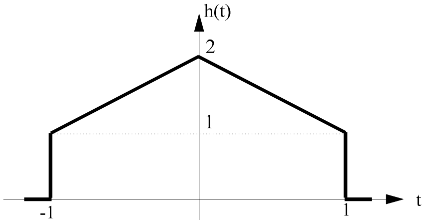
# Problemas Propuestos

## PROBLEMA 2.1

Obtenga y dibuje el resultado de la convolución de la señal $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$ con la mostrada en la siguiente figura:




para los siguientes valores de T:

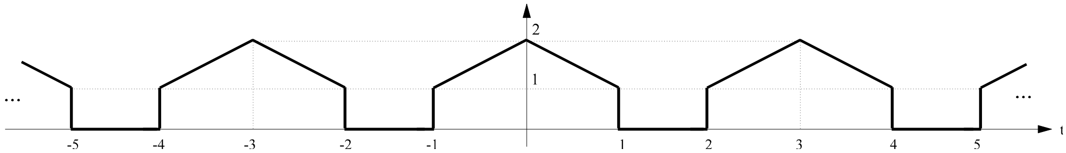
a.- T=3.

b.- T=2.

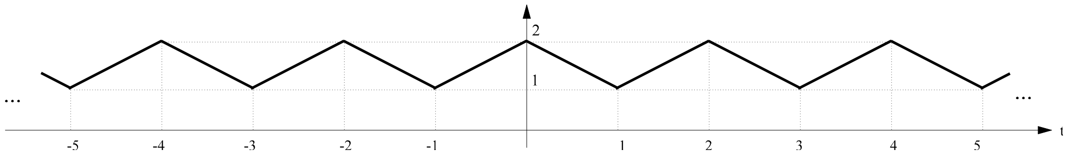
c.- T=1,5.

### *Resultado*

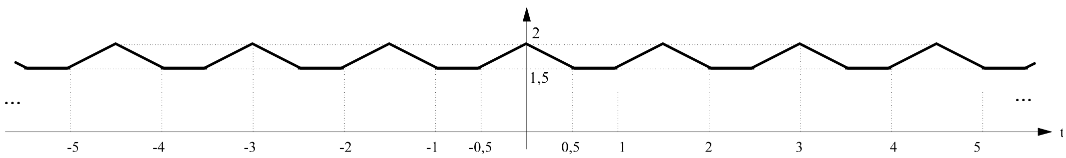
**a.-**




**b.-**




**c.-**




## PROBLEMA 2.2

Dada la interconexión de sistemas LTI de la figura 1, se pide:

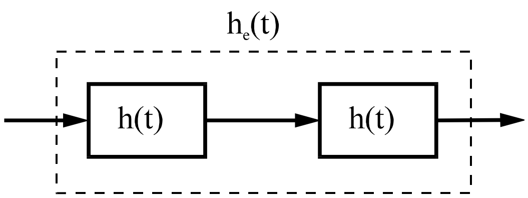



Figura 1

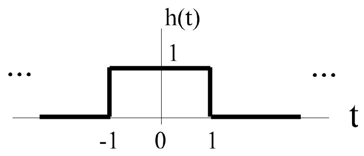



Figura 2

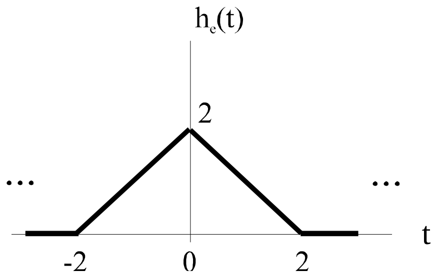
a.- Obtenga la repuesta al impulso del sistema equivalente $h_e(t)$.

b.- Indique de forma razonada si el sistema equivalente es casual, estable y si tiene memoria.

