

TEMA 3: ESTRUCTURAS PLANAS

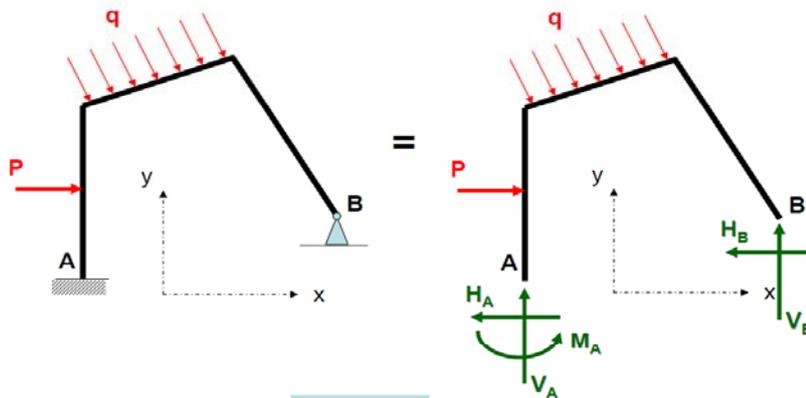
CONCEPTOS GENERALES

Las **estructuras planas** son aquellas estructuras compuestas por una serie de elementos, contenidos en el plano, unidos entre sí en sus extremos, de forma que constituyan un entramado "rígido", entendiéndose como tal aquél que no tiene más movimiento que el producido por las deformaciones (pequeñas y elásticas) de las barras.

Dependiendo del tipo de unión entre los elementos, las estructuras se clasifican en: **articuladas** o **reticuladas**.

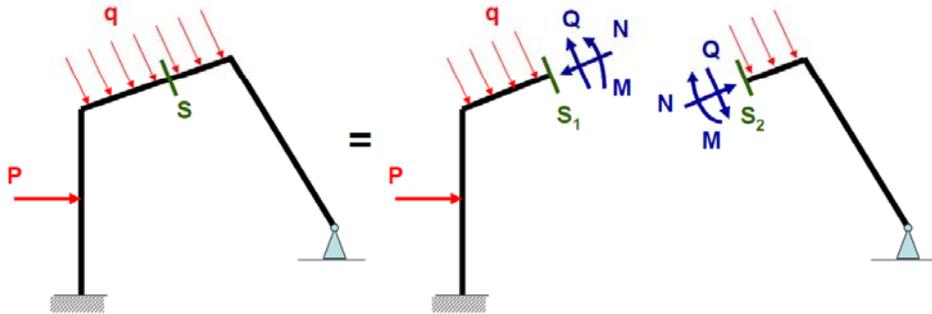
También dependiendo del tipo de unión y la posición y características de las cargas, aparecerán un tipo u otro de esfuerzos internos en los elementos de la estructura.

