Tema 5
Teoría de hilos y cables

Máster Universitario en Ingeniería Industrial

Complemento de Formación

Índice

- Introducción
- Cables con cargas concentradas
- Cables con cargas distribuidas
- Cable parabólico
- Catenaria

•Se recomienda la consultar:

• Mecánica vectorial para ingenieros. Estática. Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston, David F. Mazurek y Elliot R. Eisenberg – Editorial McGrawHill, 9na Edición. Páginas de la 383 a la 407 (Cables).

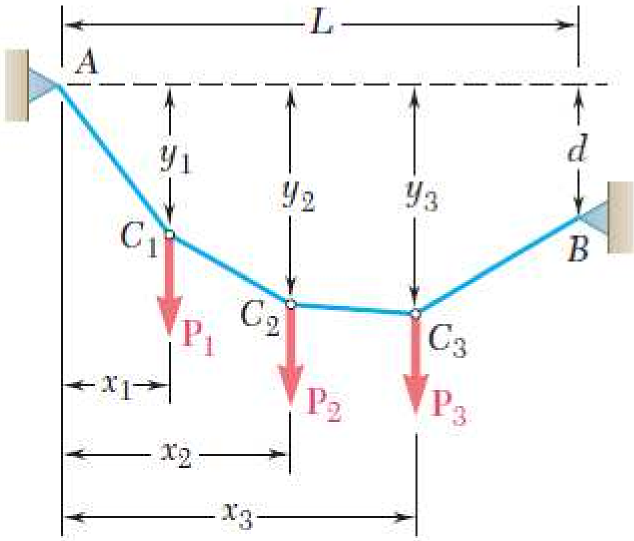
Introducción

Son elementos flexibles capaces de soportar solo tensión y están diseñados para soportar cargas concentradas y distribuidas. Los cables se utilizan en muchas aplicaciones de ingeniería, como en puentes colgantes y líneas de transmisión.

Cables con cargas concentradas

Se supone que el cable es flexible y sin masa (su resistencia a flexión y peso se pueden despreciar). Tramo entre dos fuerzas se considera recto y sometido a tracción en su misma dirección.

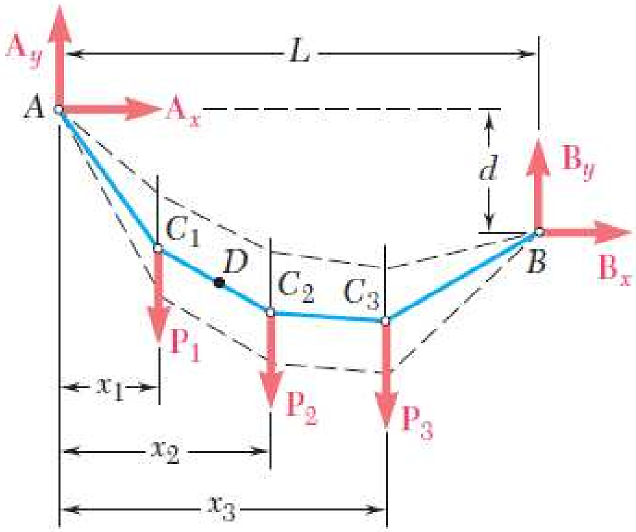
Se supone también que la distancia entre apoyo es conocida y que todas las cargas son verticales.



Objetivo: Determinar la forma del cable y las tensiones que soporta dado un dato adicional, que puede ser la posición de un nodo o la pendiente de un tramo.

