

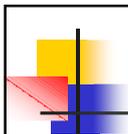


Departamento de Automática 

 Universidad de Alcalá

Ingeniería de Control I
Tema 1
Introducción a señales y sistemas

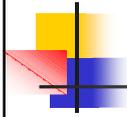
1



1. Introducción.

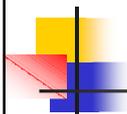
- Introducción a los sistemas y señales:
 1. Concepto de Señal
 2. Tipos de señales
 3. Concepto de sistema
 4. Tipos de sistemas
 5. Propiedades de los sistemas

2



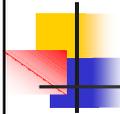
Bibliografía

- Señales y Sistemas. OCW-UC3M
- Señales y Sistemas. A.V. Oppenheim.
- Feedback and Control for Everyone. P. Albertos.
- Apuntes Automática Básica. J. M. Bañón, UAH.
- Ingeniería de Control Moderna. K. Ogata.
- Apuntes SyS. X.Giró. EUETIT-UPC
- Modeling dynamics and control.OCW-MIT.



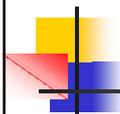
Objetivos

- Presentar conceptos de señal y sistema
- Ver tipos y propiedades.
- Justificar el empleo de la señal como elemento de información del sistema.



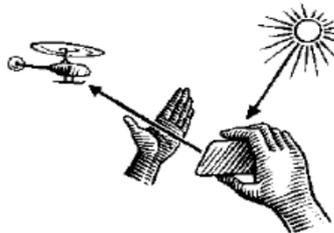
Concepto de señal

- Señal (DRAE) 15. f. Fís.: Variación de una corriente eléctrica u otra magnitud que se utiliza para transmitir información.
- Variable: valor de una magnitud
- Una señal es una variable que sirve para transmitir información
- Se representan como funciones matemáticas de una o más variables independientes.
 - Ej: Temperatura $T(t)$, $T(t,x)$, $T(t,x,y)$, etc.



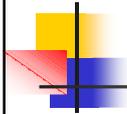
Señal

- Es una variación de una magnitud física que lleva asociada cierta información.



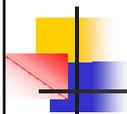
X.Giró. EUETIT-UPC

- Sin variación no hay información.



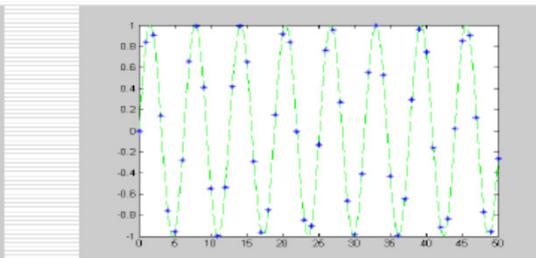
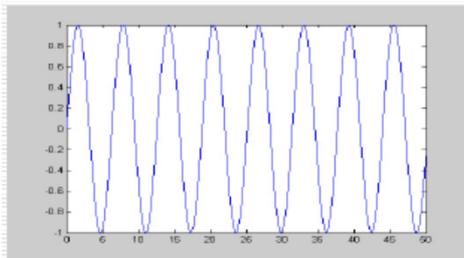
Tipos de señales

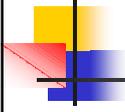
- Tiempo continuo/discreto
- Señales continuas /discretas
- Periódicas/aperiódicas
- Deterministas/estocásticas
- Por dimensionalidad: dependientes de una o varias variables