Conceptos generales: reacciones externas

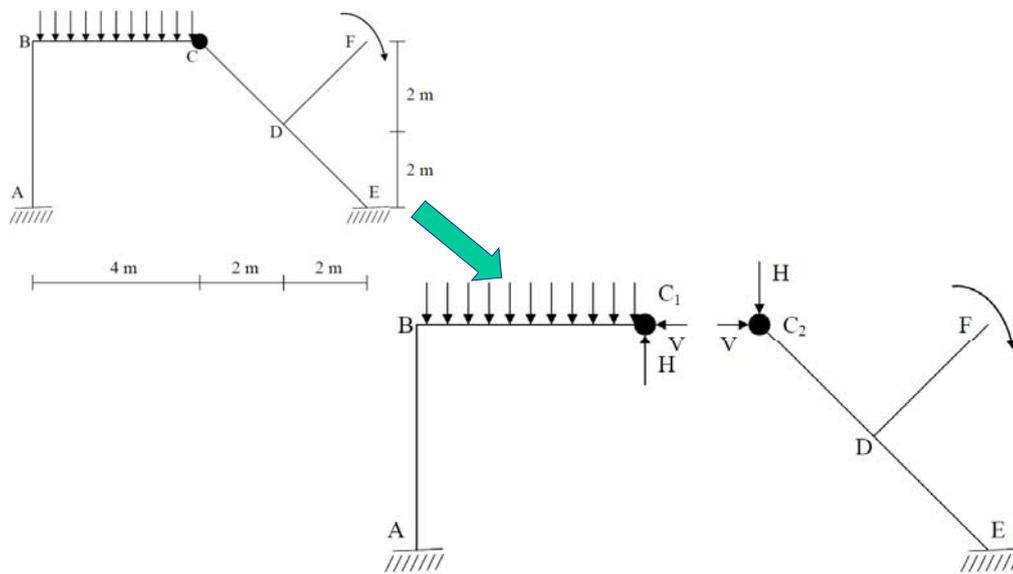


$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum M &= 0\end{aligned}$$

Conceptos generales: esfuerzos



Conceptos generales: descomposición de una estructura en elementos

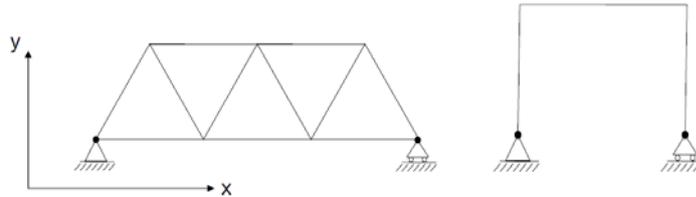


Conceptos generales: isostatismo e hiperestatismo en estructuras de barras

"Visión externa" del sistema estructural

Se define como "visión externa" de la estructura o sistema de barras, su visión como cuerpo rígido cuyos 3 grados de libertad (en el plano) están restringidos por los apoyos o coacciones externas.

Cualquiera de las estructuras que, como ejemplo, se esquematizan en la figura:



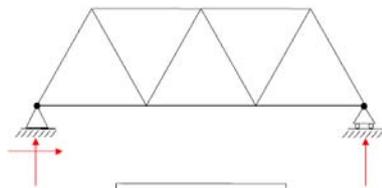
pueden considerarse como cuerpos rígidos de 3 g.d.l. con tres coacciones externas y ser calificadas, en consecuencia, como isostáticas externas.

Con sólo las tres ecuaciones de la estática, correspondientes al caso plano, se pueden Determinar las "reacciones externas":

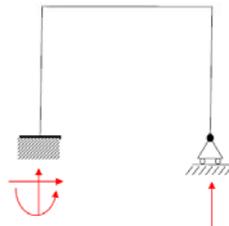
$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_z = 0$$

Conceptos generales: isostatismo e hiperestatismo en estructuras de barras

Se define como **Grado de Hiperestatismo Externo (G.H.E.)** la diferencia entre el número de coacciones externas (C.E.) y el número de grados de libertad externos (G.D.L.E. (=3))



CE=3
GDLE=3
GHE=0 (estructura isostática externa)

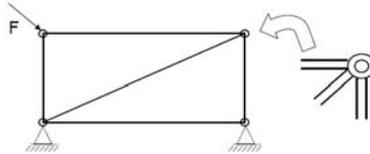


CE=4
GDLE=3
GHE=1 (estructura hiperestática externa)

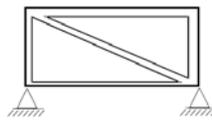
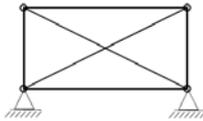
Conceptos generales: isostatismo e hiperestatismo en estructuras de barras

“Visión interna” del sistema estructural

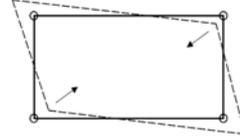
Cuando los **enlaces internos** son los **estrictamente necesarios** para impedir los movimientos relativos entre los cuerpos (barras), que producirían las cargas actuantes sobre el sistema estructural, se pueden determinar las **reacciones internas** mediante las **ecuaciones de equilibrio** aplicadas a los nudos. El sistema se dice, entonces, que es **internamente isostático**.



