Física Médica

Grupo 1B

Temas X y XI: Radiactividad

Dpto. de Radiología (Física Médica)
Facultad de Medicina

Transcciones nucleares

Causa | Núcleo original | Núcleo final

1. **Desex. gamma:** Exceso de energía

$$ {}^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}X+\gamma $$

1. **Emisión alfa:** Demasiado grande

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y+\alpha $$

2. **Emisión beta:** Exceso de n

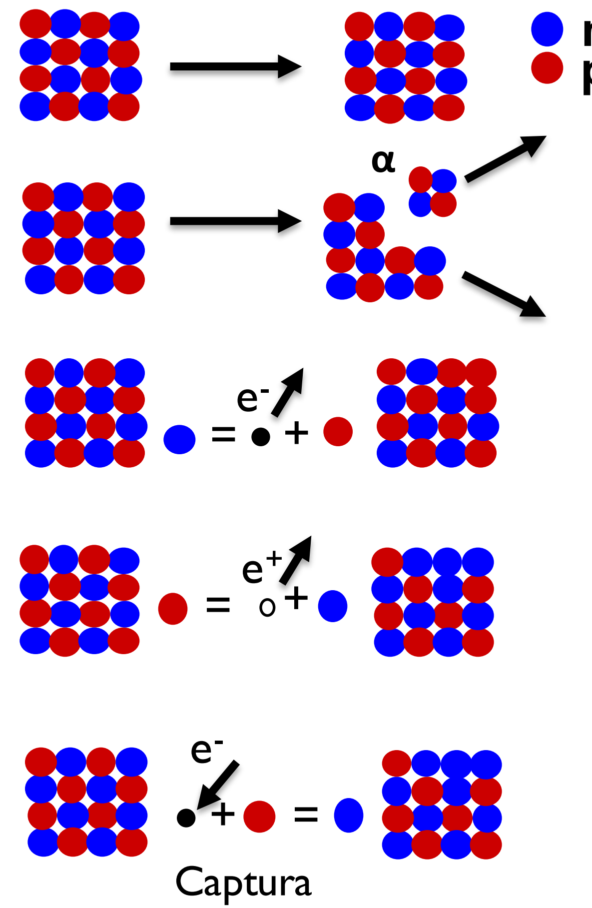
$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y+ e^{-} + \overline{\nu} $$

3. **Emisión de positrones:** Exceso de p

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y+ e^{+} + \nu $$

4. **Captura electrónica:** Exceso de p

$$ {}^{A}_{Z}X + e^{-} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \nu $$



Energías de desintegración

- **Alfa:** $E_d = M(X(A, Z)) - M(Y(A\text{-}4, Z\text{-}2)) - M(He(4, 2))c^2$
- **Beta negativa:** $E_d = M(X(A, Z)) - M(Y(A, Z+1)))c^2$
- **Beta positiva:** $E_d = M(X(A, Z)) - M(Y(A, Z\text{-}1)) - 2M(e(0, -1))c^2$
- **Captura electrónica:** $E_d = M(X(A, Z)) - M(Y(A, Z\text{-}1)))c^2$

Las masas son masas atómicas

Constante de desintegración

- Cte. de desintegración radiactiva:

$$\lambda = -\frac{1}{N}\frac{dN}{dt}$$

- La **constante de desintegración radiactiva, λ**, de un radionucleido: *probabilidad en promedio de que un núcleo se desintegre en la unidad de tiempo*. (Se mide en s^{-1})
- Se calcula como **la fracción de los núcleos presentes en una muestra que se desintegra en la unidad de tiempo**.
- Es característica para cada nucleido.
- Si un radionucleido se desintegra por diferentes vías (por ejemplo, β positiva y captura electrónica) la constante de desintegración da cuenta de la probabilidad total de desintegración en la unidad de tiempo por cualquiera de las vías posibles.

