TRANSFORMADAS DE FOURIER

Señales	Transformada de Fourier	Coeficientes de la serie de Fourier (si son periódicas)
$\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \cdot e^{jk\frac{2\pi}{T_0}t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_p(t-kT_0)$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \cdot \delta(\omega - k\frac{2\pi}{T_0})$	$a_k = \dfrac{X_p\left(jk\frac{2\pi}{T_0}\right)}{T_0}$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega-\omega_0)$	$a_1 = 1$ $a_k = 0 \quad ; \quad k \neq 1$
$\cos(\omega_0 t)$	$\pi\left(\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)\right)$	$a_1 = a_{-1} = 1/2$ $a_k = 0 \quad ; \quad \lvert k \rvert \neq 1$
$sen(\omega_0 t)$	$\frac{\pi}{j}(\delta(\omega-\omega_0)-\delta(\omega+\omega_0))$	$a_1 = -a_{-1} = 1/(2j)$ $a_k = 0 \quad ; \quad \lvert k \rvert \neq 1$
$x(t) = 1$	$2\pi\delta(\omega)$	$a_0 = 1$ $a_k = 0 \quad ; \quad k \neq 0$
$\delta(t)$	1	
$\delta(t-t_0)$	$e^{-j\omega t_0}$	
$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-kT)$	$\frac{2\pi}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \frac{2\pi}{T}k)$	$a_k = \frac{1}{T} \quad \forall k$
$x(t) = \begin{cases} 1 & , \lvert t \rvert < T_1 \\ 0 & , \lvert t \rvert > T_1 \end{cases}$	$\frac{2sen(\omega T_1)}{\omega} = 2T_1 \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega T_1}{\pi}\right)$	
Onda cuadrada periódica $x_p(t) = \begin{cases} 1 & , \lvert t \rvert < T_1 \\ 0 & , \lvert t \rvert > T_1 \end{cases}$ $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_p(t-kT_0)$	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2sen(k\omega_0 T_1)}{k}\delta(\omega-k\omega_0)$ $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$	$a_k = \frac{sen(k\omega_0 T_1)}{\pi k} = \frac{\omega_0 T_1}{\pi}\operatorname{sinc}\left(\frac{k\omega_0 T_1}{\pi}\right)$ $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$
$\frac{sen(Wt)}{\pi t} = \frac{W}{\pi}\operatorname{sinc}\left(\frac{Wt}{\pi}\right)$	$X(j\omega) = \begin{cases} 1 & , \lvert \omega \rvert < W \\ 0 & , \lvert \omega \rvert > W \end{cases}$	
$e^{-at}u(t)$ $\operatorname{Re}\{a\} > 0$	$\frac{1}{a+j\omega}$	
$te^{-at}u(t)$ $\operatorname{Re}\{a\} > 0$	$\frac{1}{(a+j\omega)^2}$	
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-at}u(t)$ $\operatorname{Re}\{a\} > 0$	$\frac{1}{(a+j\omega)^n}$	
$u(t)$	$X(j\omega) = \begin{cases} \frac{1}{j\omega} & , \omega \neq 0 \\ \pi\delta(\omega) & , \omega = 0 \end{cases}$	

PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER

Señal	**Transformada de Fourier**
$x(t)$	$X(j\omega)$
$y(t)$	$Y(j\omega)$
$a\cdot x(t)+b\cdot y(t)$	$a\cdot X(j\omega)+b\cdot Y(j\omega)$
$x(t-t_0)$	$X(j\omega)\cdot e^{-j\omega t_0}$
$e^{j\omega_0 t}\cdot x(t)$	$X(j(\omega-\omega_0))$
$x^*(t)$	$X^*(-j\omega)$
$x(-t)$	$X(-j\omega)$
$x(at)$	$\frac{1}{\|a\|}X(j\frac{\omega}{a})$
$X(jt)$	$2\pi\, x(-\omega)$
$x(t)*y(t)$	$X(j\omega)\cdot Y(j\omega)$
$x(t)y(t)$	$\frac{1}{2\pi}X(j\omega)*Y(j\omega)$
$\frac{dx(t)}{dt}$	$j\omega\, X(j\omega)$
$\int_{-\infty}^{t}x(\tau)\,d\tau$	$\frac{1}{j\omega}X(j\omega)+\pi X(0)\delta(\omega)$
$t\,x(t)$	$j\frac{dX(j\omega)}{d\omega}$
$x(t)$ real	$\begin{cases} X(j\omega)=X^*(-j\omega) \\ \mathrm{Re}\{X(j\omega)\}=\mathrm{Re}\{X(-j\omega)\} \\ \mathrm{Im}\{X(j\omega)\}=-\mathrm{Im}\{X(-j\omega)\} \\ \|X(j\omega)\|=\|X(-j\omega)\| \\ \arg(X(j\omega))=-\arg(X(-j\omega)) \end{cases}$
$\int_{<T_0>}x(\tau)y(t-\tau)\,d\tau$ $x(t)$ e $y(t)$ periódicas de periodo T_0	$2\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty}(T_0 a_k b_k)\,\delta(\omega-k\frac{2\pi}{T_0})$
Relación de Parseval para señales aperiódicas $\int_{-\infty}^{\infty}\|x(t)\|^2\,dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\|X(j\omega)\|^2\,d\omega$	
Relación de Parseval para señales periódicas $\frac{1}{T_0}\int_{<T_0>}\|x(t)\|^2\,dt=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\|a_k\|^2$	

TRANSFORMADAS DE LAPLACE

Señales	Transformada de Laplace	Región de Convergencia (ROC)
$\delta(t)$	1	Todo el plano s
$u(t)$	$\frac{1}{s}$	$\mathrm{Re}\{s\} > 0$
$-u(-t)$	$\frac{1}{s}$	$\mathrm{Re}\{s\} < 0$
$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{s+a}$	$\mathrm{Re}\{s\} > -\mathrm{Re}\{a\}$
$-e^{-at}u(-t)$	$\frac{1}{s+a}$	$\mathrm{Re}\{s\} < -\mathrm{Re}\{a\}$
$t\,e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\mathrm{Re}\{s\} > -\mathrm{Re}\{a\}$
$-t\,e^{-at}u(-t)$	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\mathrm{Re}\{s\} < -\mathrm{Re}\{a\}$
$\frac{t^{n-1}}{(n\text{-}1)!}\,e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{(s+a)^n}$	$\mathrm{Re}\{s\} > -\mathrm{Re}\{a\}$
$-\frac{t^{n-1}}{(n\text{-}1)!}\,e^{-at}u(-t)$	$\frac{1}{(s+a)^n}$	$\mathrm{Re}\{s\} < -\mathrm{Re}\{a\}$
$\frac{d^n\delta(t)}{dt^n}$	s^n	Todo el plano s
$u(t) * u(t) * \cdots * u(t)$ n veces	$\frac{1}{s^n}$	$\mathrm{Re}\{s\} > 0$
$t\,x(t)$	$-\frac{dX(s)}{ds}$	ROC de x