### *Resultado*

**a.-**

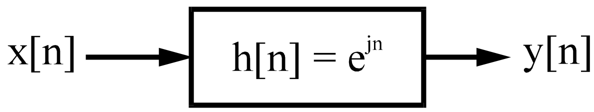
$$h_e(t) = \begin{cases} 0 & t < 2 \\ t+2 & -2 < t < 0 \\ 2-t & 0 < t < 2 \\ 0 & t > 2 \end{cases}$$




**b.-** Sistema no causal, estable y con memoria.

## PROBLEMA 2.3

Dado el sistema discreto lineal e invariante de la figura:




Se pide:

a.- Discuta la causalidad y estabilidad del sistema.

b.- Determine la salida cuando a la entrada se aplica la secuencia

$$x_1[n] = u[n+50] - u[n-1]$$

c.- Calcule la salida si la entrada es

$$x_2[n] = x_1[-50n].$$

### *Resultado*

**a.-** No causal. No estable.

**b.-** $y[n] = (0.743 - 0.1j)\cdot e^{jn} = 0.749 \cdot e^{j(n-0.133)}$

**c.-** $y[n] = e^{jn} + e^{j(n-1)}$

**PROBLEMA 2.4**

Dado un sistema lineal e invariante caracterizado por la siguiente respuesta al impulso:

$$h_1[n] = a^n \cdot u[n]$$

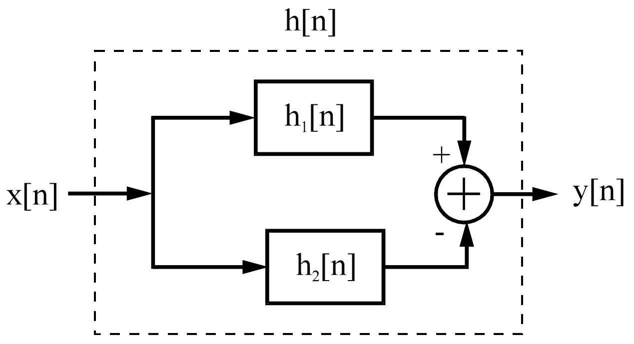
con $a \in R \;\; y \;\; 1 < a < 2$ .

a.- Calcule la salida de dicho sistema cuando a la entrada se aplica la señal:

$$x[n] = \left(\frac{a}{2}\right)^n \cdot u[n]$$

b.- A la vista de lo obtenido en el apartado anterior, razone si el sistema es estable.

c.- Calcule $y[n]$ cuando la señal $x[n]$ del apartado "a" se aplica a la siguiente interconexión de sistemas:




siendo $h_2[n] = a^n \cdot u[n-3]$.

d.- ¿Sería el sistema total caracterizado por $h[n]$ estable?. Razone la respuesta.

***Resultado***

**a.-** $y[n] = a^n \cdot \left[ 2 - \left( \frac{1}{2} \right)^n \right] \cdot u[n]$

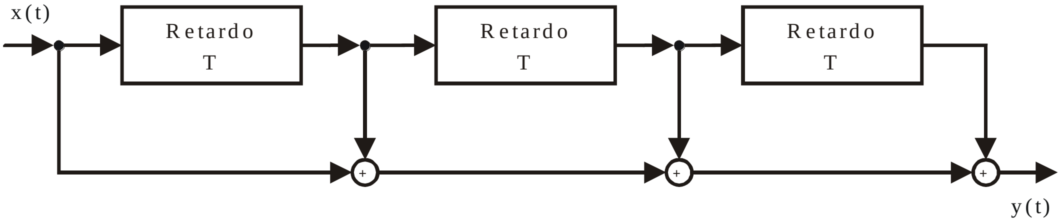
**b.-** Sistema no estable.