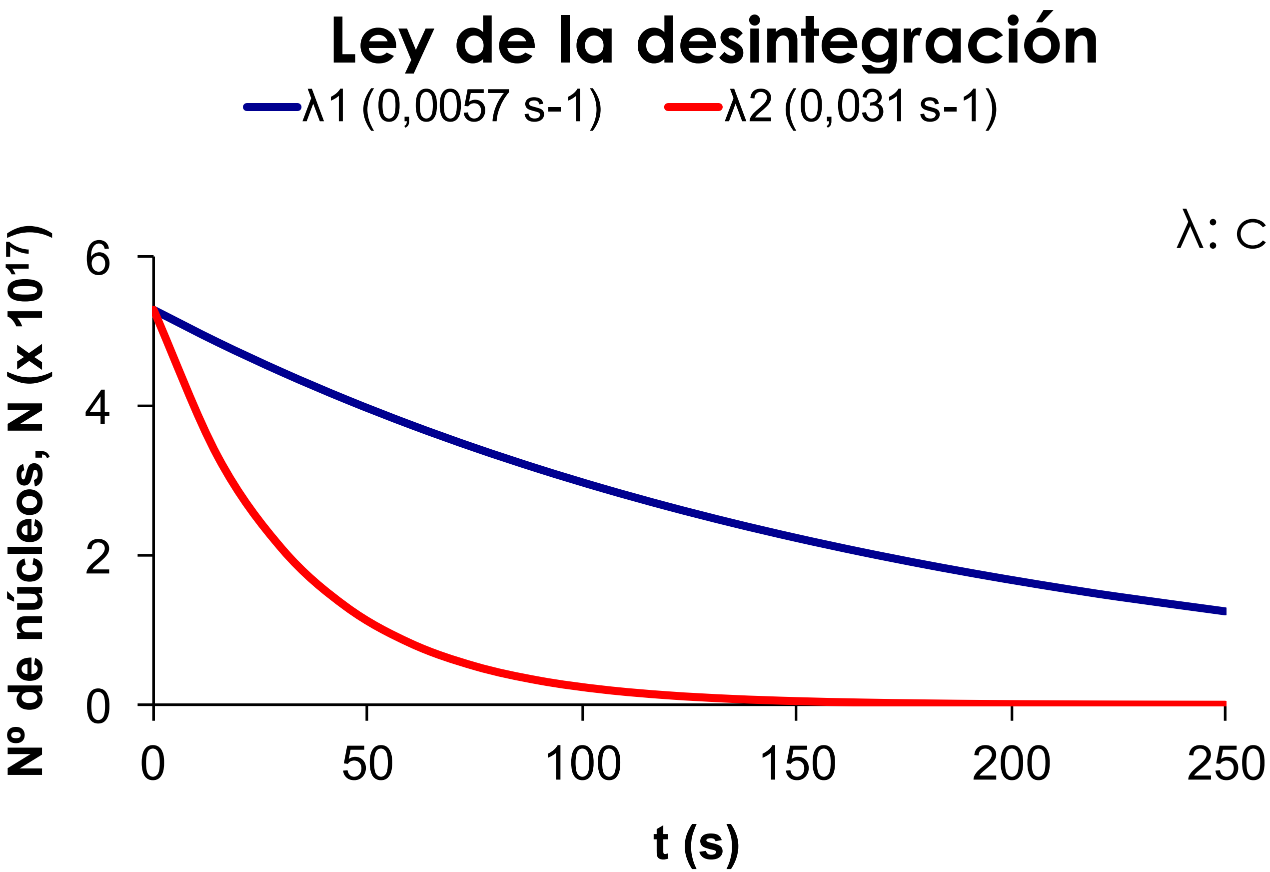
Ley de desintegración (experimental)

Dada una muestra de un radionucleido que contiene N_0 núcleos en un instante inicial (t=0), el número de núcleos N de esa muestra que continúa sin desintegrarse al cabo de un tiempo t, viene dado por:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$$

Así si λ del Ra es 0,000428 años $^{-1}$ = 1 / 2236 por año, indica que la probabilidad de desintegración radiactiva es de 1 átomo por cada 2336 átomos de radio en un año.
Esto puede parecer poco, pero 1 mol de radio (226 g) contienen $6{,}02 \cdot 10^{23}$ átomos

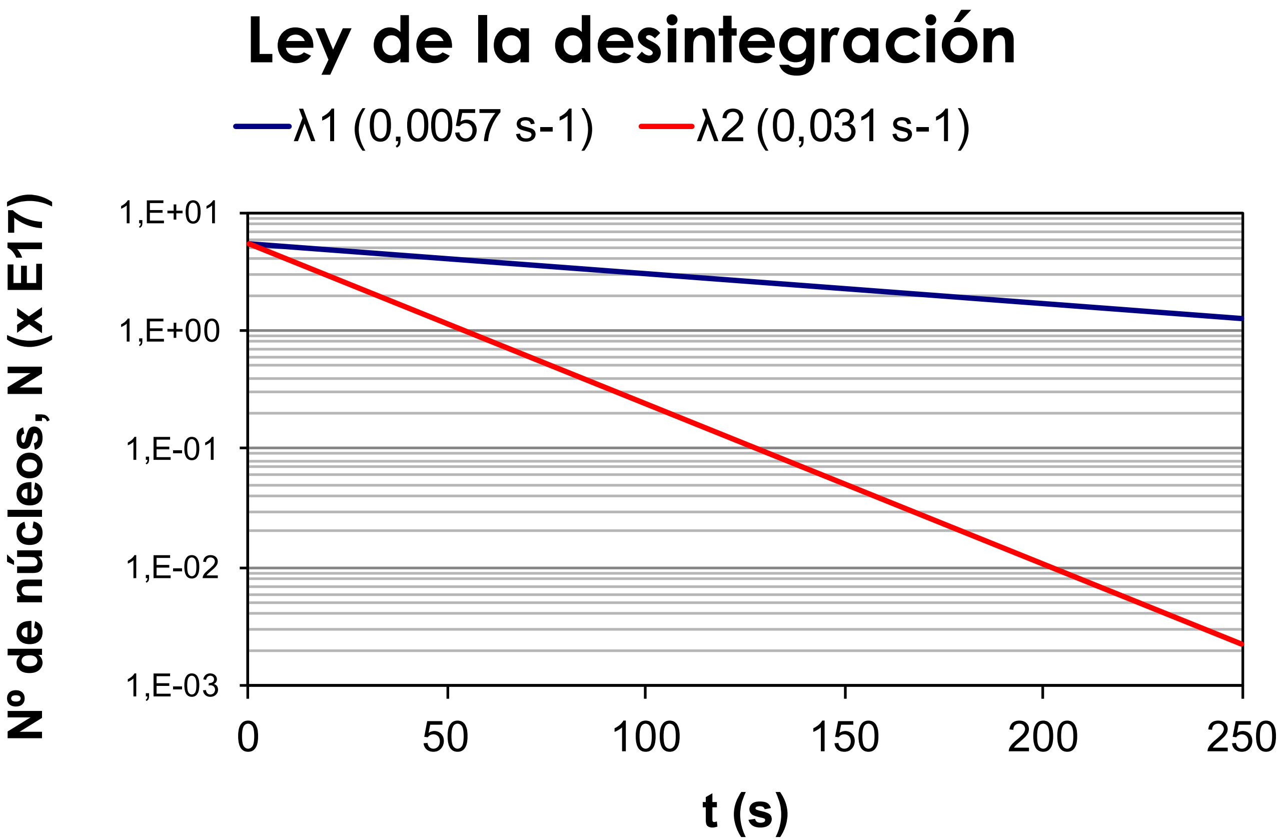
Ley de desintegración (experimental)



