Tema 6
Análisis del estado tensional de un elemento sometido a cargas combinadas

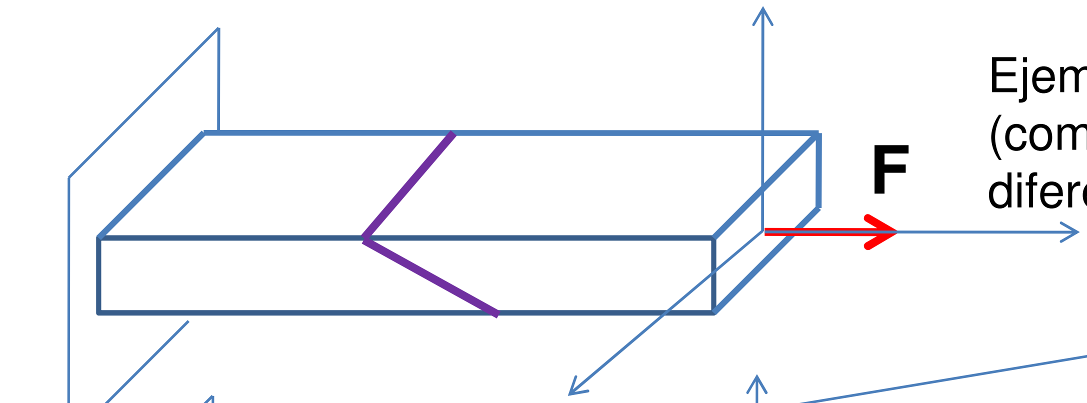
Máster Universitario en Ingeniería Industrial

Complemento de Formación

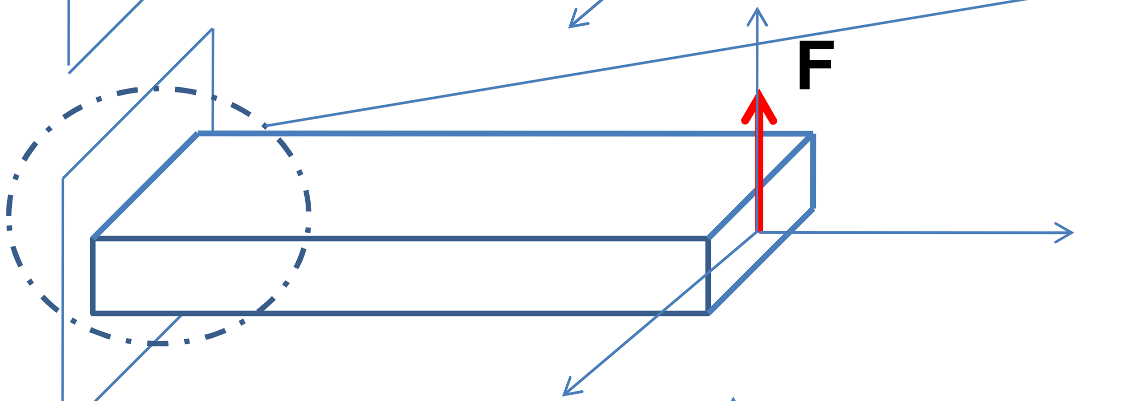
Índice

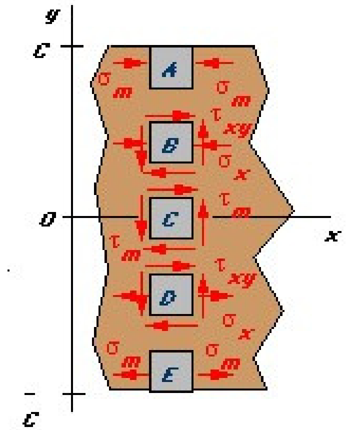
- Obtención del estado tensional de un punto.
  - Pieza sometida a fuerzas y momentos.
- Interpretación del estado tensional.
  - Obtener tensión normal máxima a tracción y compresión. Definición del plano.
  - Obtener tensión tangencial máxima. Definición del plano.
  - Aplicar criterios de fluencia.
  - Aplicar criterios de rotura.

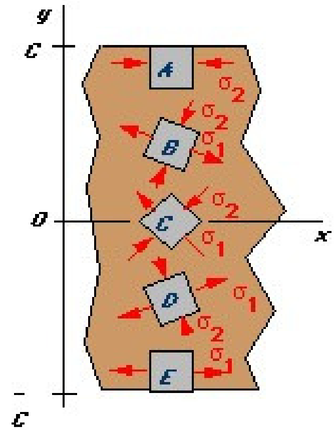
Obtención del estado tensional de un punto



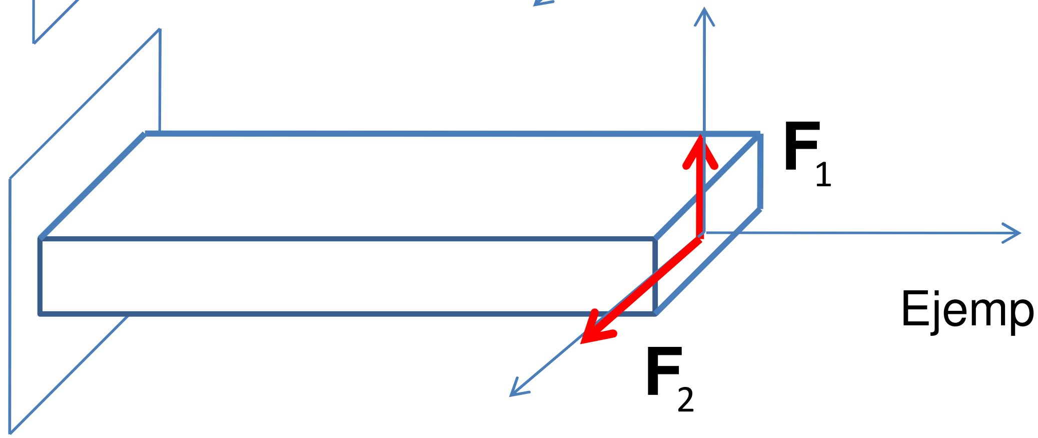
Ejemplo de tensión normal (como afecta a un plano diferente)