Cables con cargas concentradas

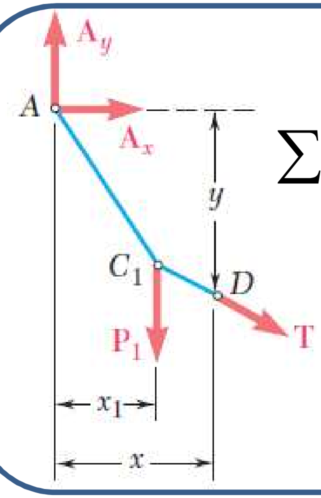
Lo primero que se hace es dibujar el diagrama de sólido libre. Se obtienen las tres ecuaciones de equilibrio (sistema indeterminado porque hay cuatro incógnitas)



$$\rightarrow \sum F_x = 0; A_X + B_X = 0$$

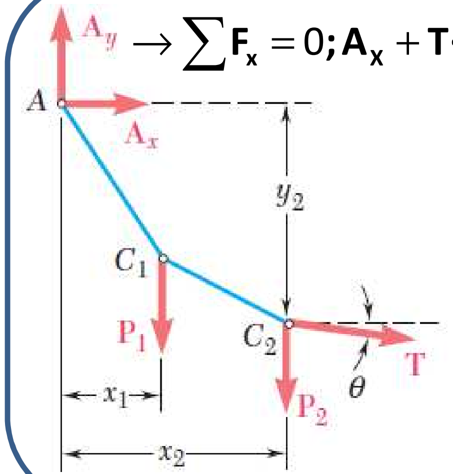
$$\uparrow \sum F_Y = 0; A_Y + B_Y - P_1 - P_2 - P_3 = 0$$

$$\sum M_B = 0; -A_Y \cdot L - A_X \cdot d + P_1(L - x_1) + P_2(L - x_2) + P_3(L - x_3)$$



$$\sum M_D = 0; -A_Y \cdot x - A_X \cdot y + P_1(x - x_1)$$

La condición adicional se obtiene con la posición o la pendiente en otro punto



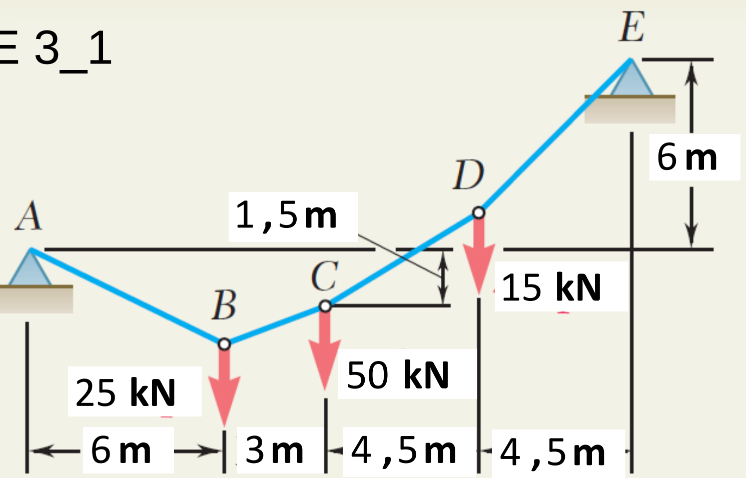
$$\rightarrow \sum F_x = 0; A_X + T \cdot \cos(\theta) = 0$$

¿T máxima?

Tramo con máxima pendiente

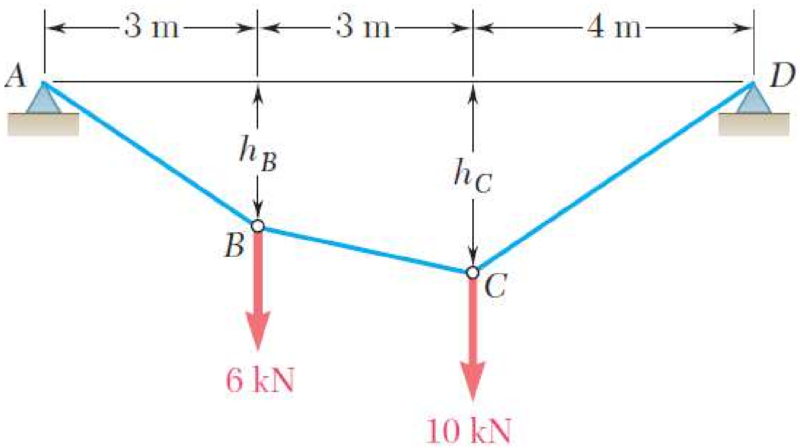
Cables con cargas concentradas

E 3_1



Se pide:
- Elevación de los puntos B y D.
- Tensión y pendiente máxima en el cable.