**c.-** $y[n] = \left( \frac{a}{2} \right)^n \cdot \left( u[n] + 2 \cdot u[n-1] + 4 \cdot u[n-2] \right)$

**d.-** Sistema estable.

## PROBLEMA 2.5

Dado el siguiente sistema:




a.- Obtenga su respuesta impulsiva.

b.- Determine la salida del sistema ante una entrada:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

***Resultado***

**a.-** $h(t) = \sum_{n=0}^{3} \delta(t - nT)$

**b.-** $y(t) = 4 \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$

## PROBLEMA 2.6

Dadas las señales $x(t)$ y $h(t)$, se pide calcular la convolución $y(t) = x(t) * h(t)$ para los siguientes casos.

a.- $x(t) = u(t)$ $h(t) = \left(e^{-2t} + 1\right) \cdot u(t)$

b.- $x(t) = u(t+3) - u(t-3)$ $h(t) = u(t+5) + u(t-5)$

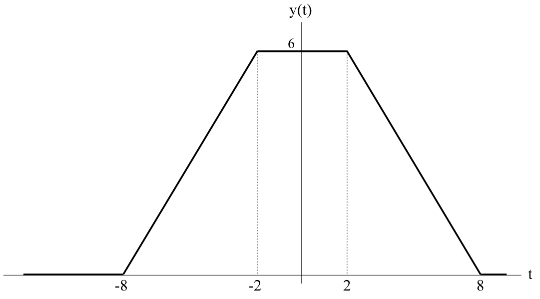
c.- $x(t) = \begin{cases} \cos(t) & -\pi \le t \le \pi \\ 0 & resto \quad de \ t \end{cases}$ $h(t) = u(t+\pi) + u(t-\pi)$

### *Resultado*

**a.-** $y(t) = \left[\frac{1}{2} \cdot \left(1 - e^{-2t}\right) + t\right] \cdot u(t)$

**b.-**

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t < -8 \\ t + 8 & -8 < t < -2 \\ 6 & -2 < t < 2 \\ 8 - t & 2 < t < 8 \\ 0 & t > 8 \end{cases}$$




**c.-** $y(t) = \begin{cases} 0 & t < -2\pi \\ sen\,(\pi + t) & -2\pi < t < 0 \\ sen\,(\pi - t) & 0 < t < 2\pi \\ 0 & t < 2\pi \end{cases}$

## PROBLEMA 2.7

Dadas las secuencias $x[n]$ y $h[n]$, se pide calcular las sumas de convolución $y[n] = x[n] * h[n]$ para las siguientes secuencias:

a.- $x[n] = u[n]$ $\qquad h[n] = a^n \cdot (u[n] - u[n-9]) \quad 0 < a < 1$

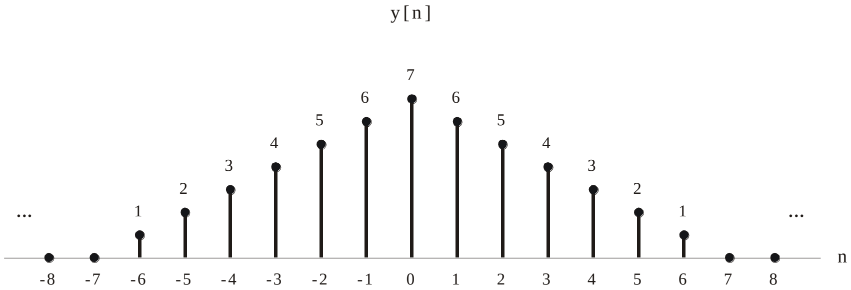
b.- $x[n] = u[n+3] - u[n-4]$ $\qquad h[n] = x[n]$

c.- $$x[n] = \begin{cases} \cos\left(\dfrac{2\pi}{13} n\right) & -3 \le n \le 3 \\ 0 & \text{resto de } n \end{cases}$$ $\qquad h[n] = u[n+3] - u[n-3]$