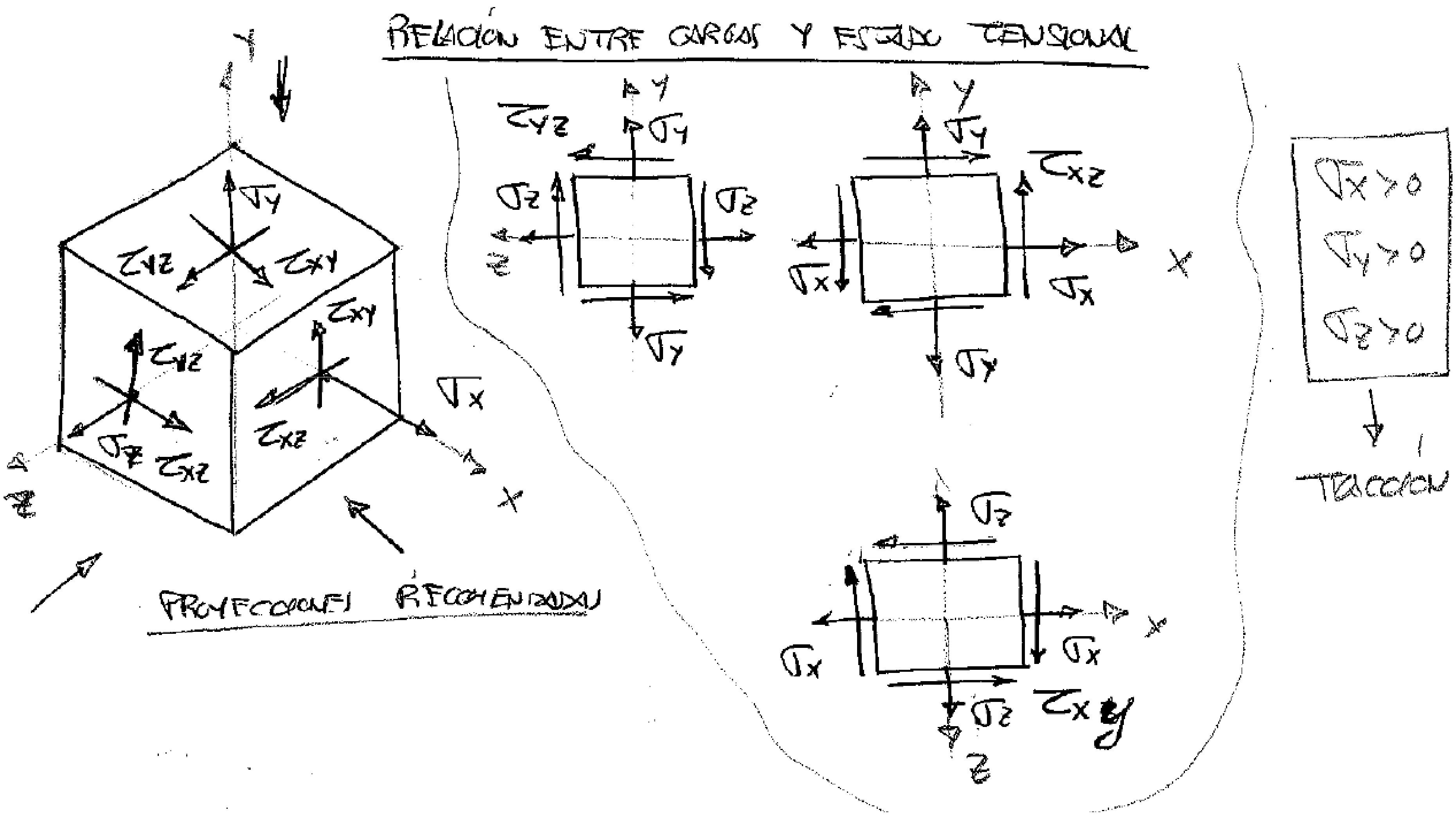


Ejemplo tensión en el plano



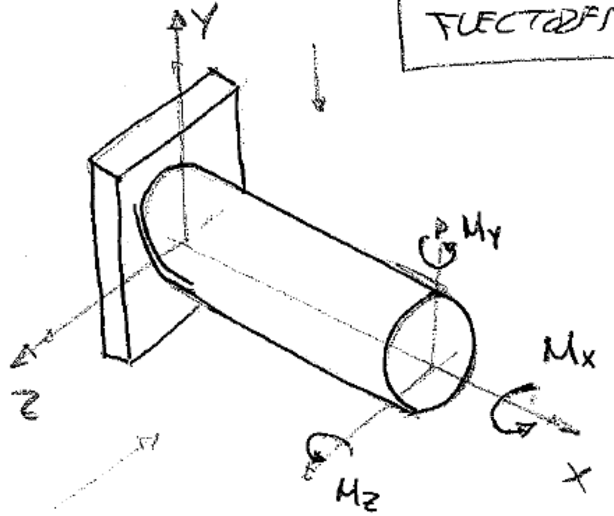
Ejemplo tensión 3D. ¿En qué puntos?

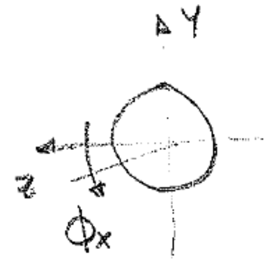
Obtención del estado tensional de un punto

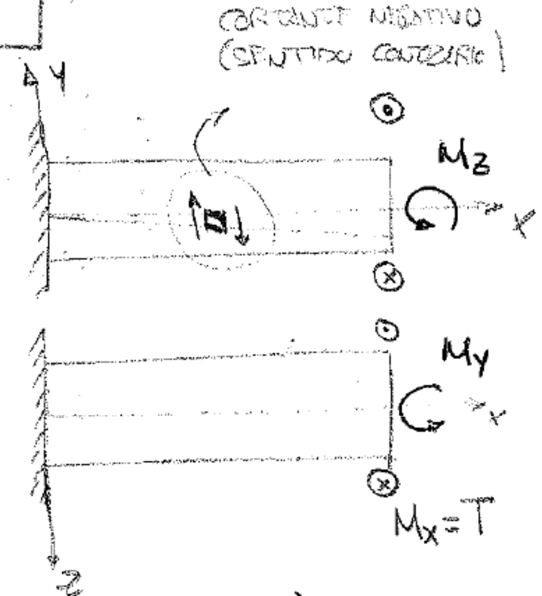


Obtención del estado tensional de un punto

SUPOSICIÓN → TORSOR (EJE X)
FLECTORES (EJES Y,Z)







$M_x \equiv T$ (TORSOR)

$$\tau_{xy} = -\frac{M_x \cdot c}{J_c}$$

TEORÍA TORSIÓN

SECCIONES CIRCULARES

M_z (FLECTOR)