$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$$

λ: cte de desintegración

Ley de desintegración (experimental)



$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$$

Ley de desintegración (experimental)

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$$

λ: cte de desintegración

Periodo de semidesintegración
(tiempo para reducir el nº de núcleos a la mitad)

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

$$N_0/2 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}}$$

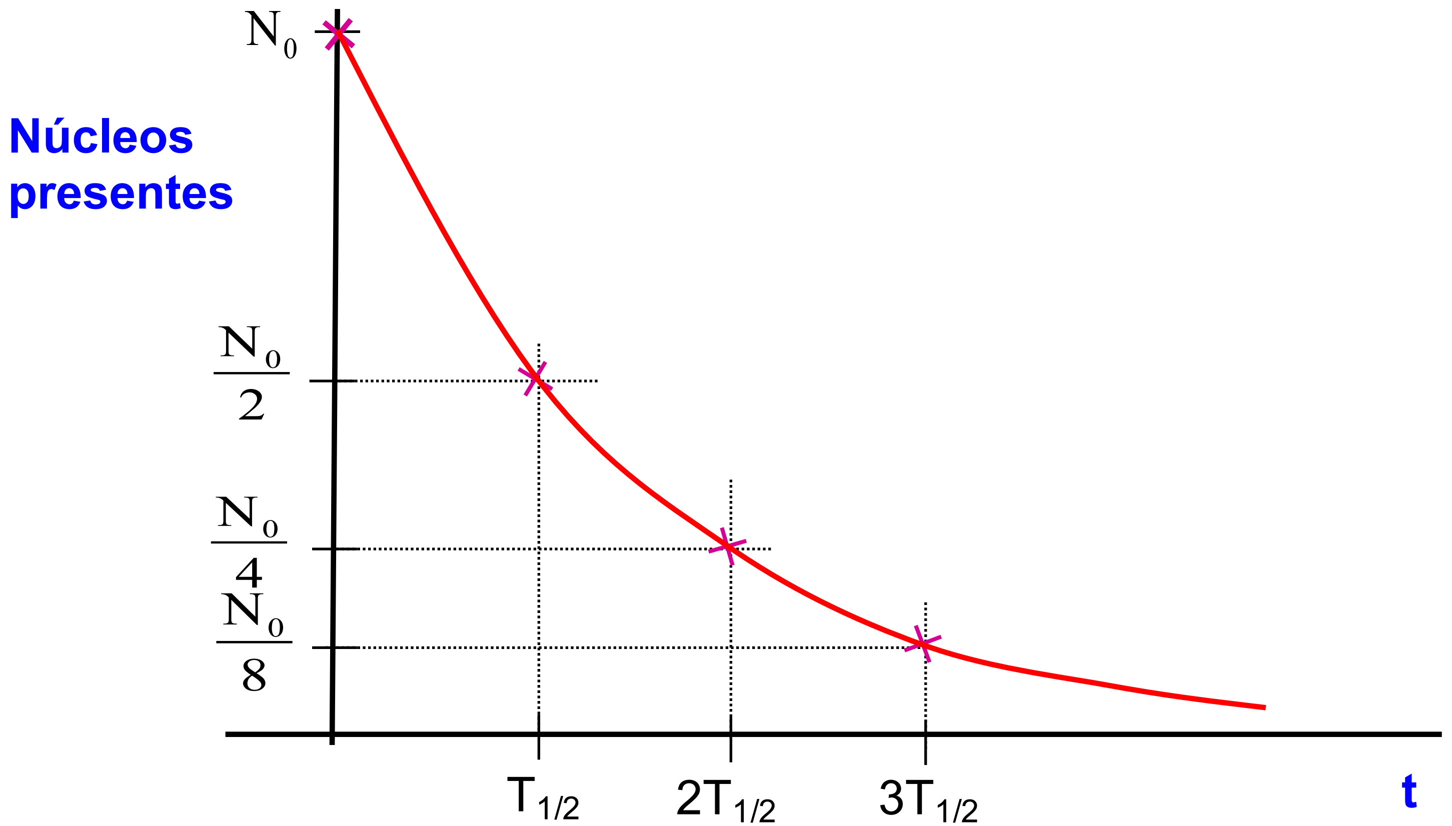
$$1/2 = e^{-\lambda \cdot T_{1/2}}$$

tomando logaritmos neperianos resulta:

$$ln\frac{1}{2} = -\lambda \cdot T_{1/2};\ ln2 = \lambda \cdot T_{1/2}$$

$$\boxed{T_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda}}$$

Ley de desintegración (experimental)



Ley de desintegración (experimental)

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$$

λ: cte de desintegración

Vida media τ
(tiempo necesario para reducir el número de núcleos en un factor 1/e)

$$N(\tau)/N_0 = \frac{1}{e} = \frac{N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot \tau}}{N_0} = e^{-\lambda \cdot \tau}$$

$$e^{-1} = e^{-\lambda \cdot \tau}$$

tomando logaritmos neperianos resulta:

$$-1 = -\lambda \cdot \tau \qquad \boxed{\tau = \frac{1}{\lambda}}$$

La vida media representa el valor esperado del tiempo de desintegración de un núcleo

