

# Examen

## Tema 1 CMTC, Probabilidades y Estadística II

Graduado/a en Ingeniería Informática

Viernes 24 de Octubre de 2014, Tiempo: 110 minutos.

Instrucciones: Realizar cada problema en hojas diferentes y poner nombre, apellidos y n<sup>o</sup> de matrícula en todas las hojas. Se pueden utilizar libros y/o apuntes.

**Problema-1** Consideremos un sistema con  $M$  servidores  $A, B, \dots$ , independientes. Cada servidor tiene  $N$  procesadores:  $PA1, PA2, \dots, PAN; PB1, PB2, \dots, PBN; \dots$

El sistema procesa peticiones de los clientes mediante programas que atienden en un servidor. Las peticiones se dirigen al servidor  $A$  con un tiempo entre peticiones que se distribuye exponencialmente con tasa  $\lambda_A$ , al servidor  $B$  analogamente con tasa  $\lambda_B, \dots$ . Los servidores asignan cada trabajo (programa) a un procesador, que es reservado en exclusiva para atender la petición correspondiente hasta que finaliza el correspondiente servicio.

Si hay un procesador libre localmente, en el servidor que atiende la petición, se selecciona al azar alguno de los disponibles, si no hay un procesador libre localmente se selecciona uno remoto al azar, si está disponible. Si no hay ningún procesador libre en el sistema se pone la petición a la espera.

Los tiempos de servicio de las peticiones son v.a.'s independientes donde el tiempo necesario para atender una petición del servidor  $j$  por el procesador  $i$  es exponencial con media  $1/\mu_{ij}$

En la configuración siguiente:

- a) El servidor A tiene 1 procesador, el servidor B tiene 1 procesador y cada servidor acepta 1 trabajo como máximo, y rechaza las peticiones si el sistema está completo.

Supuesto que  $\lambda_A = 2$  peticiones/minuto,  $\lambda_B = 1$  petición/minuto,  $1/\mu_{A,PA1} = 1$  minuto/petición,  $1/\mu_{A,PB1} = 2$  minutos/petición,  $1/\mu_{B,PB1} = 1$  minuto/petición,  $1/\mu_{B,PA1} = 2$  minutos/petición,

Modelizar el sistema como una CMTC y mostrar su diagrama de transición de estados.

- b) Para el sistema descrito en el apartado a):
- a) Obtener las  $p_{ij}$ , probabilidades de transición entre estados, y  $v_i$ , tasas de permanencia de los estados.
  - b) Obtener las ecuaciones de equilibrio de la CMTC.
  - c) Escribir la fórmula que permite calcular el número medio de peticiones que están en el sistema.
  - d) Escribir la fórmula que permite calcular la proporción de tiempo que el sistema acepta peticiones.
  - e) Si cada servidor tiene un coste de 200 euros/hora, escribir la fórmula que permite calcular que se debe facturar por hora a los trabajos para cubrir costes.

**Problema-2** Un establecimiento comercial dispone de tres cajas para atender a los clientes. Inicialmente hay una sola caja abierta.

El sistema funciona del modo siguiente: para menos de 4 clientes sólo una caja estará en operación, para 4 a 6 clientes se abrirán 2 cajas y para más de 6 clientes se abrirán las 3 cajas.

Los clientes llegan a las cajas de acuerdo con una distribución de Poisson, con media de 10 clientes/hora. El tiempo promedio de cobro por cliente es exponencial de media 12 minutos.

- a) Modelizar el sistema de cajas del establecimiento y mostrar su diagrama de transición de estados.
- b) Obtener la probabilidad estacionaria de los estados del sistema.
- c) Calcular la probabilidad de que se abra un sólo mostrador.
- d) Calcular el número medio de cajas cerradas.
- e) El gerente del establecimiento está pensando en operar con una única caja, cómo medida de eficiencia. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar en este caso la caja desocupada?