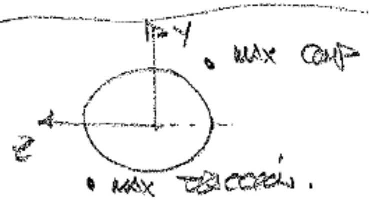
$y > 0$ → COMPRESIÓN

$$\sigma_x = -\frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

M_y (FLECTOR)

$z > 0$ → TRACCIÓN

$$\sigma_x = +\frac{M_y \cdot z}{I_y}$$



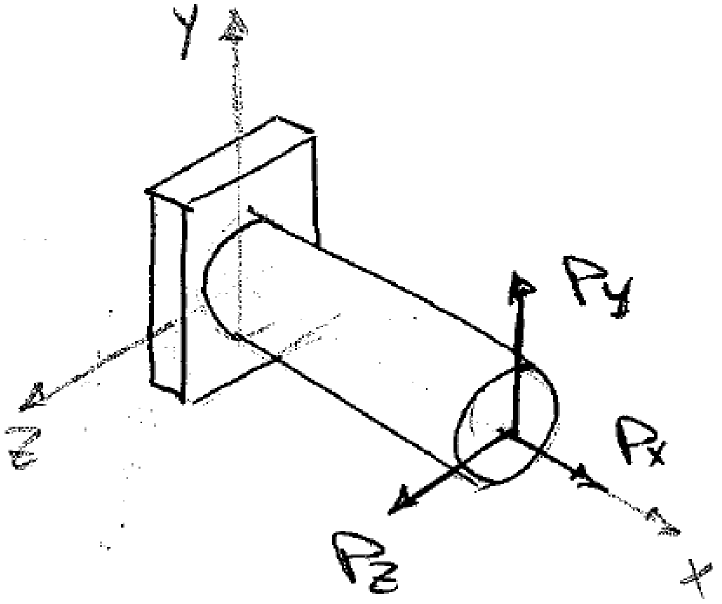
CON FLECTORES > 0 →

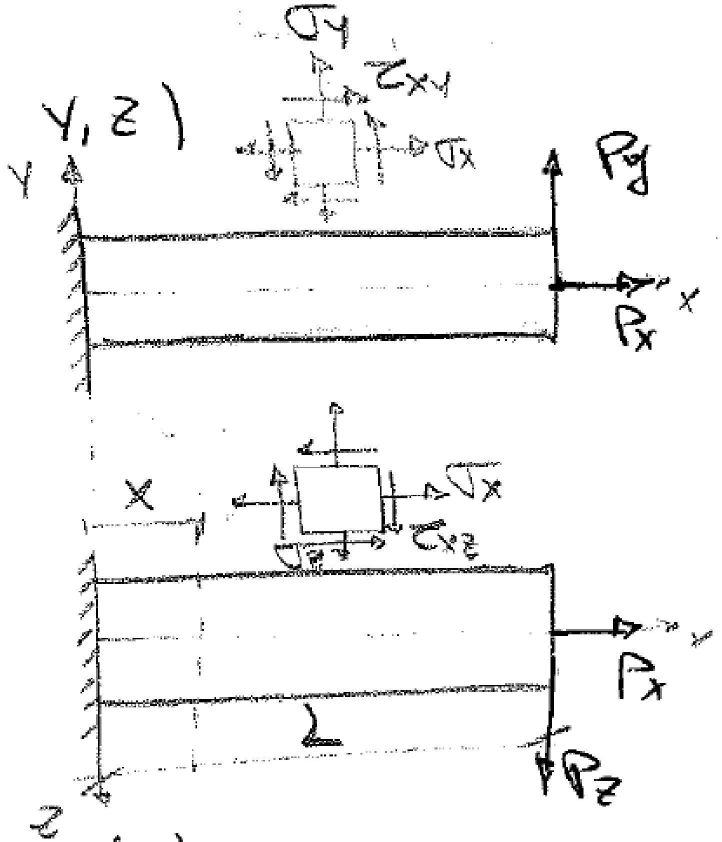
Obtención del estado tensional de un punto

FUERZAS.

CON EL SISTEMA DE COORDENADAS CONSIDERADO, SE TIENE

- AXIL (EJE X)
- TRANSVERSAL (EJES Y, Z)

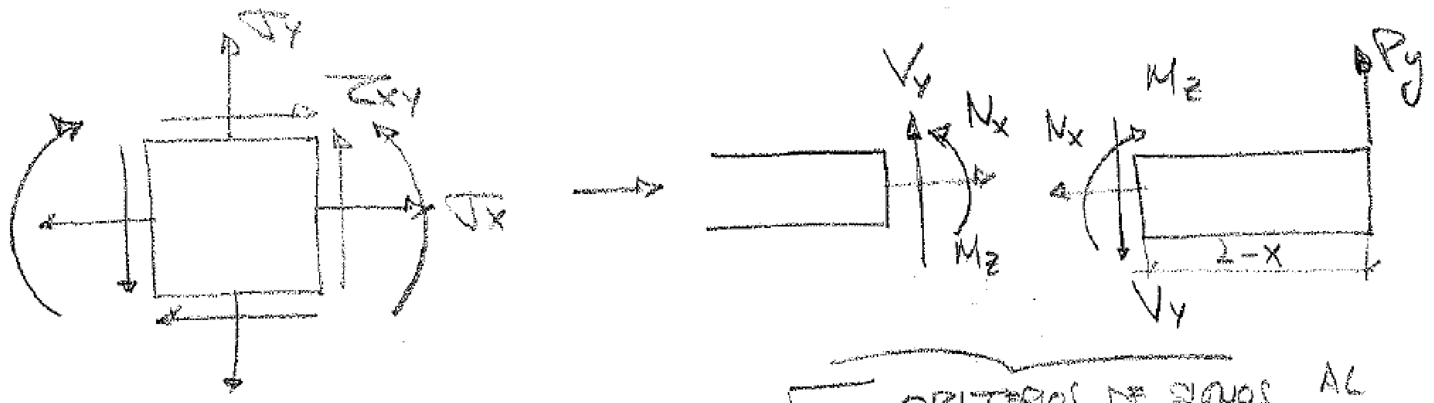




P_x (AXIL) → $\sigma_x = \dfrac{P_x}{A}$ (YO TRACCIÓN)

Obtención del estado tensional de un punto

P_y (TRANSVERSAL)



$$M_z(x) = P_y(L-x) \rightarrow \sigma_x = \frac{-M_z \cdot y}{I_z}$$

⊛ ← CRITERIOS DE SIGNOS AL ROMPER PARA DERIVAR LAS FÓRMULAS

$$V_y = P_y \rightarrow \tau_{xy} = \frac{V_y \cdot Q_z}{I_z \, t} \rightarrow \underline{\text{OJO}}$$