Radiactividad

- La actividad de una muestra es la tasa global de desintegraciones

$$\boxed{A = -\frac{dN}{dt}}$$

N ≡ nº de núcleos presentes en la muestra

UNIDAD S. I.: Becquerel (Bq)= 1 desint/s

1 curie (Ci) = 3,7 x 10^{10} Bq

Radiactividad

Recordando la definición de cte. de desintegración radiactiva:

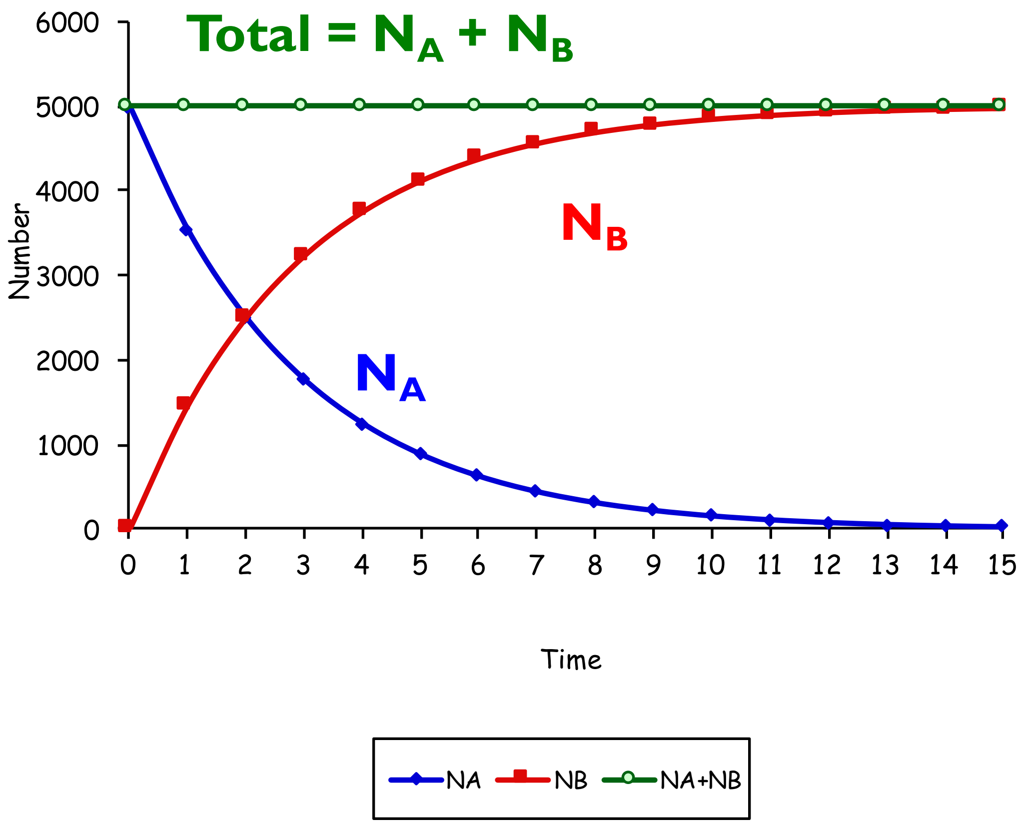
$$\lambda = -\frac{1}{N}\frac{dN}{dt} \longrightarrow \lambda = \frac{A}{N} \longrightarrow \boxed{A = \lambda \cdot N}$$

Multiplicando en ambos lados por λ en la ley de desintegración radiactiva:

$$(\lambda \cdot N) = (\lambda \cdot N_0) \cdot e^{-\lambda \cdot t} \qquad \boxed{A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$$

la actividad cumple también la ley de la desintegración radiactiva, es decir, decrece exponencialmente con el producto tiempo ·constante de desintegración