E 3_2

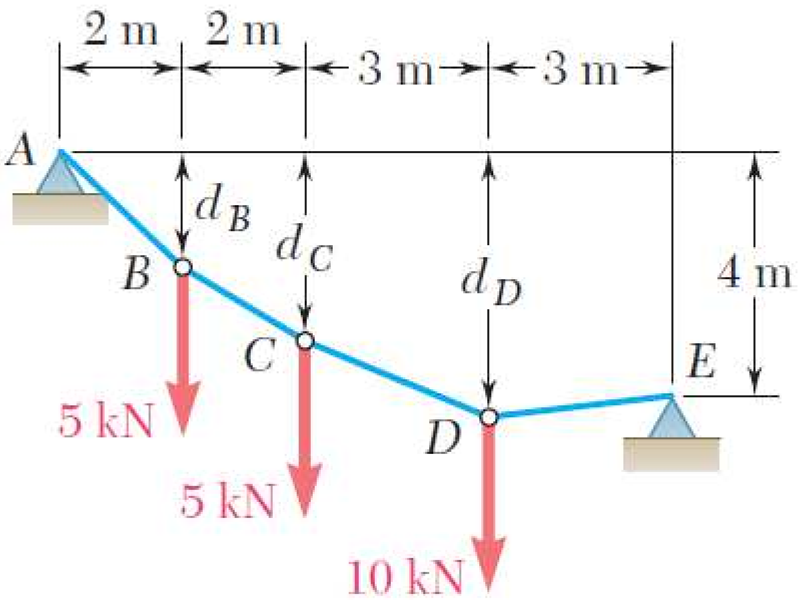


Si h_B=1,8m, se pide:
- h_C
- Componentes de la reacción en D.
- Valor máximo de la tensión en el cable

Si el valor máximo de T es igual 15 kN, se pide:
- h_B y h_C

Cables con cargas concentradas

E 3_3



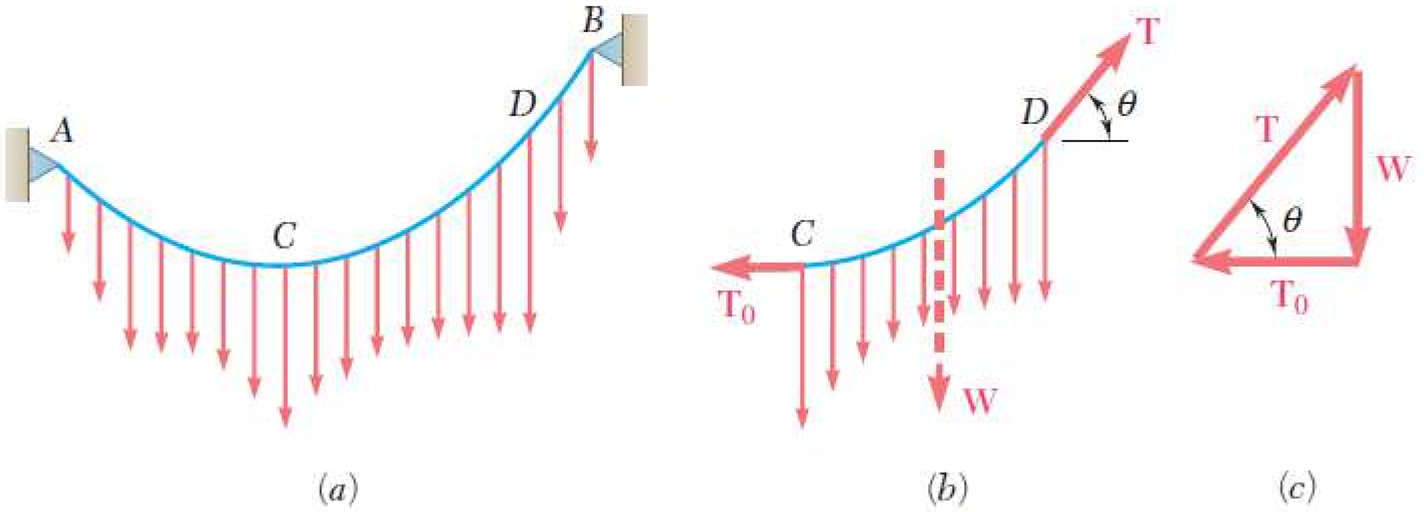
Si d_C=3 m, se pide:

- d_B y d_D
- Reacción en E

Si el tramo DE es horizontal, determinar:

- d_C
- Reacciones en A y E.

Cables con cargas distribuidas



Sumatorio de fuerzas

$$T = \sqrt{T_0^2 + W^2}$$

$$T \cdot \cos(\theta) = T_0$$

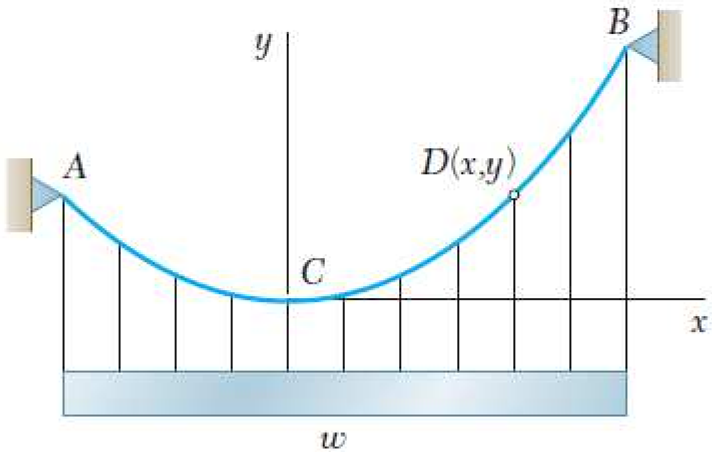
$$T \cdot \mathrm{sen}(\theta) = W$$

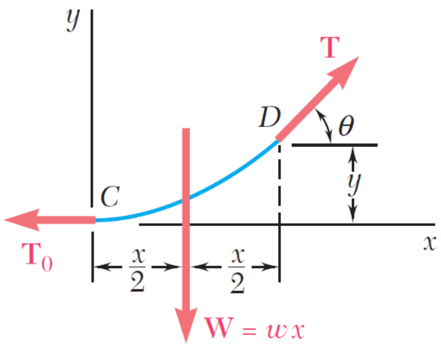
$$\tan(\theta) = \frac{W}{T_0}$$

* La tensión es mínima en el punto más bajo y máxima en el apoyo con mayor diferencia de altura.

Cable parabólico (caso particular de carga distribuida)

Carga distribuida de manera uniforme a lo largo de su horizontal. La carga por unidad de longitud (medida en forma horizontal) se representa por "w" y se expresa en N/m o Kg/m.





$$T = \sqrt{T_0^2 + (w \cdot x)^2}$$

$$\tan(\theta) = \frac{w \cdot x}{T_0}$$

$$\sum M_D = 0; w \cdot x \frac{x}{2} - T_0 \cdot y = 0$$

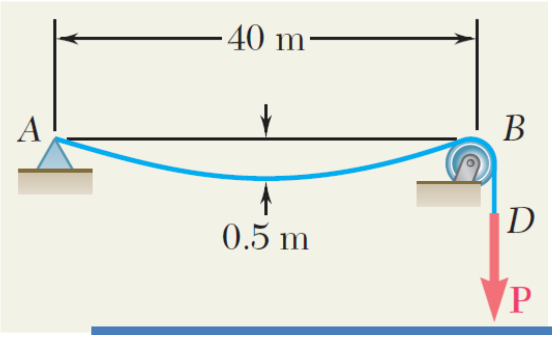
Es necesario conocer algún dato más.
Por ejemplo, la altura del punto más bajo