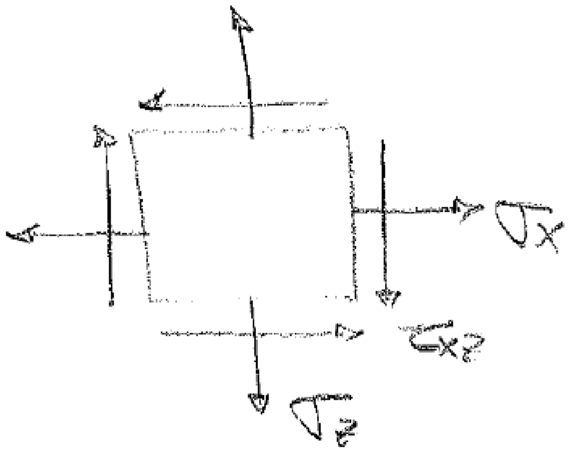
(EN EL PUNTO DE LA SECCIÓN DONDE SE CALCULA CORTANTE.

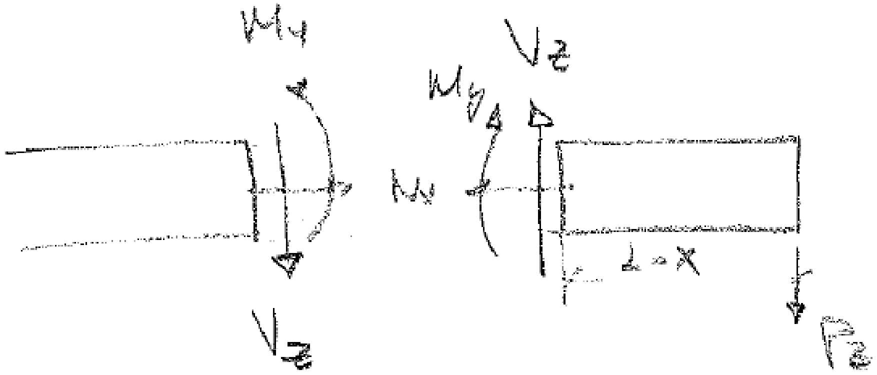
⊛ EL SIGNO QUE ESTAMOS CONSIDERANDO AQUÍ PARA V_y ES CONTRARIO AL LIBRO DE BEER / JOHNSTON (TEMA 5)

$\boxed{\text{OJO}}$

Obtención del estado tensional de un punto

P_z (TRANSVERSAL)

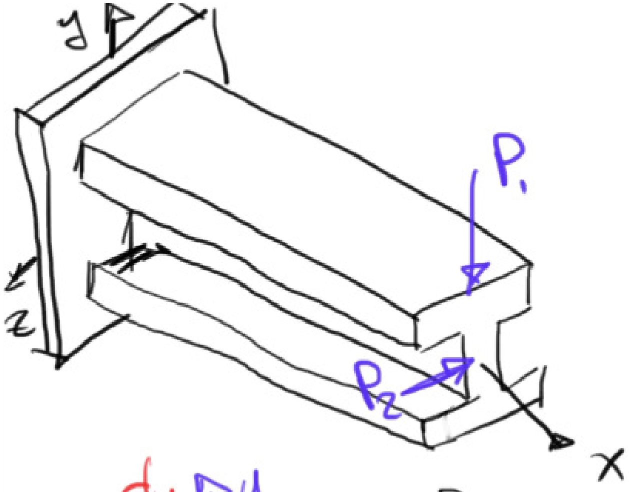




$M_y(x) = -P_z \cdot (L - x) \rightarrow \sigma_x = \dfrac{M_y \cdot z}{I_y}$

$V_z = P_z \rightarrow \tau_{xz} = \dfrac{V_z \, Q_y}{I_y \, t} \rightarrow$ OJO

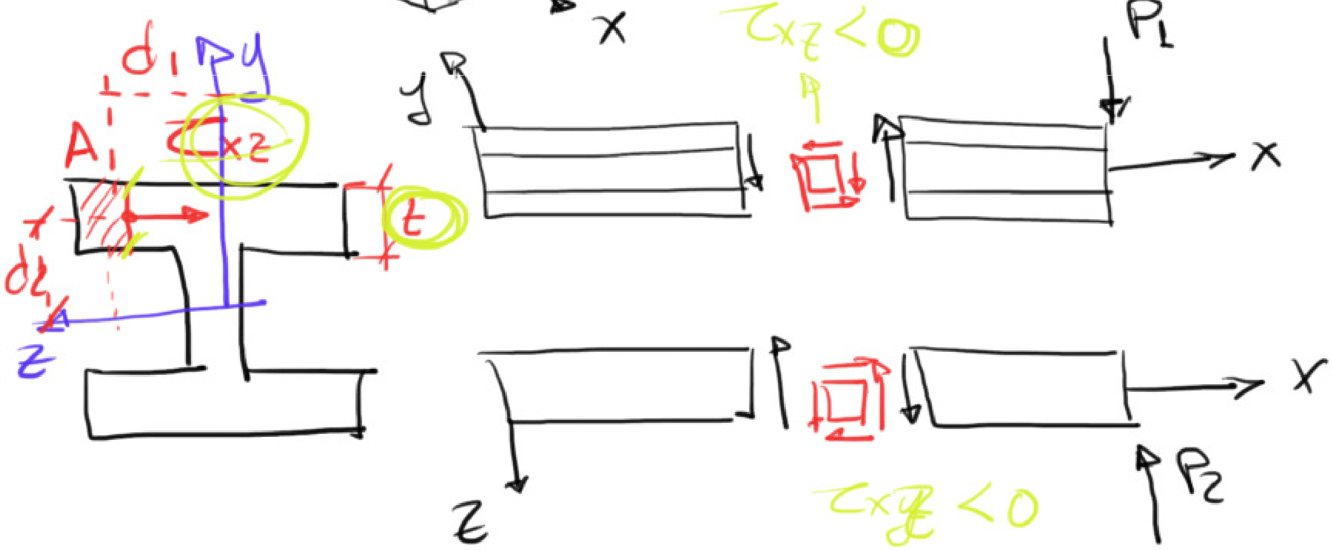
Obtención del estado tensional de un punto



(*) SI TENEMOS VARIAS FUERZAS TRANSVERSALES → DIRECCIÓN MARCA EJE Q

$P_1 \rightarrow \parallel$ EJE $y \rightarrow Q_z$

$P_2 \rightarrow \parallel$ EJE $z \rightarrow Q_y$



$$\tau_{xz} = \frac{-Q_z \cdot P_1}{I_z \cdot t} - \frac{Q_y \cdot P_z}{I_y \cdot t}$$

$$Q_z = A \cdot d_z$$

$$Q_y = A \cdot d_1$$

Obtención del estado tensional de un punto

Importancia de identificar que puede aparecer tensiones normales (fuerzas axiles), flexión compuesta (momentos flectores en dos ejes), torsión (que deriva en tensiones cortantes) y cortantes (debido a las fuerzas transversales).
Ver ejercicio 8.01, página 510 del libro de Beer.
Definir estado tensional en los puntos H y K.