Si hay más enlaces internos que los necesarios, el sistema se dice que es internamente hiperestático:

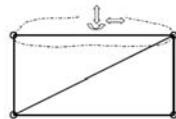


Si hay menos enlaces internos que los necesarios el sistema se dice que es internamente deformable o mecanismo:



Conceptos generales: isostatismo e hiperestatismo en estructuras de barras

Grados de libertad internos.- Los grados de libertad internos están asociados al número de barras que constituyen la estructura; si éstas estuviesen sueltas, el número total de grados de libertad internos sería $3n$; dado que, al estar unidas, constituyen un sólido rígido con 3 grados de libertad (ya considerados como externos), el número de grados de libertad internos es, pues, $3n-3$.



$3n$ (barras) → 3 gdl's como sólido rígido
 → $3n-3$ GDLI

Se define como **Grado de Hiperestatismo Interno** la diferencia entre el número C_i de coacciones internas y el número G.D.L.I. de grados de libertad internos

Coacciones internas

Las coacciones internas (o impedimentos a ejercitar los grados de libertad internos) están asociados con las ligaduras existentes entre las barras entre sí en los nudos. Para el análisis de estas coacciones en cada nudo se han de considerar dos parámetros: el número de barras que confluyen en el nudo y el sistema de unión barra- nudo (rótulas o empotramiento).

(a) 2 vigas articuladas entre sí



La articulación le “quita” a cada barra 2 traslaciones (total $2n$); pero el eje de la articulación conserva esos dos grados de libertad con lo que las coacciones son $2n-2=2(n-1)$; en este caso de dos barras, el número de coacciones es $2(2-1)=2$

(b) 3 vigas articuladas entre sí



Con el mismo razonamiento que el utilizado en el caso anterior, se llega a que el número de coacciones es $2n-2=2(n-1)$; en este ejemplo de tres barras, el número de coacciones resulta $2(3-1)=4$

(c) 2 barras empotradas entre sí



El empotramiento le “quita” a cada barra los tres g.d.l. (total $3n$); pero el eje del empotramiento conserva esos tres g. d. l. Con lo que las coacciones son $3n-3=3(n-1)$; en este caso de dos barras, el número de coacciones es $3(2-1)=3$

Coacciones internas

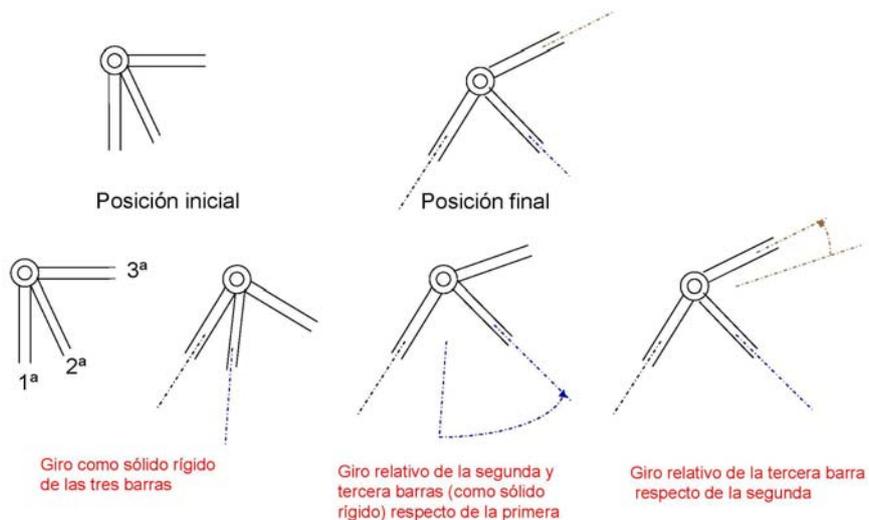
Las coacciones internas (o impedimentos a ejercitar los grados de libertad internos) están asociados con las ligaduras existentes entre las barras entre sí en los nudos. Para el análisis de estas coacciones en cada nudo se han de considerar dos parámetros: el número de barras que confluyen en el nudo y el sistema de unión barra-nudo (rótulas o empotramiento).