$$y = \frac{w \cdot x^2}{2 \cdot T_0}$$

Ecuación de una parábola

Cables con cargas distribuidas

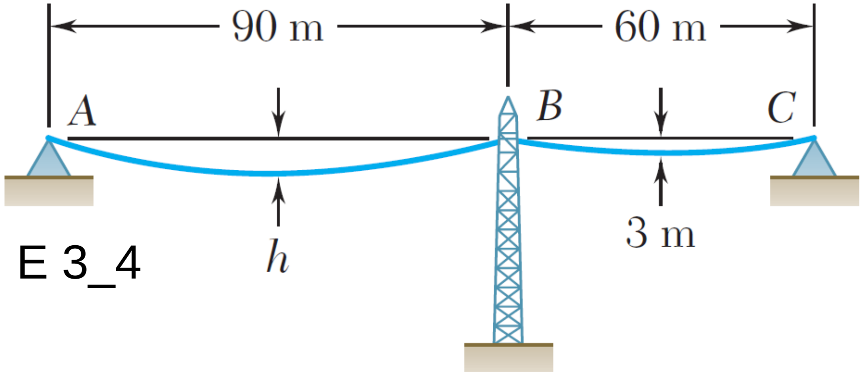
Resuelto 7_9



Si w=75 kg/m, obtener:

- P
- Pendiente del cable en B
- Longitud del cable AB

Suponer cable parabólico y despreciar el tramo entre B y D

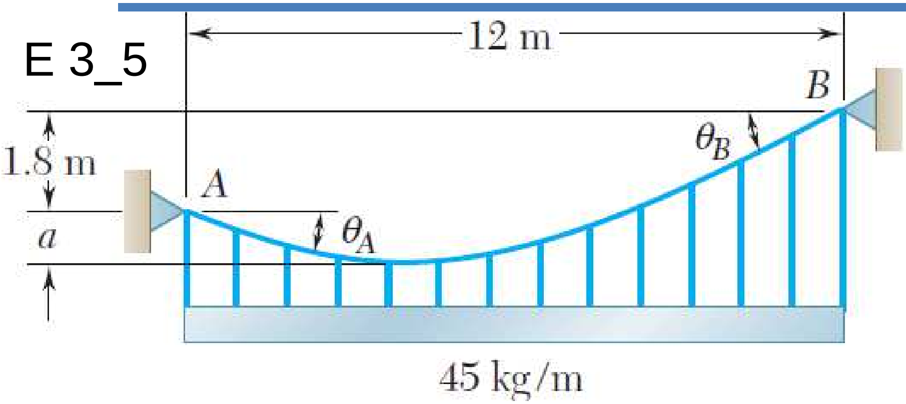


E 3_4

Si la componente horizontal en B es cero y w=0,4 kg/m, determinar:

- h y l tensión máxima en el cable.

E 3_5



Si θ_B=35º, determinar:

- Tensión máxima en el cable y a.

Si a=0,6 m, determinar:

- θ_B y la tensión máxima en el cable

Catenaria

Carga distribuida a lo largo del cable. Si la tensión en los extremos es suficientemente grande, se puede aproximar al caso parabólico.