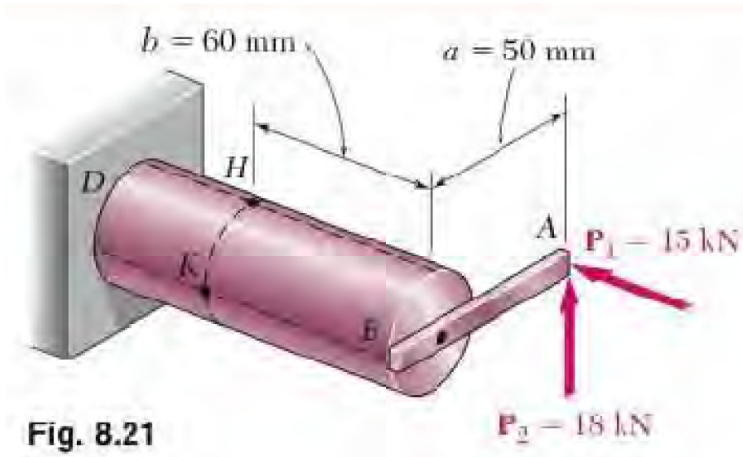
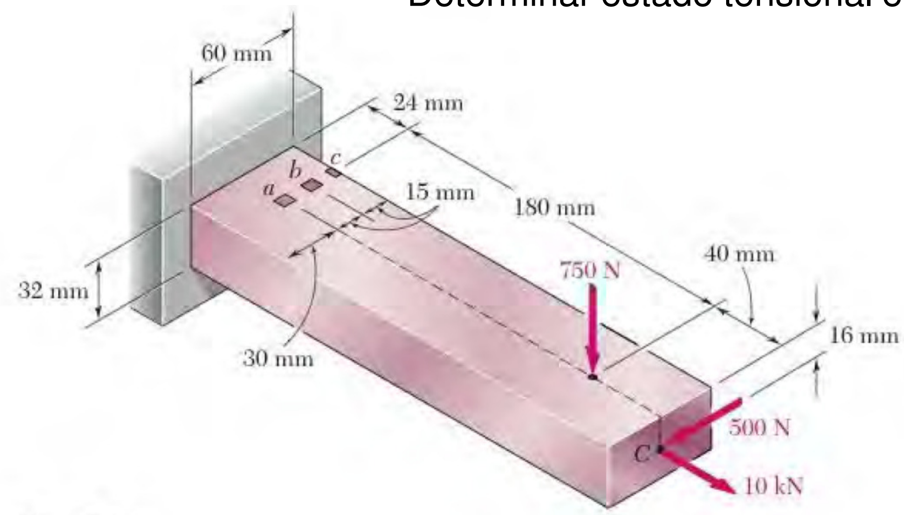
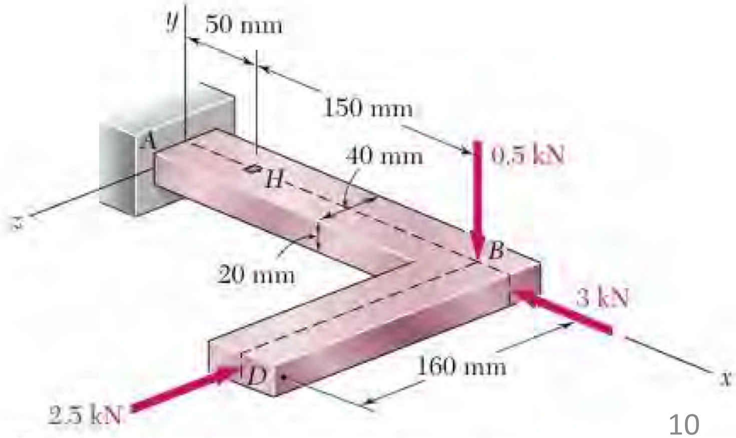


Fig. 8.21

Determinar estado tensional en los puntos indicados





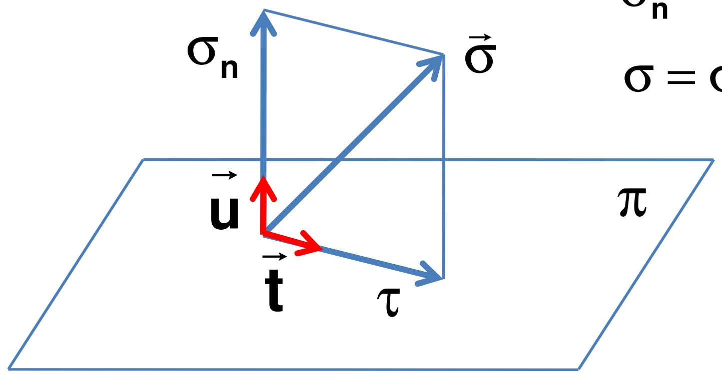
Interpretación del estado tensional

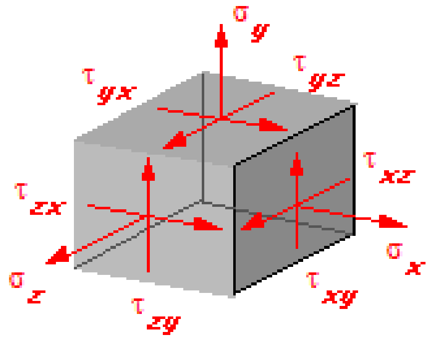
$\vec{\sigma} = \sigma_n \cdot \vec{u} + \tau \cdot \vec{t}$ **Componentes intrínsecas**