Caso de dos barras articuladas entre sí:



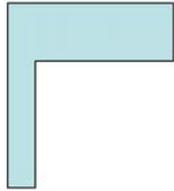
La articulación le "quita" a cada barra 2 traslaciones (total $2n$); pero el eje de la articulación conserva esos dos grados de libertad con lo que las coacciones son $2n-2=2(n-1)$; en este caso de dos barras, el número de coacciones es $2(2-1)=2$

Caso de tres barras articuladas entre sí



Con el mismo razonamiento que el utilizado en el caso anterior, se llega a que el número de coacciones es $2n-2=2(n-1)$; en este ejemplo de tres barras, el número de coacciones resulta $2(3-1)=4$

Caso de dos vigas empotradas entre sí

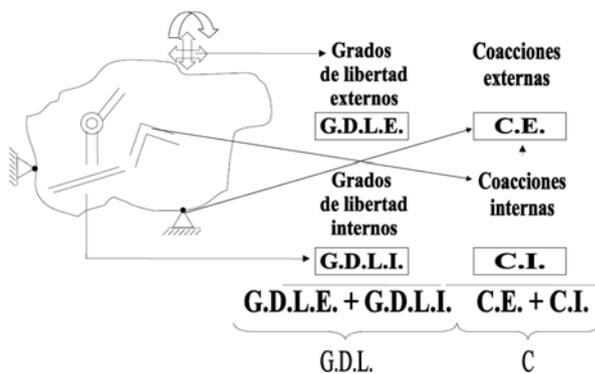


El empotramiento le "quita" a cada barra los tres g.d.l. (total $3n$); pero el eje del empotramiento conserva esos tres g. d. l. Con lo que las coacciones son $3n-3=3(n-1)$; en este caso de dos barras, el número de coacciones es $3(2-1)=3$

Se define como **Grado de Hiperestatismo Interno** la diferencia entre el número C_i de coacciones internas y el número G.D.L.I. de grados de libertad internos

Conceptos generales: isostatismo e hiperestatismo en estructuras de barras

"Visión global" del sistema



Grado de hiperestatismo

Se define como Grado de Hiperestatismo como la diferencia entre el número C de coacciones tanto internas como externas y el número G.D.L. de grados de libertad tanto internos como externos.

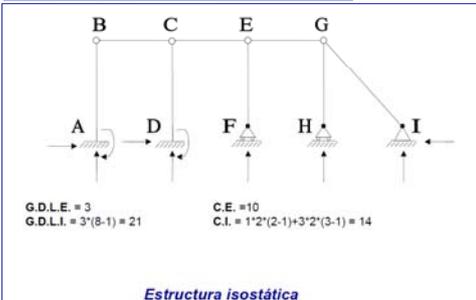
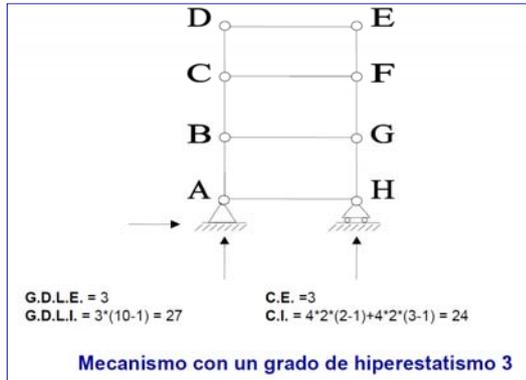
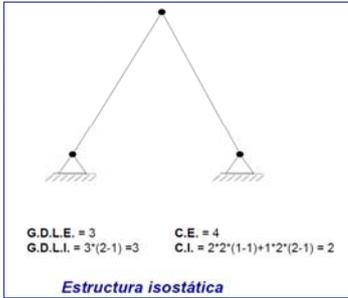
Si el grado de hiperestatismo así calculado es:

- > 0 la estructura es hiperestática
- < 0 la estructura es un mecanismo

Si el **grado de hiperestatismo** así calculado es **cero**, no puede afirmarse que la estructura sea isostática pues podrían existir vínculos externos superabundantes y ser internamente deformable o viceversa.

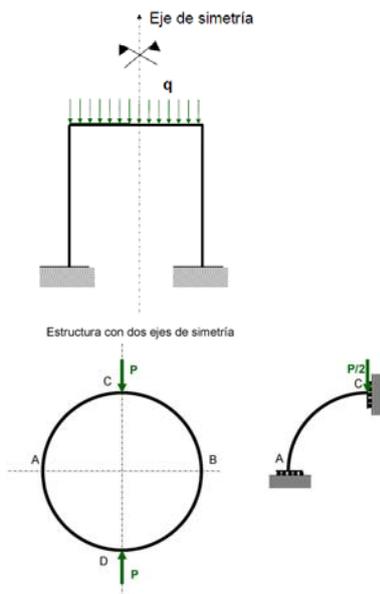
Conceptos generales: isostatismo e hiperestatismo en estructuras de barras

Ejemplos

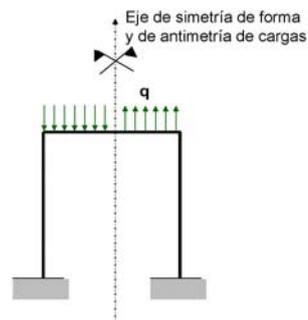


Simetría y antimetría en estructuras de barras

CASO 1: ESTRUCTURA SIMÉTRICA RESPECTO DE UN EJE CON SIMETRÍA DE CARGAS RESPECTO DE ESE EJE

