Tema 8. Interferencia y difracción.

Problemas resueltos.

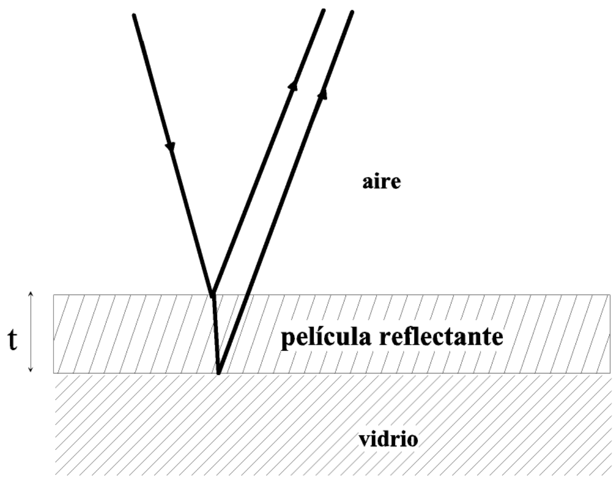
Problema 1.- Se utiliza una capa muy fina de un material transparente con un índice de refracción de 1,3 como recubrimiento antirreflejante de la superficie de un vidrio de índice de refracción 1,5. ¿Cuál deberá ser el espesor para que la película no refleje la luz de 600 nm de longitud de onda?

Solución: Suponemos que la incidencia de la luz es casi perpendicular a la superficie.

El rayo que incide desde el aire se refleja en la superficie superior de la película y experimenta un cambio de fase de 180°. La mayor parte de la luz entra en la película y es parcialmente reflejada en la superficie inferior película-vidrio. También existe cambio de fase en esta reflexión, ya que el índice refracción del vidrio es mayor que el de la película. Por tanto la diferencia de fase es 360°. Como la longitud de onda en la película es $\lambda_{pelicula} = \lambda/n_{pelicula}$, la diferencia de camino óptico es $\Delta r = 600/1,3 = 400$ nm.

Para que la película no refleje la luz, la diferencia de caminos debe ser destructiva, así que se requiere que $\Delta r = \frac{1}{2}\lambda, 2t = \frac{3}{2}\lambda, 2t = \frac{5}{2}\lambda, \ldots$. Tomando el primer valor,

$$2t = \frac{1}{2}\lambda_{pelicula} \Rightarrow t = \frac{1}{4}\lambda_{pelicula} = 100 \text{ nm}$$



Nota: El rayo incidente y los rayos reflejados son casi perpendiculares a la película. La onda reflejada en la superficie inferior debe recorrer una distancia adicional aproximadamente igual a $2t$.

Problema 2.- Dos rendijas estrechas separadas una distancia de 1,0 mm se iluminan con luz, casi monocromática, de longitud de onda λ_0, produciendo un diagrama de franjas, cuyas bandas oscuras consecutivas se encuentran separadas 5,6 mm. Si la distancia entre los planos con las rendijas y la pantalla de observación es de 10 m, ¿cuál es la longitud de onda de la luz?

Solución:

La distancia entre las franjas es $y_{m+1} - y_m = \lambda L/d$, de aquí se obtiene

$$\lambda_0 = \frac{(y_{m+1} - y_m)\, d}{L} = \frac{\left(1 \times 10^{-3}\right)\left(5{,}6 \times 10^{-3}\right)}{10} = 5{,}6 \times 10^{-7} \text{ m} = 560 \text{ nm}$$

Problema 3.- Determinar la mínima separación angular entre dos estrellas que brillan igual que puede ser resuelta, en el sentido del criterio de Rayleigh, por el Gran Telescopio CANARIAS (GTC) de 10,4 m de diámetro, suponiendo una longitud de onda de $\lambda = 550$ nm.

Solución:

$$\theta c \approx 1{,}22\frac{\lambda}{D} = 1{,}22\frac{550 \times 10^{-9}}{10{,}4} = 6{,}45 \times 10^{-8}\text{rad}$$

o bien 0.0013 segundos de arco. Como comparación, tengamos en mente que por ejemplo el diámetro de Marte visto desde la Tierra es de unos 18 segundos de arco.

Sugerencia: resuelva los problemas similares del libro de Tipler, 33.61 y 33.62.

