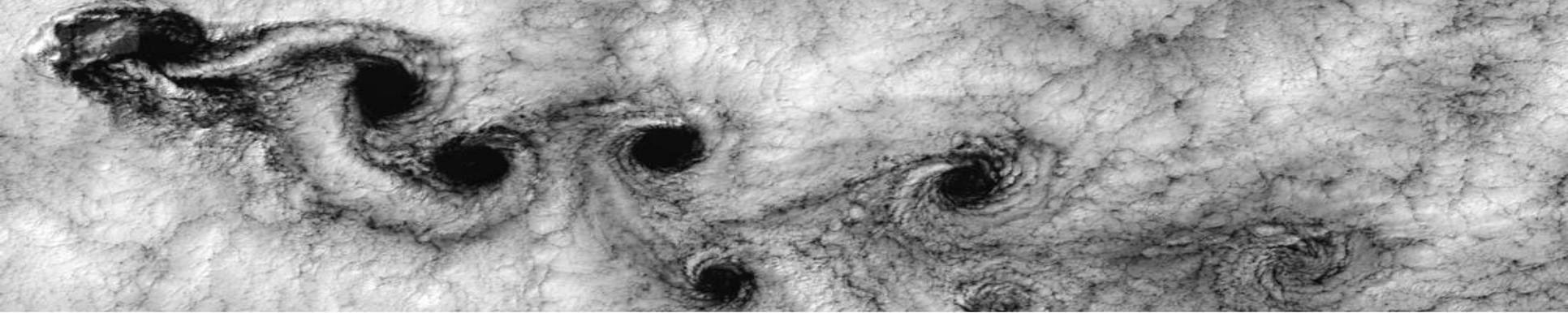
## Roughness for Pipes of Common Engineering Materials

Pipe	Roughness, $e$	
	Feet	Millimeters
Riveted steel	0.003–0.03	0.9–9
Concrete	0.001–0.01	0.3–3
Wood stave	0.0006–0.003	0.2–0.9
Cast iron	0.00085	0.26
Galvanized iron	0.0005	0.15
Asphalted cast iron	0.0004	0.12
Commercial steel or wrought iron	0.00015	0.046
Drawn tubing	0.000005	0.0015

**la rugosidad**

**$\epsilon$  (m) elevación media de las protuberancias  
de la superficie del conducto**

**Característica del material**



# Mecánica de Fluidos

2º curso – GIEAI – 2016/17

## Coeficiente de fricción en régimen turbulento

$$h_f = \frac{L}{D} f \frac{\bar{u}^2}{2g}$$

Mantenemos la definición de Darcy

Y la pérdida de carga sigue siendo:

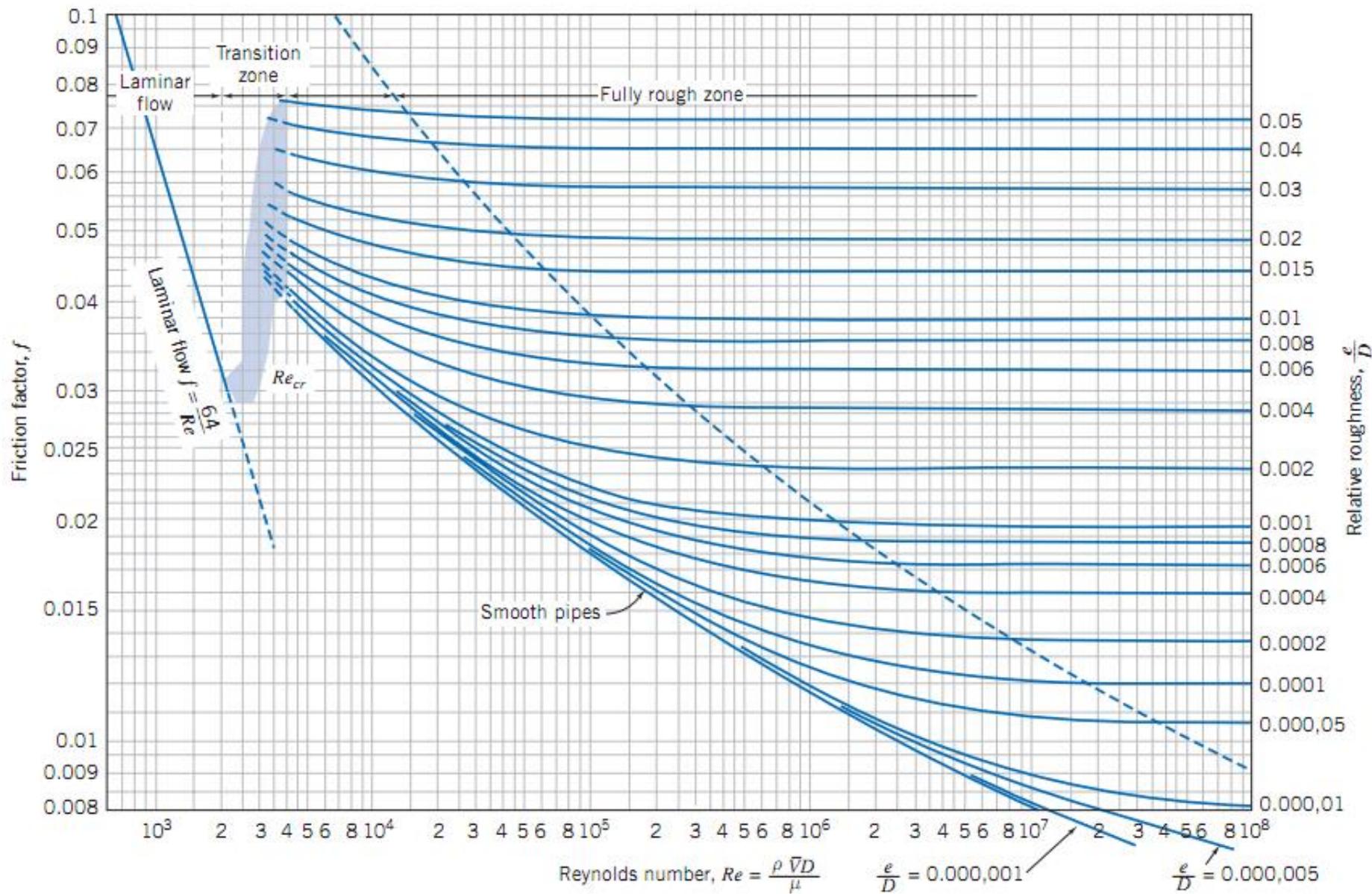
$$h_f = \left( \frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \alpha_1 \frac{\bar{u}_1^2}{2g} \right) - \left( \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \alpha_2 \frac{\bar{u}_2^2}{2g} \right)$$

No disponemos ahora de una solución analítica como en el caso laminar.

Debemos recurrir a elementos empíricos, como el **Diagrama de Moody**

o la **fórmula de Colebrook**

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[ \frac{\varepsilon/D}{3.715} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right]$$



**Diagrama de Moody**