$$[\vec{\sigma}] = [T] \cdot [\vec{u}]$$

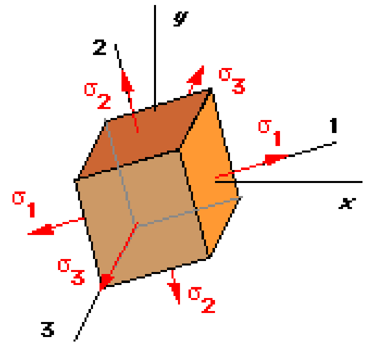
$$\sigma_n = [\vec{\sigma}] \cdot [\vec{u}]$$

$$\sigma = \sigma_n^2 + \tau^2$$





$$[T] = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

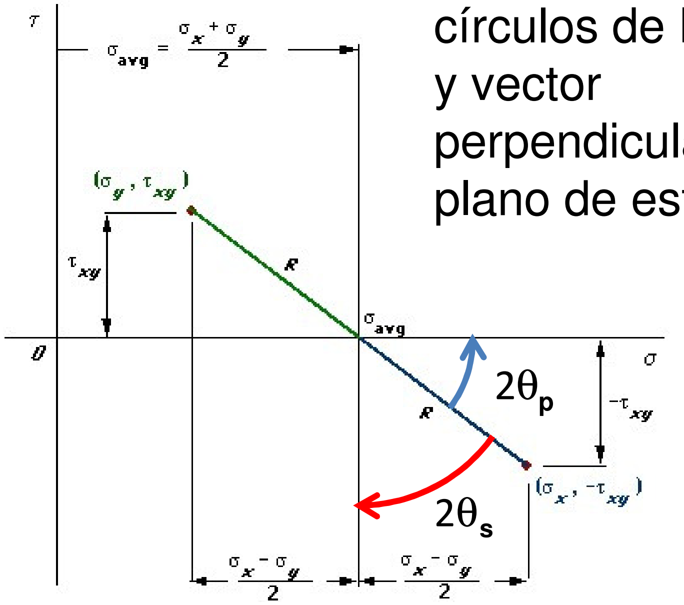


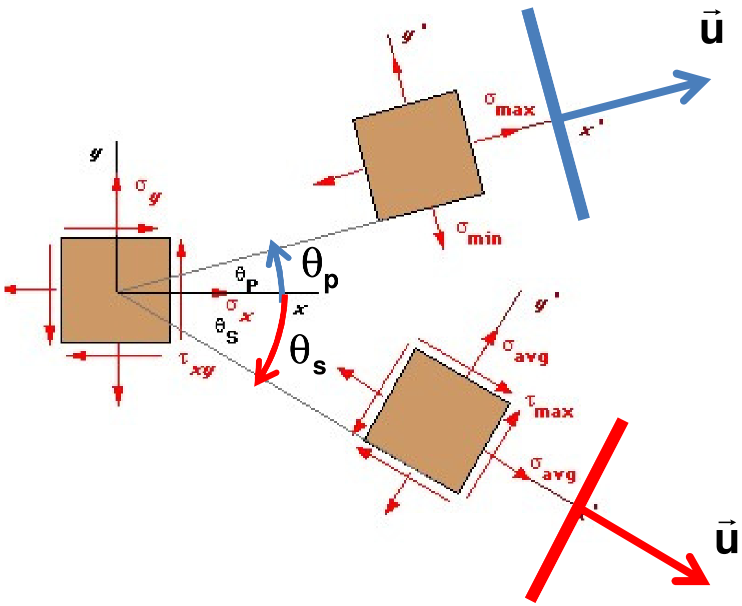
$$[T] = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$$

<u>Conocimientos previos</u>

1) Identificar las tensiones.
2) Calcular tensiones principales.
3) Determinar la máxima tensión normal y tangencial.
4) Determinar los planos que sufren la máxima tensión normal y tangencial.
5) Aplicar criterios de fluencia.
   i. GIEAI. Se vieron los criterios de fluencia de materiales dúctiles

Relación entre círculos de Mohr y vector perpendicular al plano de estudio





Interpretación

$$\mathbf{tg}2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{(\sigma_x - \sigma_y)}$$

$$\mathbf{tg}2\theta_s = -\frac{(\sigma_x - \sigma_y)}{2\tau_{xy}}$$

Es positivo si es anti-horario

$$\tau_{max} = \mathbf{R} = \sqrt{\left[\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right]^2 + \tau_{xy}^{\ 2}}$$

Radio del círculo

$$\sigma_{avg} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)$$

Centro del círculo

$$\sigma_{max,min} = \sigma_{avg} \pm \mathbf{R}$$

Autovalores

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta_p) \\ \sin(\theta_p) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\sin(\theta_p) \\ \cos(\theta_p) \end{pmatrix}$$

Autovectores

Interpretación

Razonar el cado de estado tensional 3D. Determinar las tensiones máximas en este caso.

Criterios de Fluencia

Tresca-Guest o tangencial máxima

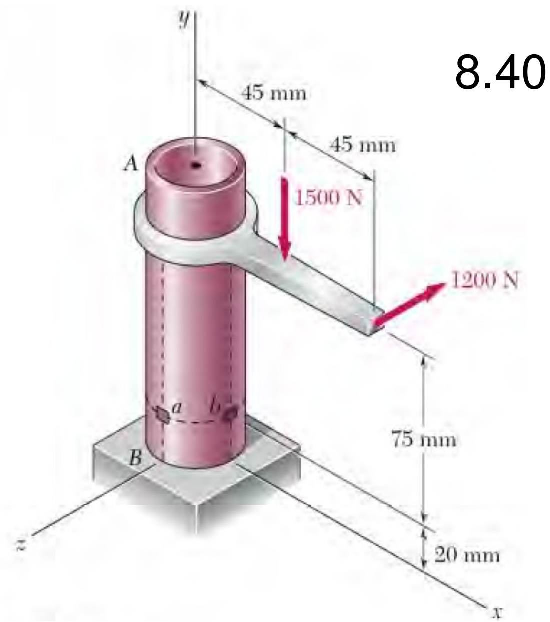
$$\sigma_{\mathbf{e}} = 2\tau_{\mathbf{max}} \leq \sigma_{\mathbf{Y}}$$

Von Mises o máxima energía de distorsión

$$\sigma_{\mathbf{e}} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]} \leq \sigma_{\mathbf{Y}}$$