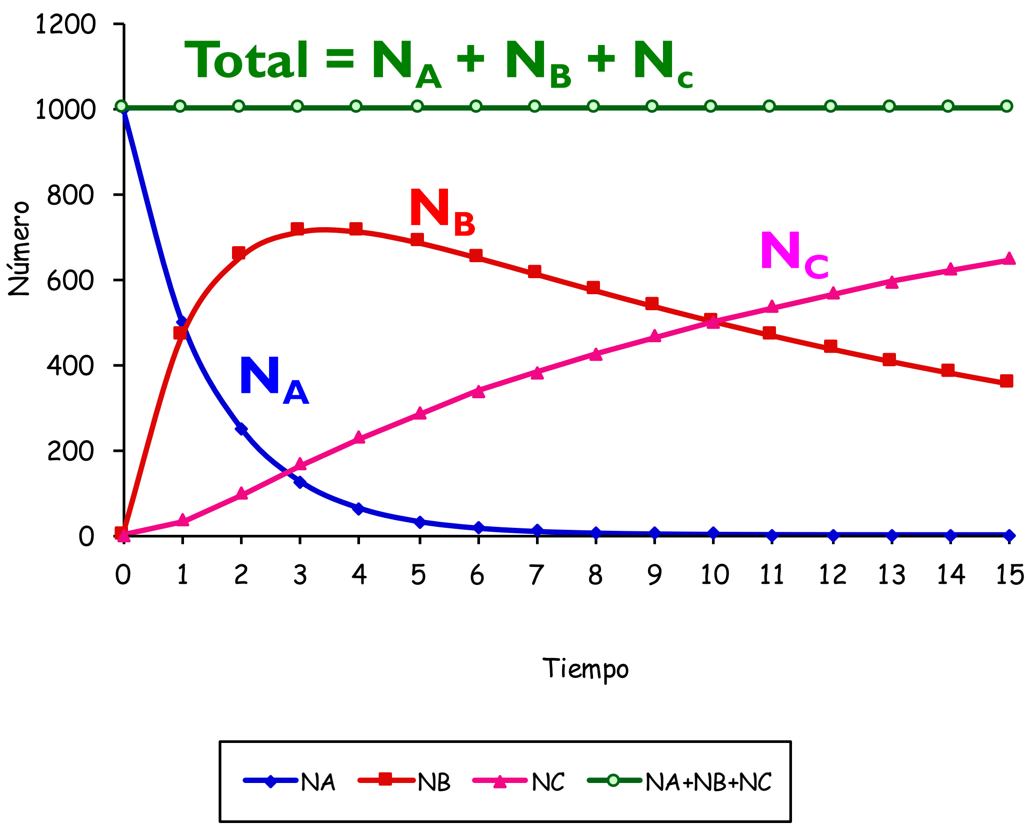
Series y equilibrios radiactivos



Cadenas radiactivas

A → B (estable)

Series y equilibrios radiactivos



Cadenas radiactivas

A → B → C (estable)

Series y equilibrios radiactivos

- Para cualquier miembro de la serie (salvo el primero y el último tenemos (por ejemplo el núcleo B):

$$\frac{dN_B}{dt} = \lambda_A N_A - \lambda_B N_B \qquad N_B = \frac{\lambda_A N_{A0}}{\lambda_B - \lambda_A}(e^{-\lambda_A \cdot t} - e^{-\lambda_B \cdot t}) + N_{B0} \cdot e^{-\lambda_B \cdot t}$$

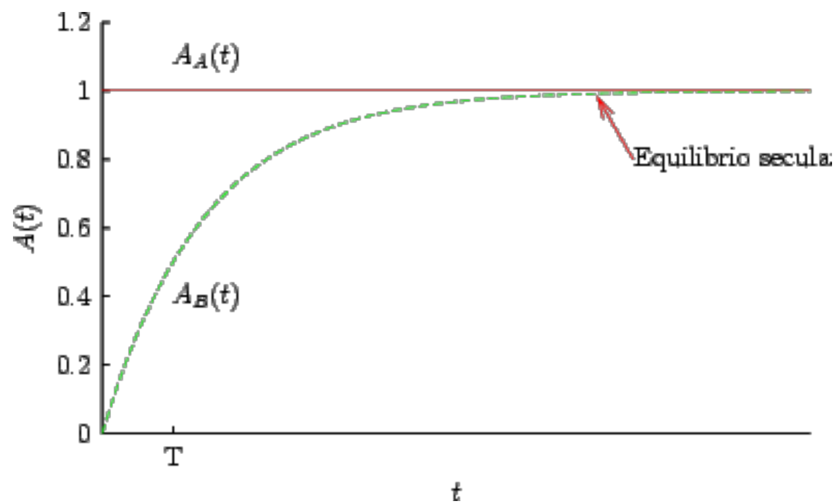
Casos particulares:

- **Equilibrio secular ($\lambda_A \ll \lambda_B$)**

$$\lambda_A N_A = \lambda_B N_B = \lambda_C N_C = \dots$$

Ejemplo:

^{226}Ra (T=1620 a) → ^{222}Rn (T=3,8 d)



Series y equilibrios radiactivos

- Para cualquier miembro de la serie (salvo el primero y el último tenemos (por ejemplo el núcleo B):

$$\frac{dN_B}{dt} = \lambda_A N_A - \lambda_B N_B \qquad N_B = \frac{\lambda_A N_{A0}}{\lambda_B - \lambda_A}(e^{-\lambda_A \cdot t} - e^{-\lambda_B \cdot t}) + N_{B0} \cdot e^{-\lambda_B \cdot t}$$

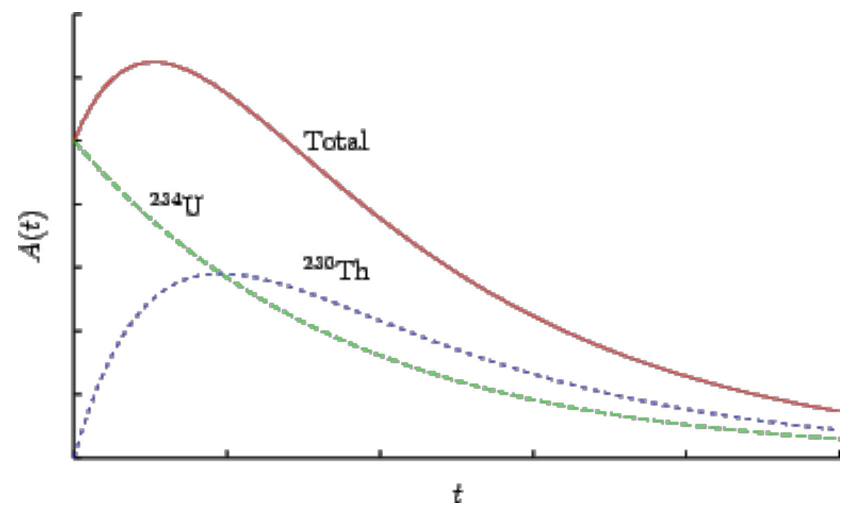
Casos particulares:

- **Equilibrio transitorio ($\lambda_A < \lambda_B$)**

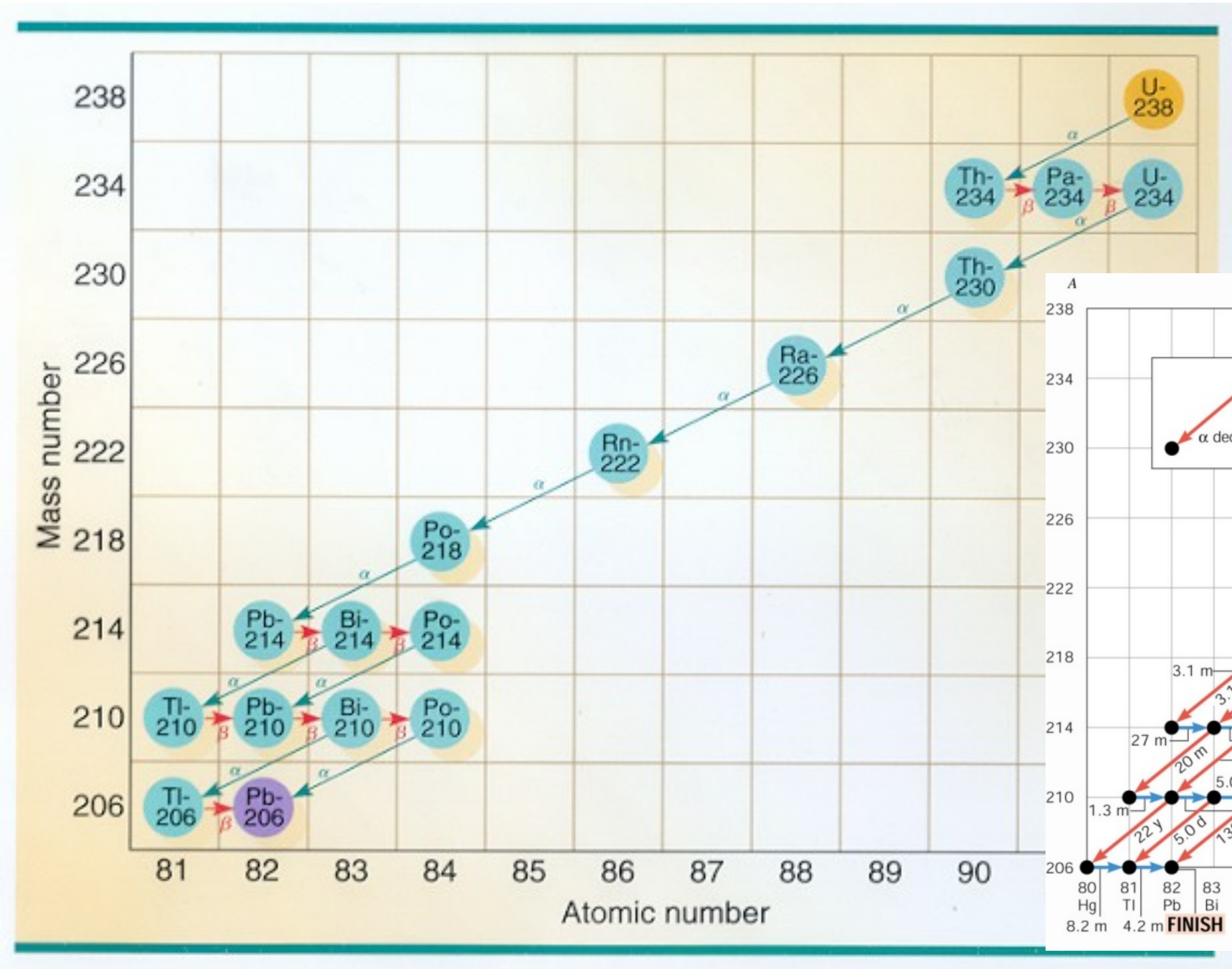
$$\lambda_A N_A = \frac{\lambda_B - \lambda_A}{\lambda_B}(\lambda_B N_B)$$

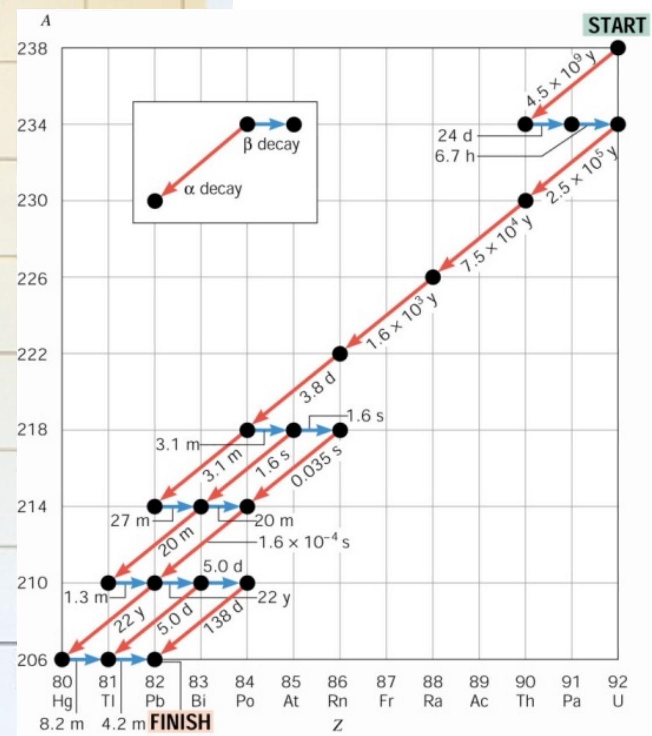
Ejemplo:

^{99}Mo (T=66 h) $\rightarrow$ ^{99m}Tc (T=6 h)



Series radiactivas





Series radiactivas

Transformaciones nucleares posibles:

- en la **desexcitación gamma** el núcleo hijo tiene el mismo nº de neutrones (N) y de protones (Z) que el padre: ***igual A***
- en la **desintegración alfa** el núcleo producto tiene cuatro nucleones menos (2 p + 2 n) que el padre: $A \Rightarrow$ ***A-4***
- en la **desintegración beta** el nº de neutrones disminuye en una unidad y el nº de protones aumenta una unidad: ***igual A***
- en la **emisión de positrones** y en la **captura electrónica** el nº de neutrones aumenta una unidad y el de protones disminuye una unidad: ***igual A***

TODOS LOS MIEMBROS DE UNA CADENA RADIACTIVA TIENEN Nº DE MASA A CON IGUAL RESTO MOD. 4

Series radiactivas

Muchos nucleidos inestables en la naturaleza proceden (o son miembros) de *cuatro series radiactivas*

Nº de masa	Serie	Padre	$T_{1/2}$ (años)	Producto final estable
4n	Torio	$^{232}_{90}Th$	$1,39 \times 10^{10}$	$^{208}_{82}Pb$
4n+1	Neptunio	$^{237}_{93}Np$	$2,25 \times 10^{6}$	$^{209}_{83}Bi$
4n+2	Uranio	$^{238}_{92}U$	$4,51 \times 10^{9}$	$^{206}_{82}Pb$
4n+3	Actinio	$^{235}_{92}U$	$7,07 \times 10^{8}$	$^{207}_{82}Pb$

Series radiactivas

Elige Edición

EL PAÍS ARCHIVO

EDICIÓN IMPRESA

PORTADA | INTERNACIONAL | POLÍ

Hemeroteca

JUEVES, 13 de febrero de 2003

Una sonda de la NASA fija la edad del universo en 13.700 millones de años

- La imagen más nítida de la niñez del cosmos confirma los detalles del Big Bang

JAVIER SAMPEDRO | **Madrid** | 13 FEB 2003

Archivado en: NASA Exploración espacial Sondas espaciales Estados Unidos Agencias espaciales Astronáutica Astronomía Ciencia

Si el universo fuera una persona de 80 años, ya tendríamos una magnífica foto de cuando tenía un día de edad. La imagen, obtenida por un satélite de la NASA llamado MAP, tiene tal calidad que ha permitido unificar la cosmología con una precisión sin precedentes: el Big Bang ocurrió hace 13.700 millones de años (con un error de sólo el 1%), las primeras estrellas se formaron sólo 200 millones de años después (no 700, como se creía) y el 96% del universo consiste en dos misterios más profundos que nunca: la materia oscura (23%) y la energía oscura (73%).

Enviar Imprimir Guardar

Edad del universo:
$13.798 \pm 0.037 \times 10^9$ años

La serie radiactiva 4n+1 (serie del Neptunio) periodo $T_{1/2}$: $2,25 \times 10^6$ ya está agotada y se denomina *serie radiactiva artificial*

Las tres restantes (4n, 4n+2, 4n+3) se denominan *series radiactivas naturales* y están en equilibrio secular

Ejemplo

Sabiendo que el oxígeno 16 tiene 8 protones en su núcleo y que su masa atómica es 15,9949 u. Calcular:

a) Su defecto de masa en el SI.

b) La energía de enlace en el SI.

c) La energía de enlace por nucleón en el SI.

a) La masa de los 8 protones y los 8 neutrones:

$m = 8m_p + 8m_n = 8x1{,}0073\ u + 8x1{,}0087\ u = 16{,}1280\ u$

$m(O(16{,}8)) = 15{,}994\ 9\ u$

$\Delta m = 16{,}1280 - 15{,}9949\ u = 0{,}1331\ 4\ u$

$\Delta m = 0{,}1331\ 4 \cdot 1{,}6606x10^{-27} = 2{,}21x10^{-28} kg$

Ejemplo

Sabiendo que el oxígeno 16 tiene 8 protones en su núcleo y que su masa atómica es 15,9949 u. Calcular:

a) Su defecto de masa en el SI.

b) La energía de enlace en el SI.

c) La energía de enlace por nucleón en el SI.

b) $E = m\,c^2$

$$E_e = \Delta m\,c^2 = 2{,}21\times10^{-28}\,(3\times10^{8})^2 = 1{,}989\times10^{-11}\ \text{J}$$

Ejemplo

Sabiendo que el oxígeno 16 tiene 8 protones en su núcleo y que su masa atómica es 15,9949 u. Calcular:

a) Su defecto de masa en el SI.

b) La energía de enlace en el SI.

c) La energía de enlace por nucleón en el SI.

c) El núcleo del isótopo está formado por 8 protones y 8 neutrones por tanto:

$$E_e/A = 1{,}989\text{x}10^{-11}/16 = 1{,}24\text{x}10^{-12}\ \text{J}$$

Ejemplo

a) En la reacción del Li(6,3) con un neutrón se obtiene un núclido X y una partícula α. Escriba la reacción nuclear y determine las características del núclido X.

b) Calcule la energía liberada en la reacción de fusión:

$$ {}_{1}^{2}\mathrm{H} + {}_{1}^{2}\mathrm{H} \rightarrow {}_{2}^{4}\mathrm{He} $$

a) La reacción se puede escribir como:

$$ {}_{3}^{6}\mathrm{Li} + {}_{0}^{1}\mathrm{n} \rightarrow {}_{\mathrm{Z}}^{\mathrm{A}}\mathrm{X} + {}_{2}^{4}\mathrm{He} $$

