HOJA DE PROBLEMAS 4: ÁLGEBRA DE BOOLE

---

1. Dada una función de conmutación, $F(x,...,z)$, su dual $F_D(x,...,z)$ se define como sigue:

$$F_D(x,..., z) = \overline{F}(\overline{x},..., \overline{z})$$

Aplicando esta definición, obtener las funciones duales de las siguientes:

a) $f = (x + \overline{y})(xz + x\overline{y})$

b) $g = \overline{y}(x + z) + y(\overline{x}z + x\overline{z})$

2. Obtener la tabla de verdad que corresponde a las siguientes funciones de conmutación expresadas algebraicamente:

a) $F = xy + \overline{x}z + y\overline{z}$

b) $G = (\overline{x} + \overline{z})(y + z)$

3. Verificar las siguientes igualdades:

a) $(x + \overline{y} + xy)(x + \overline{y})\overline{x}y = 0$

b) $(x + \overline{y} + x\overline{y})(xy + \overline{x}z + yz) = xy + \overline{x}\,\overline{y}z$

4. La ley de De Morgan generalizada indica que la inversa de una función se obtiene complementando todas las variables que aparecen en ella e intercambiando los operadores de suma y producto lógicos. Un aspecto importante que hay que tener en cuenta al aplicar esta ley es que se debe respetar la precedencia de los operadores de la expresión booleana original. Es decir, si tenemos la función siguiente:

$$f(a,b,c,d)=\overline{a}\cdot(b+c)+a\cdot\overline{c}+\overline{d}$$

Al aplicar la ley de De Morgan generalizada obtendremos lo siguiente (en este caso se observa que para eliminar las negaciones que afectan a varios términos es preciso aplicar De Morgan en varios pasos):

$$\overline{f}(a,b,c,d)=\overline{\overline{a}\cdot(b+c)+a\cdot\overline{c}+\overline{d}}=\left[\overline{\overline{a}\cdot(b+c)}\right]\cdot\left[\overline{a\cdot\overline{c}}\right]\cdot\overline{\overline{d}}=$$

$$=\left[\overline{\overline{a}}+\overline{(b+c)}\right]\cdot\left[\overline{a}+\overline{\overline{c}}\right]\cdot d=(a+\overline{b}\cdot\overline{c})\cdot(\overline{a}+c)\cdot d$$

Dadas las funciones booleanas siguientes, obtener su complemento mediante la aplicación de la ley de De Morgan generalizada:

a) $f = (x + \overline{y})(yz + x\overline{y})$

b) $g = \overline{y}(x + z) + y(\overline{x}z + x\overline{z})$

c) $h = x\overline{y}(\overline{x} + z)(yz + x\overline{y})$

5. Demostrar que las tres funciones elementales AND, OR y NOT pueden realizarse mediante las funciones NAND y NOR.

6. Comprobar las siguientes relaciones relativas a la función EXOR:

a) $\begin{cases} x \oplus x = 0 \\ x \oplus \bar{x} = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x \oplus 0 = x \\ x \oplus 1 = \bar{x} \end{cases}$

c) $x \oplus y = z \Rightarrow x \oplus z = y$

d) $x \oplus y = z \Rightarrow x \oplus y \oplus z = 0$

7. Utilizando las leyes de Morgan, así como las propiedades del álgebra de Boole que sean necesarias, obtener una expresión en forma de sumas de productos para las siguientes funciones.

a) $F = \overline{(x + y)\overline{(x\bar{y} + z)}}$

b) $F = \overline{\overline{(\bar{x}\bar{y} + xz)}\,\overline{(\bar{x} + \bar{y}z)}}$

8. Simplificar la siguiente función lógica por métodos algebraicos, haciendo referencia al postulado o teorema del Álgebra de Boole utilizado en cada paso.

$$f(A,B,C,D) = \overline{A \cdot (\bar{B} + C) + \bar{B} \cdot \bar{D} + A \cdot (\bar{C} + \bar{D}) \cdot \bar{B}} \cdot \overline{(C + B) \cdot A}$$

9. Simplificar por Karnaugh la función cuya expresión en términos canónicos es:

$$f(x, y, z) = \sum_{3} m(3,5,6)$$

10. Utilizando los mapas de Karnaugh, simplificar las siguientes funciones de conmutación, obteniéndolas en función de suma de productos y producto de sumas:

a) $f(x,y,z,w) = \sum m(0,4,5,7,8,9,13,15)$

b) $f(w,x,y,z) = \sum m(5,6,9,10)$

c) $f(x,y,z) = \sum m(2,3,4,5,6,7)$

d) $f(x,y,z) = \sum m(2,4,5,6)$

e) $f(w,x,y,z) = \sum m(3,6,7,11,12,14,15)$

f) $f(w,x,y,z) = \sum m(0,1,3,5,7,9,10,11,13,15)$

11. Obtener una suma de productos simplificada equivalente a cada una de las siguientes expresiones de conmutación:

$$f(x, y, z) = \overline{((x\bar{y}) + z)}\,\overline{(y + z)}$$

$$f(x, y, z, w) = \overline{(\overline{(x + \bar{z})}(y + \bar{w}))}\,\overline{(\bar{z} + \bar{w})}$$

$$f(x, y, z, w, v) = (\bar{z}\bar{v} + zv)(\bar{x} + y)w + \overline{(\bar{x} + y)}w\bar{z}v$$