$$T = \sqrt{T_0^2 + (w \cdot s)^2}$$

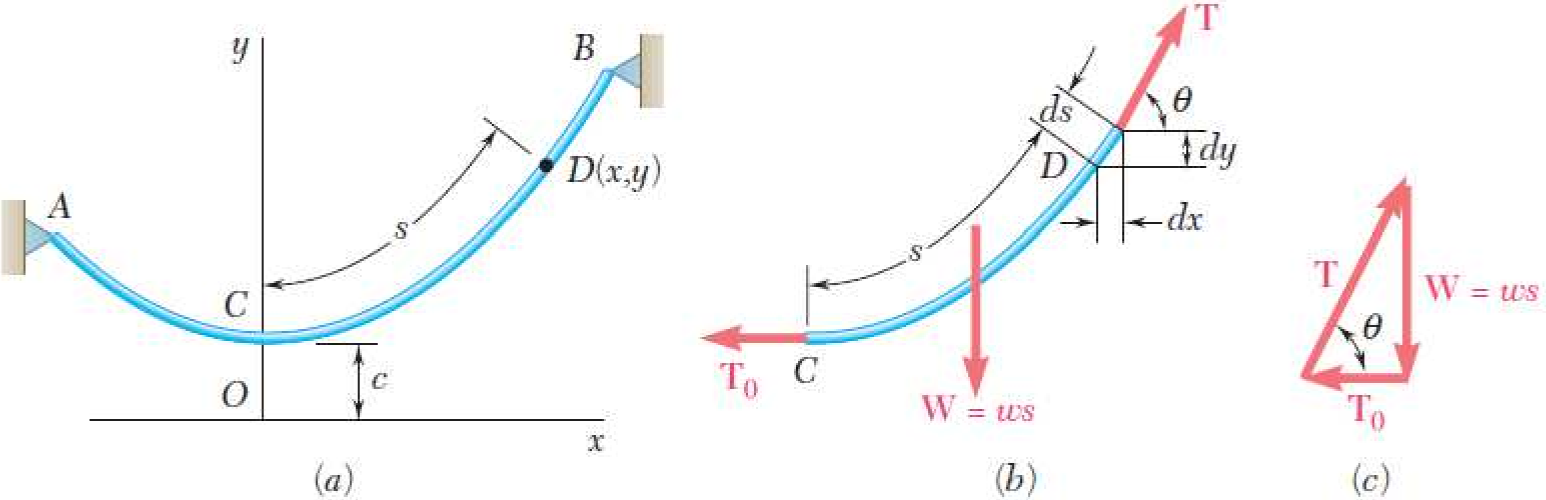
$$T_0 = w \cdot c \qquad W = w \cdot s \qquad T = w \cdot \sqrt{c^2 + s^2}$$

$$x = c \cdot \operatorname{senh}^{-1} \frac{s}{c} \qquad s = c \cdot \operatorname{senh} \frac{x}{c} \qquad y = c \cdot \cosh \frac{x}{c}$$

$$y^2 - s^2 = c^2$$

$$T = w \cdot y$$

$$h = y_A - c$$



Catenaria

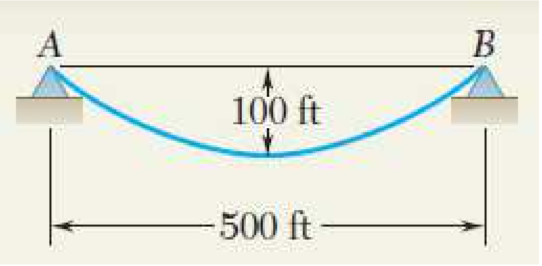
Ciertos problemas sobre catenarias involucran ecuaciones trascendentes, las cuales deben resolverse por medio de aproximaciones sucesivas. En la parte práctica del tema se verá un ejemplo de cómo programar esto con Matlab.

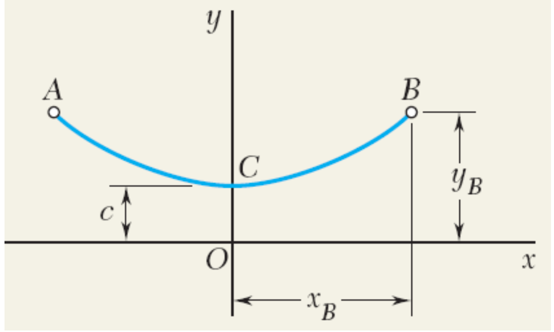
Si los cables están suficientemente tensos, una catenaria se puede aproximar por un cable parábolico.