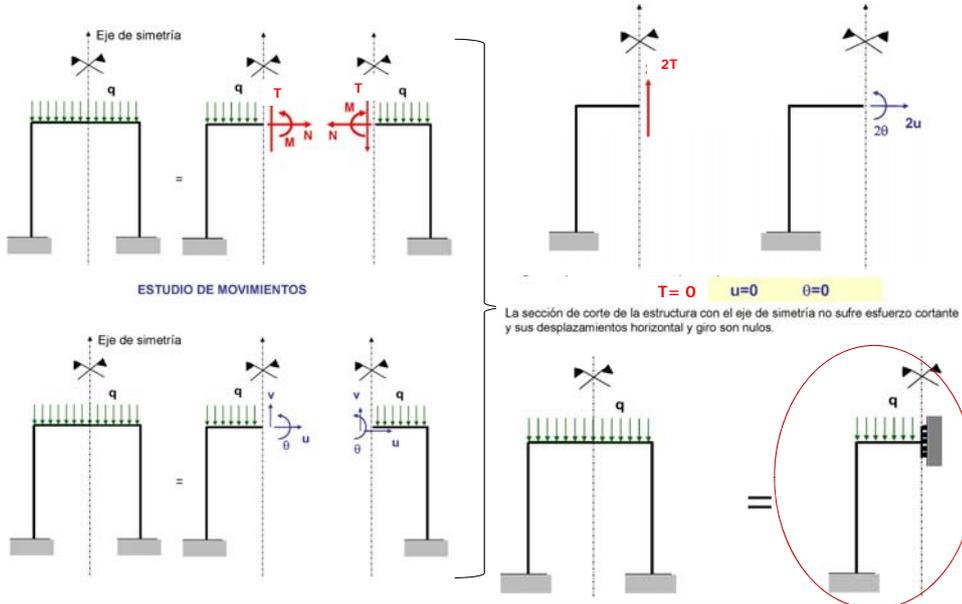


CASO 2: ESTRUCTURA SIMÉTRICA RESPECTO DE UN EJE CON ANTIMETRÍA DE CARGAS RESPECTO DE ESE EJE



CASO 1: ESTRUCTURA SIMÉTRICA RESPECTO DE UN EJE CON SIMETRÍA DE CARGAS RESPECTO DE ESE EJE

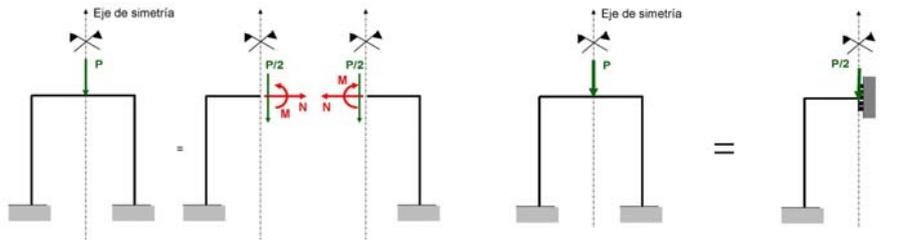
ESTUDIO DE ESFUERZOS



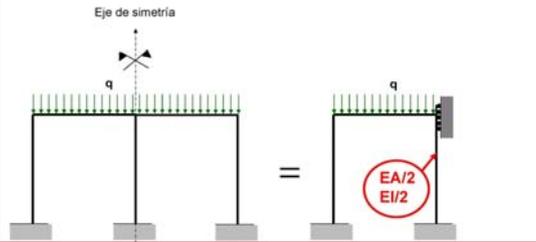
CASO 1: ESTRUCTURA SIMÉTRICA RESPECTO DE UN EJE CON SIMETRÍA DE CARGAS RESPECTO DE ESE EJE

Casos especiales

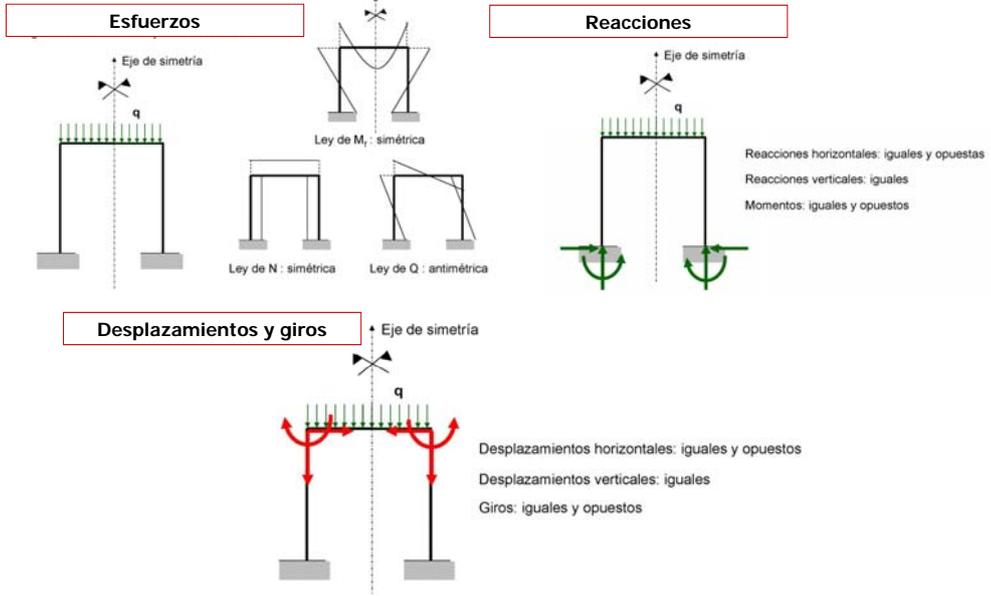
¿Es siempre nulo el esfuerzo cortante en la sección de corte con el eje de simetría?