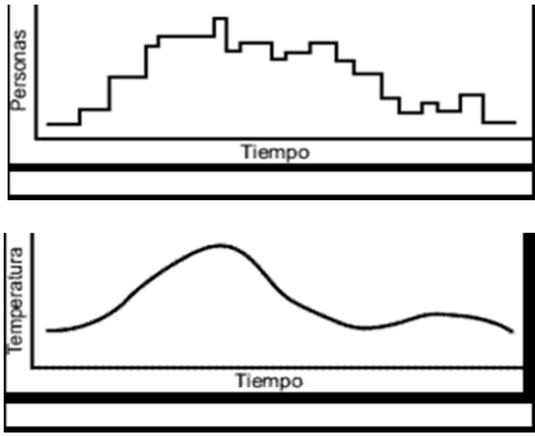
Tipos de señales

- Tiempo continuo/discreto

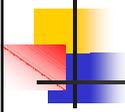




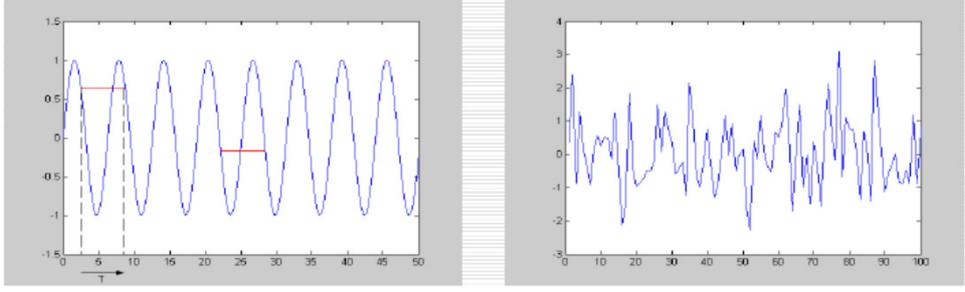
- Señales continuas/discretas



Introducción 9



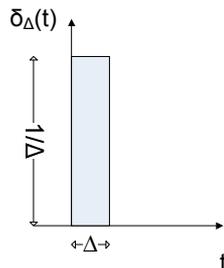
- Periódicas/no periódicas
- $x(t) = x(t + nT), \forall n \in \mathbb{Z}, T \in \mathbb{R}^+$



Introducción 10



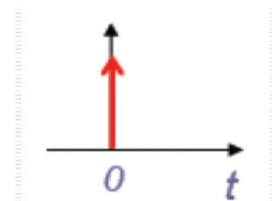
- Señales básicas:
 - Impulso (delta de Dirac) $\delta(t)$
 - Escalón $u(t)$



$\delta_{\Delta}(t)$

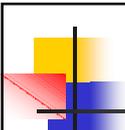


0 t

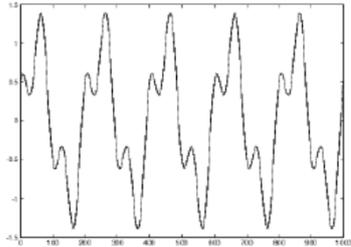
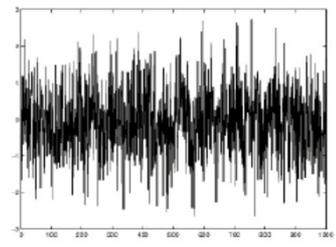


0 t

Introducción 11



- Deterministas /estocásticas
 - D: se caracterizan por una f matemática que determina el valor en cualquier instante de t.
 - E: toma en cada instante un valor impredecible pero perteneciente a un conjunto de valores con una fdp.

Introducción 12



Concepto de sistema

- Cualquier proceso del que resulta una transformación de señales.

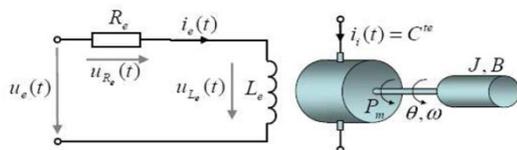
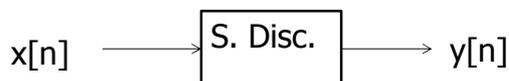
Sistema [Haykin]: entidad que manipula una o más señales para llevar a cabo una función, produciendo de ese modo nuevas señales.

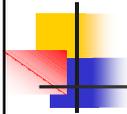
Sistema [Puentes]: conjunto de elementos, físicos o abstractos, relacionados entre sí de forma que modificaciones o alteraciones en determinadas magnitudes (variables, señales) de uno de ellos puedan influir o ser influidos por las de los demás.



Sistemas

- Por tanto: E, S, proceso = SyS



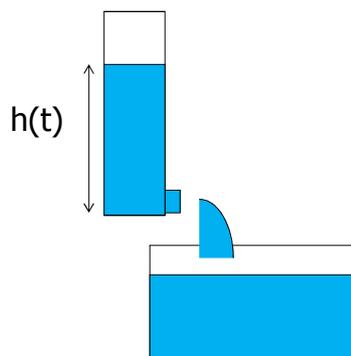


Tipos de sistemas

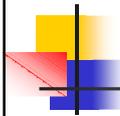
- Atendiendo a su naturaleza:
 - Físicos: eléctricos, mecánicos, hidráulicos, térmicos, etc.
 - Químicos
 - Económicos
 - Sociales
 - Administrativos
 - Etc.
- De control.