Z cte : 3 + 0 = Z +2, **Z = 1**
A cte: 6 + 1 = A + 4, **A = 3**
Por tanto: ${}_{\mathrm{Z}}^{\mathrm{A}}\mathrm{X} = {}_{1}^{3}\mathrm{H}$

Ejemplo

a) En la reacción del Li(6,3) con un neutrón se obtiene un núclido X y una partícula α. Escriba la reacción nuclear y determine las características del núclido X.

b) Calcule la energía liberada en la reacción de fusión:

$$ {}_{1}^{2}\mathrm{H} + {}_{1}^{2}\mathrm{H} \rightarrow {}_{2}^{4}\mathrm{He} $$

b) Defecto de masa:

Δm = 2xm(H(2,1)) – m(He(4,2)) = 2x2,0141- 4,0026 = 4,0282 – 4,0026 = 0,0256 4 u

E = 0,0256 x 931 = 23,8336 MeV

Ejemplo

La masa del Np-237 es 237,0482 u. Demostrar que su desintegración por vía α es posible (espontánea) y razonar por qué no puede desintegrarse emitiendo protones.

DATOS:

M(4,2) = 4,0026 u; M(1,1) = 1,0078 u;

M(233,91) = 233,0404 u; M(236,92) = 236,0455 u

Reacción: $\mathbf{{}^{237}_{93}Np \rightarrow {}^{233}_{91}Pa + {}^{4}_{2}He}$

$E_d = [M({}^{237}_{93}\mathrm{Np}) - M({}^{233}_{91}\mathrm{Pa}) - M({}^{4}_{2}\mathrm{He})]931{,}5 =$ **4,84 MeV** **> 0 Posible**

Reacción: $\mathbf{{}^{237}_{93}Np \rightarrow {}^{236}_{92}U + {}^{1}_{1}p}$

$E_d = [M({}^{237}_{93}\mathrm{Np}) - M({}^{236}_{92}\mathrm{U}) - M({}^{1}_{1}\mathrm{H})]931{,}5 =$ **- 4,75 MeV** **< 0 No posible**

Ejemplo

La actividad inicial de una sustancia es $7{,}91 \times 10^{16}$ Bq y el periodo de semidesintegración, $2{,}72 \times 10^{6}$s. Calcular:

a) El número inicial de núcleos.

b) El número de núcleos que se han desintegrado cuando hayan pasado 5 días.

c) La actividad en ese instante.

a) La actividad inicial: $A_0 = \lambda N_0 \Rightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda}$

$$T_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda}, \lambda = \frac{ln2}{2{,}72 \cdot 10^6 s} = 2{,}55 \cdot 10^{-7} s^{-1}$$

$N_0 = \frac{7{,}9 \cdot 10^{16} Bq}{2{,}55 \cdot 10^{-7} s^{-1}} = 3{,}10 \cdot 10^{23}$ núcleos.

Ejemplo

La actividad inicial de una sustancia es $7{,}91\text{x}10^{16}$ Bq y el periodo de semidesintegración, $2{,}72\text{x}10^{6}$s. Calcular:

a) El número inicial de núcleos.

b) El número de núcleos que se han desintegrado cuando hayan pasado 5 días.

c) La actividad en ese instante.

b) t=5 días=$4{,}32\cdot 10^{5}$s

$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$,

$\mathrm{N}(5\text{días}) = 3{,}10 \cdot 10^{23} e^{-2{,}55\cdot 10^{-7}\cdot 4{,}32\cdot 10^{5}} = 2{,}78 \cdot 10^{23}$ núcleos sin desintegrar.

Núcleos que se han desintegrado: $N_0 - N(5) = 3{,}2 \times 10^{22}$ núcleos

Ejemplo

La actividad inicial de una sustancia es 7,91x10^{16} Bq y el periodo de semidesintegración, 2,72x10^6s. Calcular:

a) El número inicial de núcleos.

b) El número de núcleos que quedarán sin desintegrar cuando hayan pasado 5 días.

c) La actividad en ese instante.

$c)\quad A = \lambda N$, siendo N el número de núcleos sin desintegrar.

$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$

$A(5\text{días}) =$ 7,089x10^{16} desintegraciones/s = 7,089x1016 Bq

Ejemplo

Una fuente de ^{131}I (8 días de período) tiene una actividad inicial de 1 mCi. ¿Cuánto tiempo deberá transcurrir para que se haya desintegrado el 75% de los núcleos que había inicialmente? ¿Y si la fuente fuese de 10 mCi?.

Si se ha desintegrado el 75% queda el 25% = $N_0/4$

Por lo tanto habrán transcurrido 2 periodos = 16 días

Es independiente de la actividad

Ejemplo

Calcular la actividad (en Ci) del ^{40}K en un hombre de 80 kg sabiendo que el potasio común forma el 0,3090% del cuerpo humano y que su período es de $1,3x10^{10}$ años (abundancia isotópica de 40K en el potasio natural 0,012%).

Masa de ^{40}K en el hombre

$m(^{40}K) = 80x10^3\ x0,003090x0,00012 = 2,97x10^{-2}\ g$

$$\mathbf{A} = \lambda \mathrm{N} = \frac{\ln 2}{\mathrm{T}} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{M}} \mathrm{N_A} = 755\mathrm{Bq} = 2,04\mathrm{x}10^{-2}\mu\mathrm{Cu}$$