

Examen

Tema 1 CMTC, Probabilidades y Estadística II

Graduado/a en Matemáticas e Informática

Jueves 9 de Abril de 2015, Tiempo: 100 minutos.

Instrucciones: Realizar cada problema en hojas diferentes y poner nombre, apellidos y n^o de matrícula en todas las hojas. Se pueden utilizar libros y/o apuntes.

Problema-1 Desde un depósito de $5 m^3$ se distribuye agua a una población. La demanda es $\lambda = 4$ servicios/hora y los volúmenes de agua servidos son de 1 ó $2 m^3$ exactamente, con probabilidades $p_1 = 3/4$ y $p_2 = 1/4$, respectivamente. Al depósito le llegan varias acometidas de agua que se bombea a $2 m^3$ /hora para llenar el depósito. Cuando el depósito está con menos de $2 m^3$ se bombea al doble de velocidad. Cuando el depósito no tiene suficiente agua se rechaza todo el servicio del volumen solicitado, con un coste de 20 centimos el m^3 no servido.

- Modelizar mediante una CMTC el depósito, cuyo estado es el volumen (m^3) de agua disponible. Calcular las probabilidades de transición y las tasas de permanencia.
- Escribir las ecuaciones de equilibrio.
- Indicar las probabilidades de observar el depósito lleno y vacío.
- Indicar la ocupación media del depósito.
- Indicar el coste por no atender la demanda.
- Indicar la proporción de tiempo que trabaja la bomba a la máxima velocidad.

Problema-2 Un restaurante está abierto entre las 8:00 y las 17:00 horas. Entre las 8:00 y las 11:00 horas los clientes llegan con una media que inicialmente es de 5 clientes/hora y alcanza los 20 clientes/hora al final. Entre las 11:00 y las 13:00 horas la tasa de llegadas es constante. Entre las 13:00 y las 17:00 la tasa de llegadas desciende hasta los 12 clientes/hora coincidiendo con el cierre del restaurante. Se asume que los números de llegadas de clientes en periodos de tiempo disjuntos son independientes.

- Modelizar el sistema de llegadas de los clientes haciendo las hipótesis adecuadas que contemplen la descripción de patrón de llegadas anterior.
- ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen menos de 3 clientes entre las 8:30 y las 9:30? y ¿cuál es el número esperado de llegadas en este intervalo?
- ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen más de 3 clientes entre las 12:00 y las 12:30? y ¿cuál es el número esperado de llegadas en este intervalo?
- ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen menos de 3 clientes entre las 8:30 y las 9:30 y más de 3 clientes entre las 12:00 y las 12:30?

Problema-3 Dada la CMTC con la siguiente matriz de tasas instantáneas de transición q_{ij} :

| | | | | |
|---|-----|------|------|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 0 | 0 | 3 | 0 | 0 |
| 1 | x | 0 | 2 | 0 |
| 2 | 0 | $2x$ | 0 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | $3x$ | 0 |

- Dibujar el diagrama de transición de estados.
- Calcular la probabilidades de transición y las tasas de permanencia.
- Calcular x cuando a largo plazo la proporción de tiempo que se observa el estado 1 es igual a la proporción de tiempo que se observa el estado 2 y la proporción de tiempo que se observa el estado 0 es igual a la proporción de tiempo que se observa el estado 3.
- Calcular, con el valor de x del apartado c), la distribución estacionaria.
- Calcular, con el valor de x del apartado c) el tiempo medio que tarda la cadena en volver al estado 1 pasando por el estado 2.