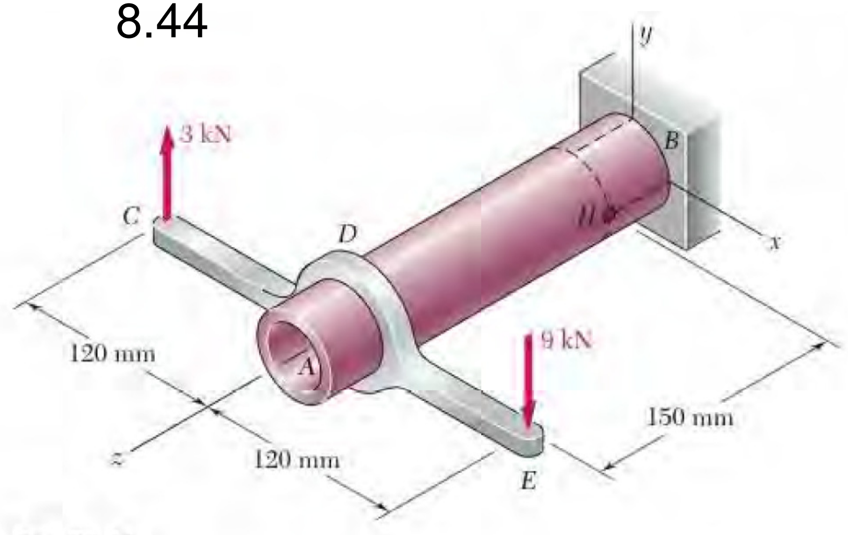
Plantear en clase los siguientes ejemplos

EJEMPLOS PROPUESTOS



8.40

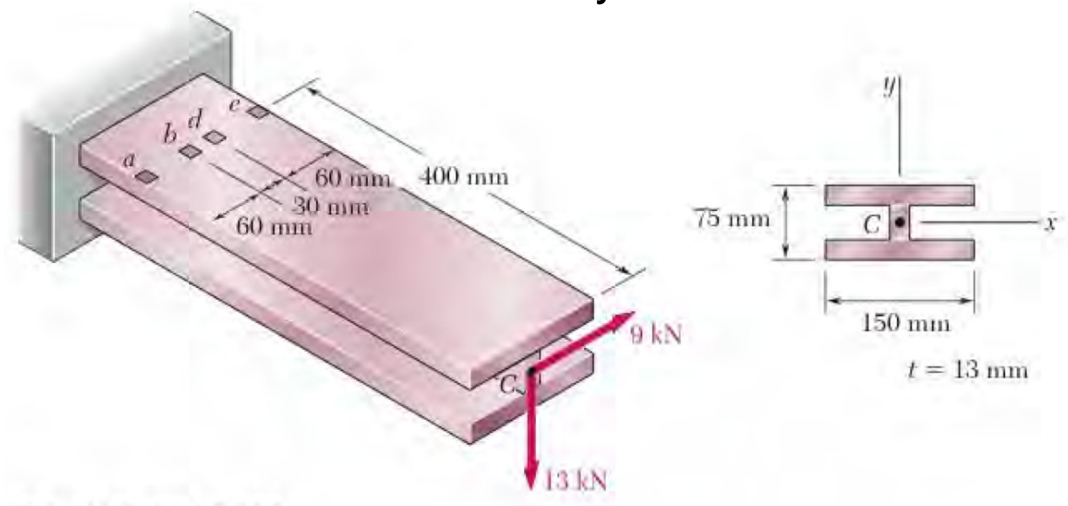
8.44



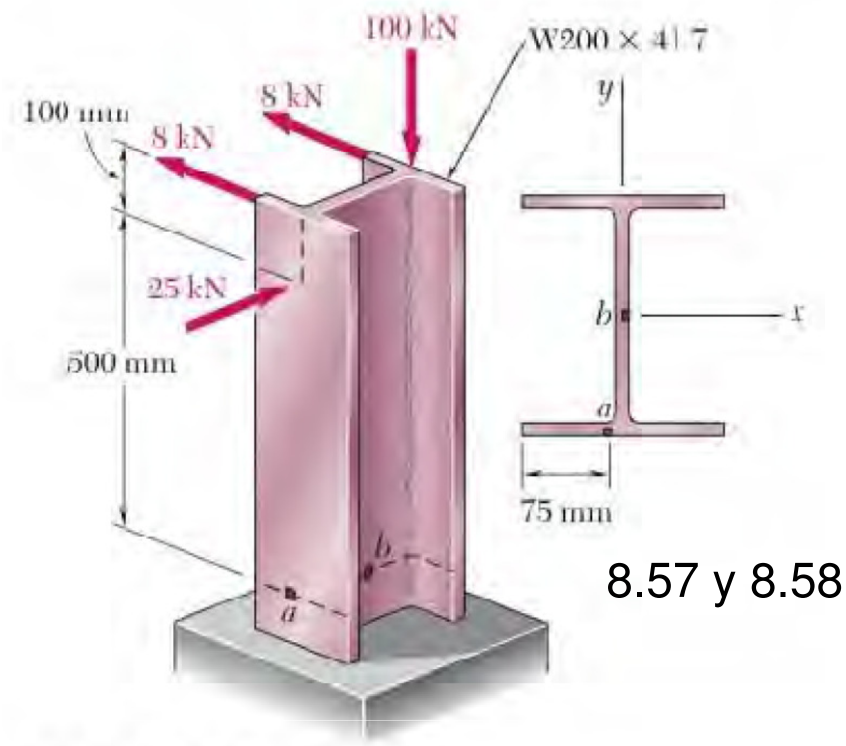
Se aplican dos fuerzas al tubo AB como se muestra en la figura. Si sabe que el tubo tiene un diámetro interior de 35 mm y diámetro exterior de 42 mm, determine los esfuerzos normal y cortante en los puntos a y b.
**Determinar el punto más desfavorable, y aplicar los criterios de fluencia para materiales dúctiles.*

El tubo de acero AB tiene 72 mm de diámetro exterior y 5 mm de espesor de pared. Si se sabe que el brazo CDE está unido rígidamente al tubo, determine los esfuerzos y planos principales, y el esfuerzo cortante máximo en el punto H.
**Aplicar los criterios de fluencia para materiales dúctiles.*