Problema 4.- Se hace incidir un haz de luz roja ($\lambda_0 = 650$ nm) perpendicularmente sobre una película muy fina (y de grosor constante) de aceite sobre agua (cuyo índice de refracción es $n = 1{,}52$).
(a) ¿Cuál es el grosor mínimo de aceite que permite la aparición de interferencia constructiva?
(b) ¿Qué otros grosores de dicha capa permitirían también interferencia constructiva?
(c) En caso de utilizar luz blanca, incidiendo también perpendicularmente sobre el aceite. ¿sería necesario tener grosores tan bien definidos como en el caso de la luz roja mencionada?
(d) Si se utiliza luz blanca, ¿de qué manera se podría conseguir algún tipo de interferencia constructiva si tenemos un grosor de aceite distinto a los calculados en (a) y (b)?

Solución:

(a) El mínimo grosor es un cuarto de onda, correspondiendo a la longitud de onda dentro del aceite, esto es,

$$d = \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda_0}{4n} = 107\,\text{nm}$$

(b) Si se añade una longitud de onda completa al recorrido que hace la luz dentro de la capa no hay cambio de fase. Eso corresponde a $\lambda/2$ en cada grosor. Por consiguiente, los grosores de capa posibles son aquellos que cumplan que

$$d = \frac{\lambda_0}{4n} + \frac{m\lambda}{2},$$

con m un entero cualquiera.

(c) No, porque la luz blanca tiene un continuo de longitudes de onda, de manera que habrá interferencia constructiva para aquella longitud de onda que corresponda con el grosor de la capa de aceite

(d) Normalmente, la capa de aceite no será uniforme, de manera que longitudes de onda que presentan interferencia constructiva serán distintas en las diferentes zonas de la lámina aceitosa.

Y eso es lo que permite que con un haz de luz blanca se consiga ver interferencia constructiva para distintas longitudes de onda. El resultado es que se observa un conjunto de distintos colores brillantes en una mancha de aceite sobre agua, debido a que bien el grosor de la capa es variable, o bien a que variemos nosotros el ángulo de visión de la mancha de aceite.

Problema 5.- Se coloca una pantalla a una distancia de $1,5$ m de una doble rendija, y paralelamente a las mismas. Las rendijas están separadas una $0,005$ mm y el haz luminoso incide perpendicularmente sobre ellas. Se observan interferencias, siendo $4,6$ cm la distancia entre la franja brillante que corresponde al segundo orden y la franja central.
(a) ¿Cuál es la longitud de onda de la luz que se está utilizando en el experimento?
(b) ¿Cuál es la distancia entre las dos primeras franjas brillantes?
(c) ¿Cuál es la distancia entre la tercera y la cuarta franjas brillantes?

Solución:

(a) La longitud de onda se puede obtenre de la posición del dato de la posición de la segunda franja brillante:

$$y_{\text{brillante}} = \frac{\lambda L}{d} n \qquad \Longrightarrow \qquad \lambda = \frac{y_{\text{brillante}} d}{L n} = 767\,\text{nm}$$

(b) La distancia entre dos líneas brillantes consecutivas (en este caso la primera y la segunda) es

$$\Delta y = y_{n+1} - y_n = \frac{\lambda L(n+1)}{d} - \frac{\lambda L n}{d} = \frac{\lambda L}{d} = 2{,}3\,\text{cm}$$

(c) La misma, ya que la distancia entre las líneas brillantes consecutivas es una constante.

$$\Delta y = y_{n+1} - y_n = \frac{\lambda L(n+1)}{d} - \frac{\lambda L n}{d} = \frac{\lambda L}{d} = 2{,}3\,\text{cm}$$

Problema 6.- Supongamos que la pantalla de un monitor de ordenador tiene los *píxeles* separados 0.2 mm. El diámetro de la pupila puede estimarse en 3.0 mm. ¿Cuál es la distancia más pequeña a la que se empiezan a notar los píxeles individualmente, si es una zona de la pantalla que emite luz roja de 650 nm?

Solución:

El criterio de Rayleigh para resolver dos fuentes luminosas nos dice que

$$\theta_{min} = 1{,}22 \frac{\lambda}{D} = 2{,}64 \times 10^{-4}\,\text{rad.}$$

La distancia correspondiente a la pantalla es

$$r_{min} = \frac{s}{\theta_{min}} = 76\,\text{cm.}$$

Pregunta: La distancia a la que se pueden ver los píxeles de color azul, ¿será mayor o menor que la anteriormente calculada?

Verifique, por otra parte, si esa distancia coincide aproximadamente con la que observa en su monitor. ¿a qué atribuiría usted las posibles diferencias?