Catenaria

```
%Ejemplo resuelto 7.10. En el libro se utilizan cálculos iterativos Aquí se
%utiliza la función fzero.
clear all;close all;clc
global a tram1
%Datos
tram1=500;
a=100;%Altura del punto más bajo respecto a los extremos (que están a la
%misma altura)
w=3;%(en unidades de fuerza/distancia)
%En los problemas de catenarias se coloca el origen en el punto más bajo.
%Así, el extremo B tiene las siguientes coordenadas:
%xB=tram1/2;
%yB=a+c;
%La ecuación del cable es: y=c*cosh(x/c);
%Esta ecuación se puede resolver numéricamente como sigue:
c_sol=fzero(@catenaria,200)

%La tensión mínima se puede obtener como:
T0=w*c_sol
%La tensión máxima estará en los extremos. Por ejemplo, si se obtiene la
%del extremo B
yB=a+c_sol;
Tmax=w*yB
%La longitud del cable se obtiene:
sCB=sqrt(yB^2-c_sol^2);
s=2*sCB
```





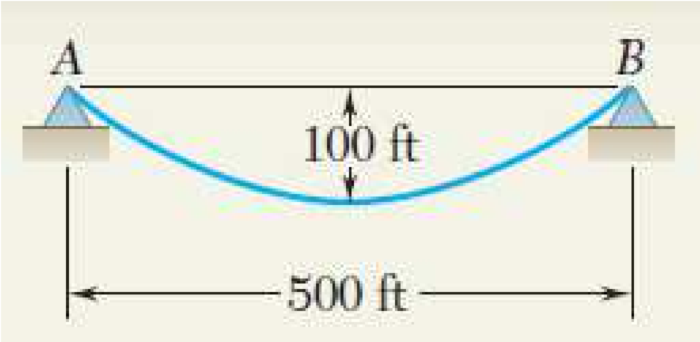

```
%Resolver la ecuación de la catenaria
%clear all;close all;clc
function c_coor = catenaria(c)
global a tram1
c_coor=a+c-c*cosh((tram1/2)/c);
```

$$y = c \cdot \cosh \frac{x}{c}$$

$$100 + c - c \cdot \cosh \frac{500/2}{c} = 0$$

Catenaria

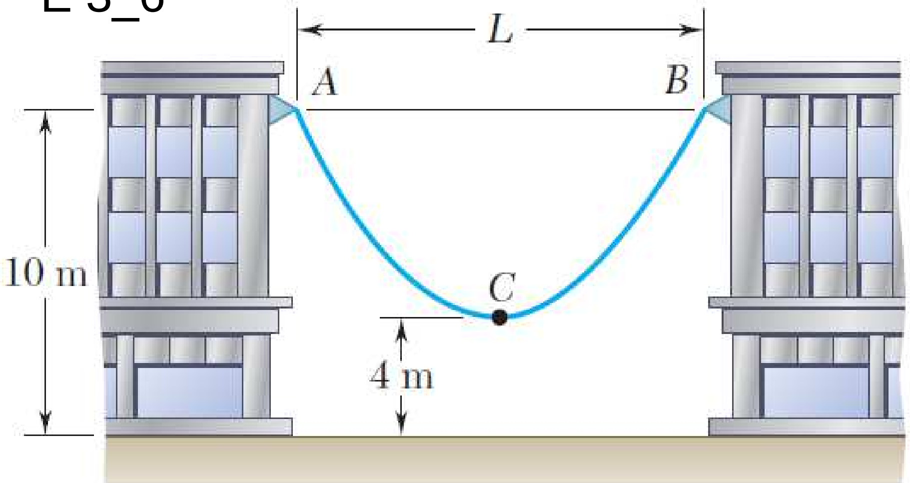
E_Resuelto_7_10



Un cable uniforme que pesa 3 lb/ft se suspende entre dos puntos A y B, como se muestra en la figura. Determinar:

a) Los valores de la tensión máxima y mínima del cable.
b) La longitud del cable.