Ejemplo



- $\rho \left[\frac{Kg}{m^3} \right], g, h, A, P_a$
- $R \left[\frac{Pas \cdot s}{m^3} \right]$, (resistencia de la tubería al fluido del líquido)
- $P_t = P_a + \rho g h(t) \left[\frac{Nw}{m^2} \right]$
- $q_t(t) = \frac{P_t - P_a}{R} = \frac{\rho g h(t)}{R}$
- $A \frac{dh(t)}{dt} = -q_t(t)$
- Reordenando:
- $\frac{RA}{\rho g} \frac{dh(t)}{dt} + h(t) = 0$
- EDOH cc de 1er orden

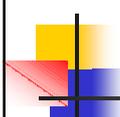


Solución

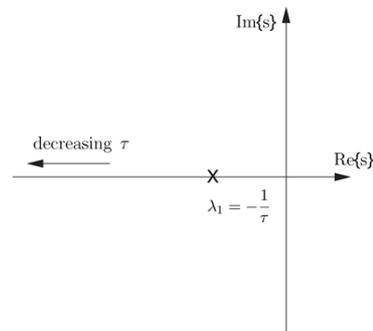
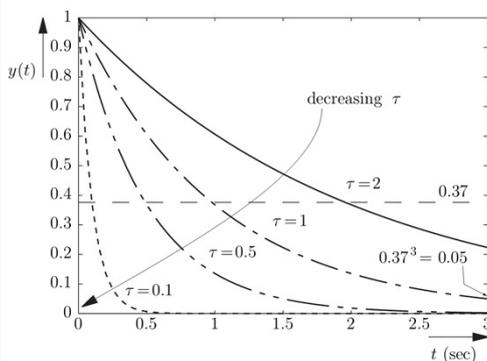
- Se llama respuesta natural, no forzada o respuesta característica: no hay entrada, solo c.i.
- $\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 0$
- τ es la cte de tiempo [sg.]
- Solución de la forma: $y(t) = ce^{kt}$,
 - K en unidades de frecuencia [sg^{-1}]
 - c [en unidades de $y(t)$] es la condición inicial
 - Sustituyendo: $(\tau k + 1)ce^{kt} = 0$
 - Ec. característica ($c \neq 0$) $\Rightarrow (\tau k + 1) = 0$
 - Solución $k = \lambda_1 = -1/\tau$ (frc. característica o autovalor)

Introducción

17



- Sol. Homogénea: $y(t) = ce^{-\frac{t}{\tau}}$; $h(t) = h_0 e^{-t \frac{\rho g}{RA}}$
- De momento todo real
- Significado de τ , 3τ (0,37; 0,05)



Introducción

18

$f_i(t)$
 $h(t)$
 $q_t(t)$

- $\frac{dh(t)}{dt} = \frac{f_i(t) - q_t(t)}{A} \Rightarrow h(t) = \frac{1}{A} \int_0^t (f_i(\epsilon) - q_t(\epsilon)) d\epsilon + h_0$
- $q_t(t) = \frac{P_t - P_a}{R} = \frac{\rho g h(t)}{R}$
- Sustituyendo:
- $\frac{dh(t)}{dt} + \frac{\rho g}{RA} h(t) = \frac{f_i(t)}{A}$
- EDO de cc de 1er orden

$f_i(t)$
 $h(t)$
 $q_t(t)$

19

Ej.

$i(t)$
 $i_1(t)$
 $i_2(t)$
 $v(t)$

$i(t)$
 $i_1(t)$
 $v(t)$
 $i_2(t)$

Capacitor
 $v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_1(r) dr$

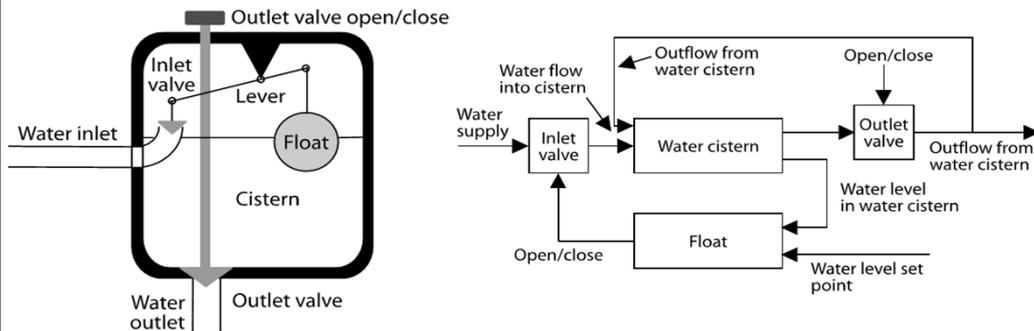
Resistor
 $i_2(t) = \frac{v(t)}{R}$

Introducción

20

Ejemplo de sistema (de control)