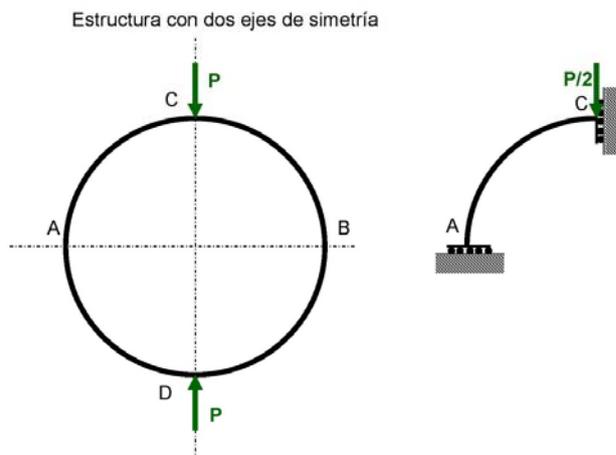
¿Qué ocurre si existe una barra coincidente con el eje de simetría?



CASO 1: ESTRUCTURA SIMÉTRICA RESPECTO DE UN EJE CON SIMETRÍA DE CARGAS RESPECTO DE ESE EJE

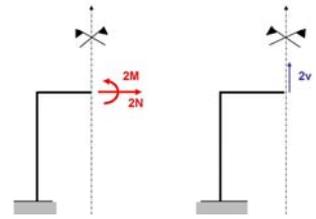
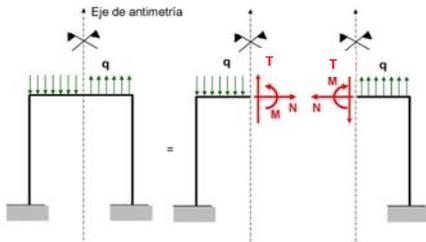


Simetría y antimetría en estructuras de barras



CASO 2: ESTRUCTURA SIMÉTRICA RESPECTO DE UN EJE CON ANTIMETRÍA DE CARGAS RESPECTO DE ESE EJE

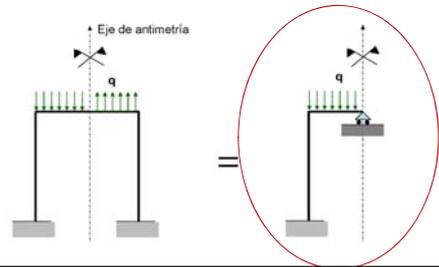
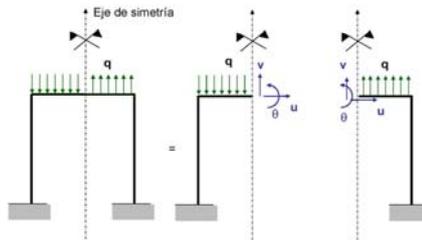
ESTUDIO DE ESFUERZOS



$M=0$ $N=0$ $v=0$

La sección de corte de la estructura con el eje de antisimetría no sufre esfuerzo axial ni momento flector y su desplazamiento vertical es nulo.