E 3_6

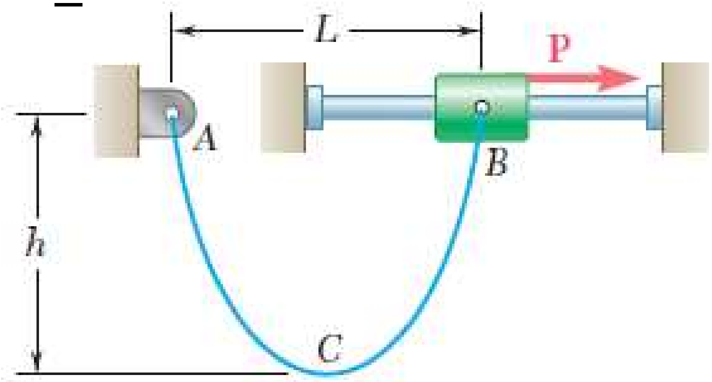


Un cable de 30 m cuelga entre dos edificios (ver figura). Si la tensión máxima es igual a 500 N, obtener:

- Distancia entre los dos edificios
- Masa total del cable

Catenaria

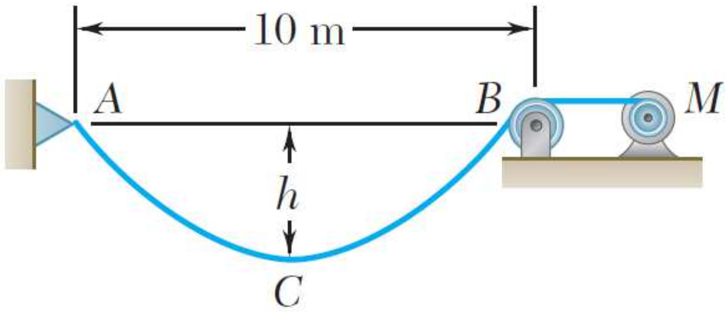
E 3_7



Si el cable mide 20 m y su masa por unidad de longitud es 0,2 kg/m, obtener, despreciando la fricción en b, lo siguiente:

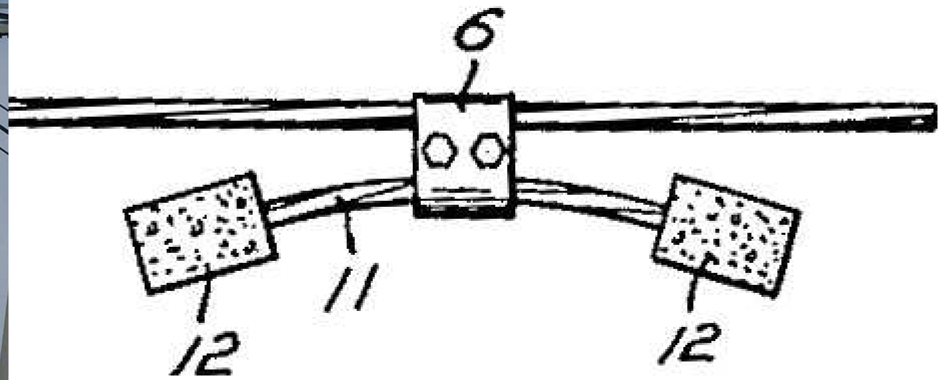
- h y P para que L=15 m..

E 3_8



Si la masa por unidad de longitud del cable es 0,4 kg/m, determinar la tensión máxima del cable para que h = 5 m.

Catenaria (curiosidad)



http://en.wikipedia.org/wiki/Stockbridge_damper

http://www.vibrationdata.com/Newsletters/May2006_NL.pdf

FIN CLASE TEMA 5

¿DUDAS Y/O SUGERENCIAS?