- Cisterna (P. Albertos)
- Reparar: flechas son señales y no flujo de materia



Introducción

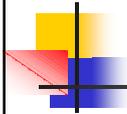
21

Propiedades de los sistemas

- Con o sin memoria
- Invertible o no
- Causal o no
- Estable o no
- Invariante en el tiempo o no
- Lineal o no
- Concentrado o distribuido
- Determinista o estocástico
- Mono o multivariable
- De tiempo continuo o discreto

Introducción

22



Con o sin memoria

- Sin memoria: si la salida para cada valor de la v.i. solo depende de la entrada en cada instante.

$$\begin{aligned}y(t) &= Rx(t) \\y[n] &= Rx[n] \\y[n] &= \sum_{k=-\infty}^n x[k] \\y(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau\end{aligned}$$

Introducción

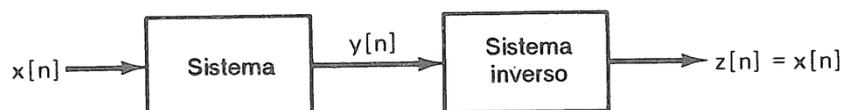
23



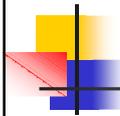
Invertible (o no)

- Si para distintas entradas da distintas salidas (si dada una salida podemos determinar cuál fue la entrada)

$$\begin{aligned}y(t) &= 2x(t); & z(t) &= \frac{1}{2}y(t) \\y[n] &= \sum_{k=-\infty}^n x[k]; & z[n] &= y[n] - y[n-1] \\y[n] &= 0; \\y(t) &= x^2(t)\end{aligned}$$



24

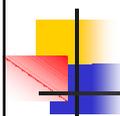


Causal (o no)

- Si la salida en cualquier instante solo depende de valores de la entrada en el mismo instante o anteriores.
- Nunca de futuros valores de la entrada.

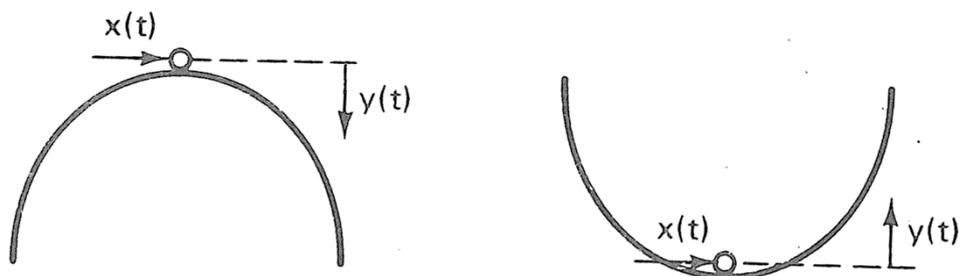
$$y[n] = x[n] - x[n + 1]$$
$$y(t) = x(t + 1)$$

- Paréntesis: dado $x(t)$, ¿qué significa $x(t - 1)$ o $x(t + 1)$?



Estable (o no)

- Pequeñas variaciones en la entrada no generan salidas divergentes.



- Si la entrada está limitada, la salida debe estarlo: ¿es?