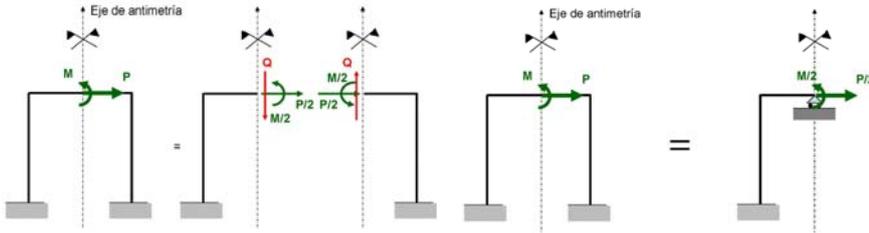
ESTUDIO DE MOVIMIENTOS



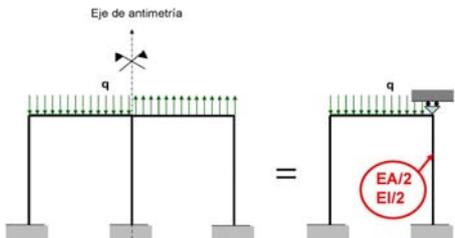
CASO 2: ESTRUCTURA SIMÉTRICA RESPECTO DE UN EJE CON ANTIMETRÍA DE CARGAS RESPECTO DE ESE EJE

Casos especiales

¿Es siempre nulo el esfuerzo axial y el momento flector en la sección de corte con el eje de antisimetría?



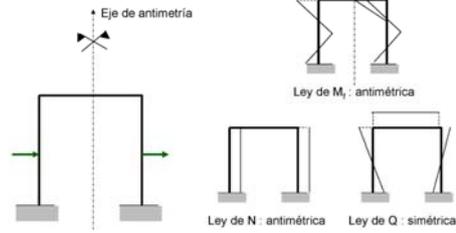
Caso de que exista una barra coincidente con el eje de antisimetría



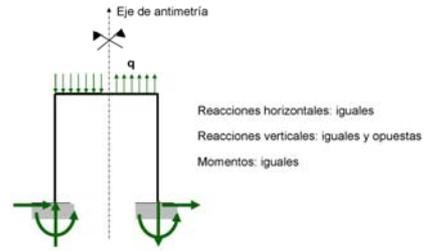
CASO 2: ESTRUCTURA SIMÉTRICA RESPECTO DE UN EJE CON ANTIMETRÍA DE CARGAS RESPECTO DE ESE EJE

Esfuerzos

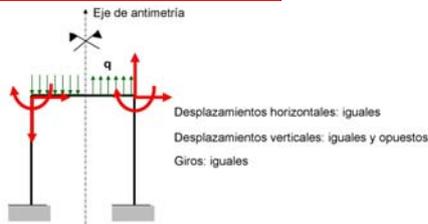
¿Qué ocurre con las leyes de esfuerzos?



Reacciones

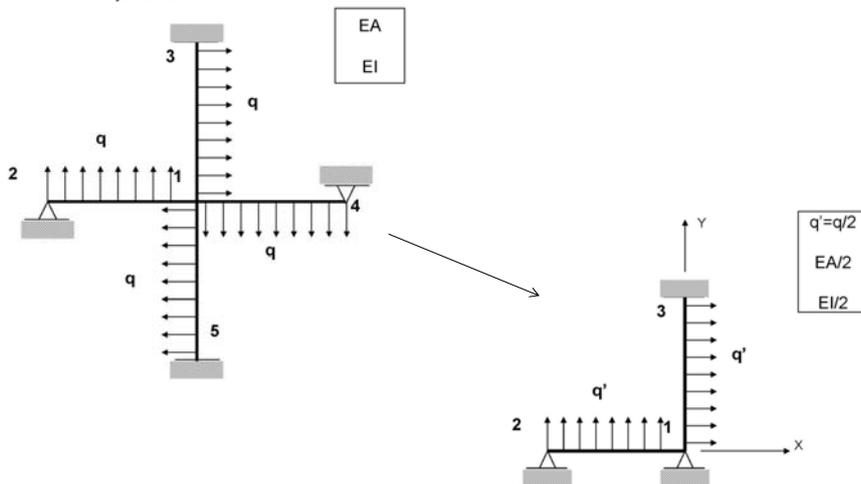


Desplazamientos y giros



Simetría y antimetría en estructuras de barras

Estructura con dos ejes de antisimetría



DESCOMPOSICIÓN DE UNA ESTRUCTURA SIMÉTRICA DE FORMA EN DOS CASOS: SIMÉTRICO Y ANTIMÉTRICO