8.53 y 8.54

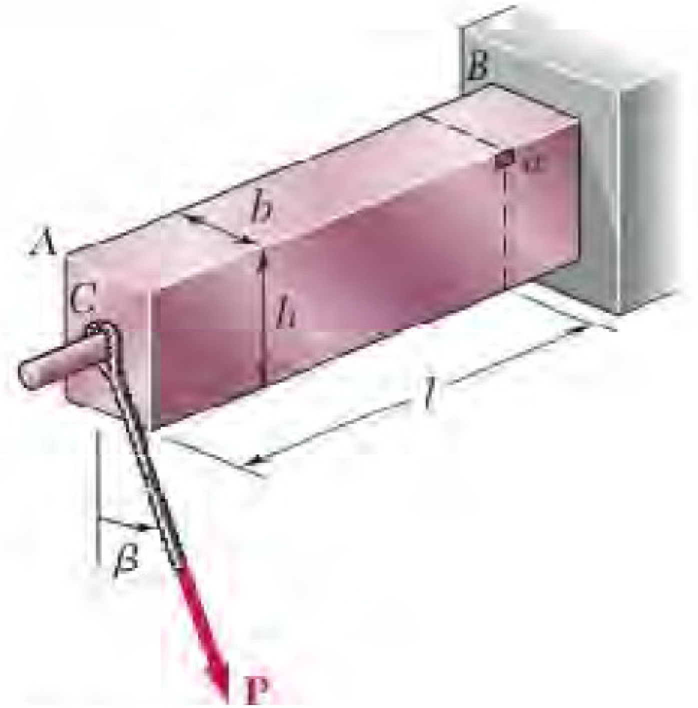


Tras placas, cada una de 13 mm de espesor, se sueldan para formar una viga en voladizo. Para las cargas que se muestran en la figura, determine los esfuerzos normal y cortante en los puntos a, b, c y d.
**Determinar el punto más desfavorable y aplicar los criterios de fluencia para materiales dúctiles.*



8.57 y 8.58

8.59

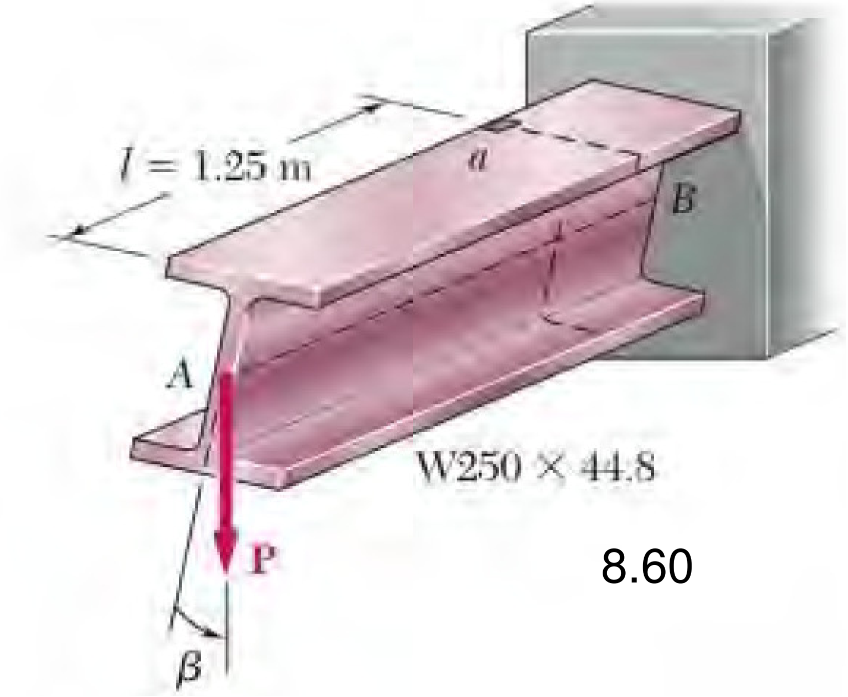


Se aplican cuatro fuerzas a una viga de acero laminado W200x41.7, como se muestra en la figura. Determinar las tensiones principales y la tensión cortante máxima en los puntos a y b.

Una fuerza **P** se aplica a una viga en voladizo por medio de un cable unido a un perno ubicado en el centro de su extremo libre. Si se sabe que **P** actúa en una dirección perpendicular al eje longitudinal de la viga, determinar:

a) La tensión normal en el punto a en función de las variables: *P, b, h, l* y β.
b) Los valores de β para los cuales la tensión normal en *a* es cero.

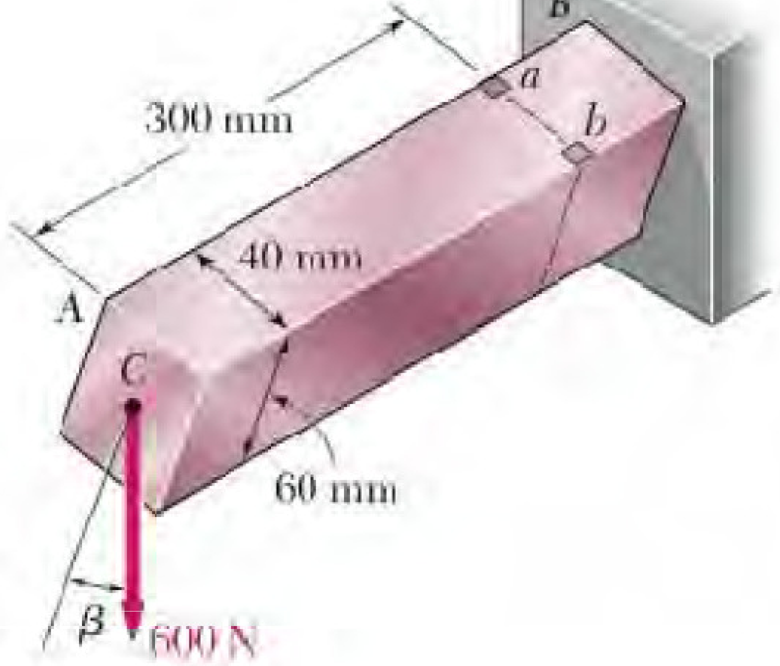
8.60



Se aplica una fuerza vertical **P** en el centro libre de una viga en voladizo *AB*.

a) Si la viga se instala con el alma vertical (β=0) y con su longitudinal AB en posición horizontal, calcular la magnitud de la fuerza P para la cual la tensión normal en el punto *a* es igual a +150MPa.
b) Repetir el apartado para un valor de β=3º.

8.76



La viga en voladizo *AB* se instalará de manera que el lado de 60 mm forme un ángulo β entre 0º y 90º con la vertical. Si se sabe que la fuerza vertical de 600 kN se aplica en el centro del extremo libre de la viga, determinar la tensión normal en el punto *a* cuando:

a) β=0º
b) β=90º
c) Determinar también el valor de para el cual la tensión normal en el punto a es máxima y encuentre el valor correspondiente de dicha tensión.

FIN TEMA 6

¿DUDAS Y/O SUGERENCIAS?