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n u[k]$$

Invariante en el tiempo (o no)

- Un desplazamiento en el tiempo de la señal de entrada causa un desplazamiento en el t de la señal de salida.
- (ante la misma entrada en distintos instantes genera la misma salida)

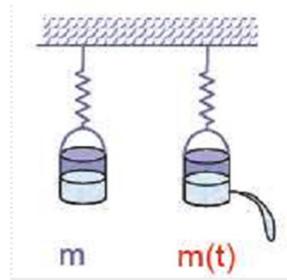
$$y(t) = \sin(x(t))$$

$$y_1(t) = \sin(x_1(t)); \text{ Si } x_2(t) = x_1(t - t_0)$$

$$y_2(t) = y_1(t - t_0)??$$

$$y_2(t) = \sin(x_2(t)) = \sin(x_1(t - t_0))$$

$$y_1(t - t_0) = \sin(x_1(t - t_0))$$



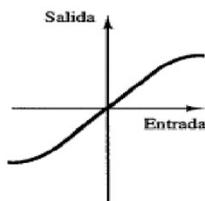
$$y(t) = Ax(t); y(t) = A(t)x(t)$$

Introducción

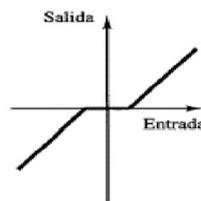
27

Lineal (o no)

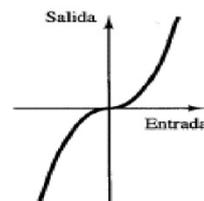
- Si una entrada consiste en la suma ponderada de varias señales, la salida es la suma ponderada de las salidas de cada una de las entradas.
- $y_1(t) = F(x_1(t)); y_2(t) = F(x_2(t))$
- Respuesta a $x_1(t) + x_2(t)$ es $y_1(t) + y_2(t)$?
- Respuesta a $Kx_1(t)$ es $Ky_1(t)$?
- $y(t) = kx(t) + A$, ¿es lineal?



No linealidad de saturación



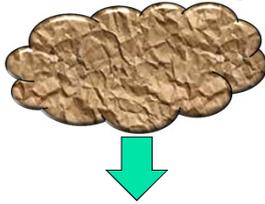
No linealidad de zona muerta



No linealidad de ley cuadrática

De parámetros concentrados o distribuidos

- Distribuidos: es necesario considerar la distribución espacial de sus parámetros. Por ej. masa desigualmente distribuida.
- Concentrados: se pueden considerar concentrados en un punto. Por ej. Masa homogénea concentrada en centro de masas.



$$\vec{F}_g = \int_V \rho(x, y, z) \vec{g} dV$$



$$\vec{F} = m\vec{g}$$

Introducción

29

Determinista (o no)

- El sistema puede ser representado matemáticamente de forma explícita y sus valores futuros son perfectamente predecibles
- Estocástico: los cambios en el sistema son impredecibles



Introducción

30

Mono o multivariables

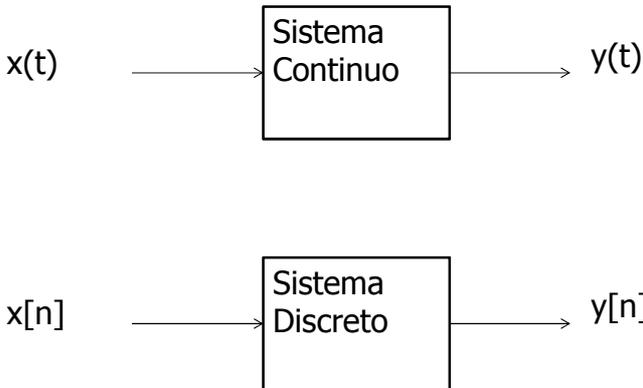
- Una sola entrada y salida: SISO
- Varias: MIMO



The diagram illustrates two types of systems. The top diagram shows a SISO (Single-Input Single-Output) system with a single input arrow labeled u_1 entering a box labeled "Sistema" from the left, and a single output arrow labeled y_1 exiting the box to the right. The bottom diagram shows a MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) system with three input arrows labeled u_1 , u_2 , and u_n entering a box labeled "Sistema" from the left, and three output arrows labeled y_1 , y_2 , and y_n exiting the box to the right. The number n is written below the output arrows.

Introducción 31

En tiempo discreto o continuo



The diagram illustrates two types of systems based on time. The top diagram shows a "Sistema Continuo" (Continuous System) with an input arrow labeled $x(t)$ entering a box labeled "Sistema Continuo" from the left, and an output arrow labeled $y(t)$ exiting the box to the right. The bottom diagram shows a "Sistema Discreto" (Discrete System) with an input arrow labeled $x[n]$ entering a box labeled "Sistema Discreto" from the left, and an output arrow labeled $y[n]$ exiting the box to the right.

Introducción 32

Interconexión de sistemas

- Serie, paralelo, combinada.