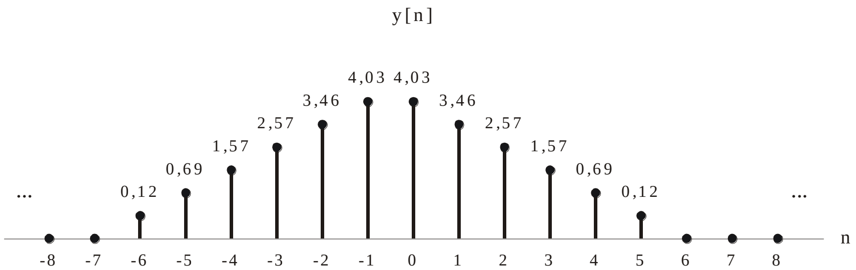
### *Resultado*

**a.-** $$y[n] = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ \dfrac{1 - a^{(n+1)}}{1-a} & 0 \le n \le 8 \\ \dfrac{1-a^9}{1-a} & n > 8 \end{cases}$$

**b.-** $$y[n] = \begin{cases} 0 & n < -6 \\ n + 7 & -6 \le n < 0 \\ 7 - n & 0 \le n \le 6 \\ 0 & n > 6 \end{cases}$$

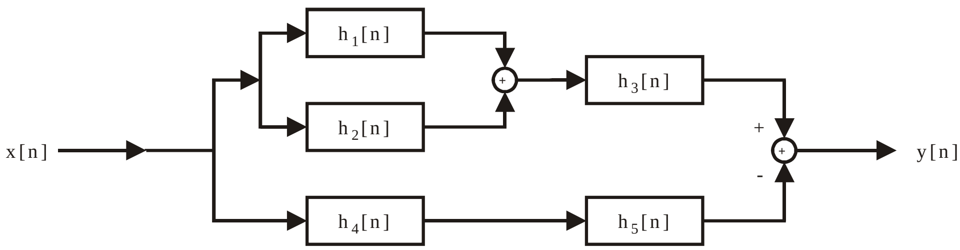



**c.-**




## PROBLEMA 2.8

Calcular la respuesta al impulso del sistema LTI equivalente a la interconexión representada en la figura.




Datos:

$$h_1[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot u[n-1] \qquad h_2[n] = \delta[n] \qquad h_3[n] = u[n]$$

$$h_4[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \cdot u[n+1] \qquad h_5[n] = -\delta[n-1]$$

***Resultado***

$$h_T[n] = 2 \cdot u[n]$$

**PROBLEMA 2.9**

Un sistema LTI causal se encuentra caracterizado por la siguiente relación entrada – salida:

$$y[n] = x[n] + \frac{1}{3} \cdot y[n-1]$$

a.- Indique, empleando la relación anterior, si el sistema cumple las propiedades de estabilidad, invertibilidad y memoria.

b.- Calcule la respuesta al impulso $h[n]$ del sistema.

c.- Indique, a partir de la $h[n]$ obtenida en el apartado anterior, si el sistema es estable y si tiene memoria.

***Resultado***

**a.-** Estable, con memoria e invertible. (Sistema inverso $z[n] = y[n] - \frac{1}{3} \cdot y[n-1]$).

**b.-** $h[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n \cdot u[n]$

**c.-** Estable, pues $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left| h[n] \right| < \infty$, y con memoria $(h[n] \neq \delta[n])$.

## PROBLEMA 2.10

La relación entrada – salida de un sistema viene establecida por la siguiente expresión:

$$y[n] = x[n] * x[-n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot x[n+k]$$

Se pide

a.- Determinar razonadamente si el sistema cumple las propiedades de:

a.1.- Linealidad.

a.2.- Invarianza en el tiempo.

a.3.- Causalidad.

a.4.- Estabilidad.

a.5.- Memoria.

b.- Calcular en el domino del tiempo la salida del sistema cuando se aplica a la entrada:

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot u[n]$$

### *Resultado*

**a.-** **a.1.-** No lineal.

**a.2.-** Variante.

**a.3.-** No causal.

**a.4.-** Inestable.

**a.5.-** Con memoria.

**b.-** $y[n] = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-n} \cdot u[-n-1] + \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n} \cdot u[n] = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|}$