The diagram shows three types of system interconnections:

- Series:** An input labeled 'Entrada' goes into a box labeled 'Sistema 1'. The output of 'Sistema 1' goes into a box labeled 'Sistema 2'. The output of 'Sistema 2' is labeled 'Salida'.
- Parallel:** An input labeled 'Entrada' splits into two paths. One path goes into a box labeled 'Sistema 1', and the other goes into a box labeled 'Sistema 2'. The outputs of both boxes go into a summing junction (a circle with a '+'). The output of the summing junction is labeled 'Salida'.
- Combined:** An input labeled 'Entrada' splits into two paths. One path goes into a box labeled 'Sistema 1', which then goes into a box labeled 'Sistema 2'. The other path goes into a box labeled 'Sistema 3'. The outputs of 'Sistema 2' and 'Sistema 3' go into a summing junction (a circle with a '+'). The output of this summing junction goes into a box labeled 'Sistema 4', which then outputs 'Salida'.

Introducción 33

Interconexión de sistemas

- Realimentación

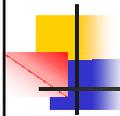
The diagram illustrates a feedback system and its electrical equivalent:

Block Diagram: An input labeled 'Entrada' goes into a summing junction (a circle with a '+'). The output of the summing junction goes into a box labeled 'Sistema 1'. The output of 'Sistema 1' is labeled 'Salida'. A feedback path goes from the output of 'Sistema 1' through a box labeled 'Sistema 2' back to the summing junction.

Electrical Circuit: A circuit with a current source $i(t)$ in series with a capacitor C and a resistor R in parallel. The current through the capacitor is $i_1(t)$ and the current through the resistor is $i_2(t)$. The voltage across the parallel combination is $v(t)$.

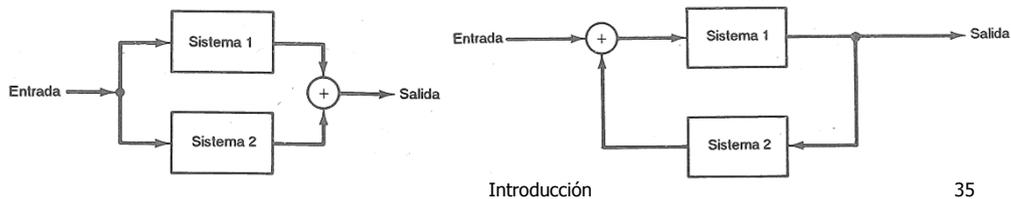
Block Representation of the Circuit: The current source $i(t)$ goes into a summing junction. The output of the summing junction is $i_1(t)$, which goes into a box labeled 'Capacitor' with the equation $v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_1(\tau) d\tau$. The output of the capacitor is $v(t)$, which goes into a box labeled 'Resistor' with the equation $i_2(t) = \frac{v(t)}{R}$. The output of the resistor is $i_2(t)$, which goes back to the summing junction.

Introducción 34

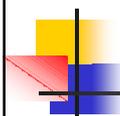


Sistemas de control

- Tiene como misión controlar de manera automática una determinada variable.
- Lazo cerrado o abierto: la variable de salida interviene o no en la acción de control.
- Servomecanismos (var. a controlar mecánica, x, v, a) o Control de procesos (no mecánica, T^a , pres., concentración, etc.)
- Concepto de realimentación: Ingeniería de Control



35

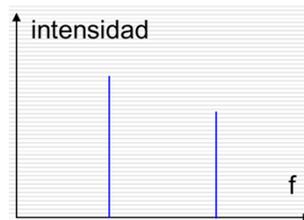
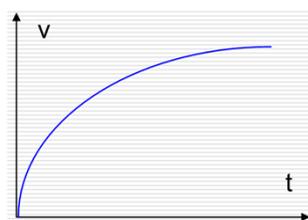


Métodos de análisis

- En el dominio del tiempo o de la frecuencia
 - análisis temporal: evolución en t
 - análisis frecuencial: patrón de periodicidad de la señal
- Ejemplo: servicio de autobuses



- análisis temporal: pasa a 8:00 8:10 8:20...10:00
- análisis frecuencial: de 8 a 10 AM cada 10 minutos



Introducción

36

Representación externa o interna

- Externa: caja negra, E, S y función de transferencia que las relaciona.
- Interna: descripción a través de variables de estado:
 $\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$
 $y(t)=Cx(t)+Du(t)$

