ÁLGEBRA LINEAL – 1^er^ PARCIAL
MATRICES, SISTEMAS y ESPACIOS VECTORIALES

Nº Matrícula…………………

Apellidos……………………………………………………………………Nombre………………………

Ejercicio 1: (**6** ptos)

a) Resolver el siguiente sistema aplicando factorización LU: $\begin{cases} 5x_2 - x_3 = 10 \\ 4x_1 + 6x_2 - 7x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -3 \end{cases}$

Tomo A= $\begin{pmatrix} 0 & 5 & -1 \\ 4 & 6 & -7 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1 \leftrightarrow F_3, F_2 \leftrightarrow F_3} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & 5 & -1 \\ 4 & 6 & -7 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_1} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & -17 \end{pmatrix}$ = U y L = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Por tanto, PA=LU con P= $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y b' = P$\begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}$. Luego, el sistema nos queda LU$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ = b' y este sistema se puede resolver resolviendo los sistemas siguientes: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & -17 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$.

Así, en el primer sistema obtenemos $y_1=-3$, $y_2= 10$, $y_3= 11$, metiendo esta solución como término independiente en el segundo sistema obtenemos: $x_1 = -\dfrac{457}{170}$, $x_2 = \dfrac{159}{85}$, $x_3 = -\dfrac{11}{17}$

b) Resolver el siguiente sistema en $\mathbb{Z}_2^4$: $\begin{cases} \overline{x_1} + \overline{x_4} = \bar{1} \\ \overline{x_1} + \overline{x_2} = \bar{1} \\ \overline{x_2} + \overline{x_3} = \bar{1} \\ \overline{x_1} + \overline{x_4} = \bar{1} \end{cases}$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2+F_1,\ F_4+F_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3+F_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

. Por tanto, tomando x_4 como parámetro $\alpha \in \mathbb{Z}_2$ obtenemos: $\begin{cases} x_1 = 1 + \alpha \\ x_2 = \alpha \\ x_3 = 1 + \alpha \\ x_4 = \alpha \end{cases}$

c) Dar el conjunto de todas las soluciones del sistema del apartado b) Demostrar si este conjunto es o no un subespacio vectorial de $\mathbb{Z}_2^4$.

Dando al parámetro $\alpha \in \mathbb{Z}_2$ los valores 0 y 1 obtenemos que, el conjunto de soluciones sólo tiene dos elementos {(1,0,1,0), (0,1,0,1,0)}, y este conjunto NO es un s.v. de $\mathbb{Z}_2^4$ ya que el elemento (0,0,0,0) no está en dicho conjunto.

Ejercicio 2: (**6** ptos)

a) Demostrar que el siguiente conjunto es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$: $S=\left\{\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\in\mathbb{R}^3:\begin{cases}x+2z=0\\y-z=0\end{cases}\right\}$

$S\subset\mathbb{R}^3$ por la definición de S; $S\neq\emptyset$ ya que el vector $(0,0,0)\in S$ por cumplir las ecuaciones implícitas de S. Ahora supongamos dos vectores pertenecientes a S, (x,y,z) y (x',y',z') $\in$ S por tanto, verificarán las ecuaciones implícitas de S: $\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$, luego

$$\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&-1\end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}\in S$$

Ahora supongamos un vector perteneciente a S, (x,y,z) $\in$ S y un escalar $\alpha\in\mathbb{R}$, luego, $\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ y

$$\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&-1\end{pmatrix}\left[\alpha\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\right]=\alpha\left[\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\right]=\alpha\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}\Rightarrow\alpha\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\in S$$

Por tanto, S s.v. de $\mathbb{R}^3$.

b) Dado en $\mathbb{R}^n$ un s.v. S de dimensión k. ¿Cuál es el rango de la matriz de coeficientes de las ecuaciones implícitas de S?.

Rango(matriz coefts. Ecs. implícitas de S)=n-dimS=n-k

Dada una matriz $A\in M_{m\times n}(\mathbb{R})$ y $S=\left\{\begin{pmatrix}x_1\\\vdots\\x_n\end{pmatrix}\in\mathbb{R}^n:A\begin{pmatrix}x_1\\\vdots\\x_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\\vdots\\0\end{pmatrix}\right\}$ ¿Cuál es la dimensión de *S*? **dimS=n-rg(A), ya que A es la matriz de coeficientes de las ecuaciones implícitas de S**.

¿Cómo obtendrías las ecuaciones paramétricas de *S*? **Resolviendo el sistema homogéneo (ecs. implícitas de S)** $A\begin{pmatrix}x_1\\\vdots\\x_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\\vdots\\0\end{pmatrix}$

Para $A=\begin{pmatrix}1&0&-1&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}$ justifica cuales de los siguientes vectores están en S: (0,-1,1,0,0), (0,0,0,0,0), (0,0,1,0,0), (2,0,-2,0,0) y (0,-1,0,2,3): Los vectores (0,0,0,0,0) y (0,-1,0,2,3) pertenecen a S ya que cumplen las ecuaciones implícitas de S:

$$\begin{pmatrix}1&0&-1&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\\x_5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases}x_1-x_3=0\\x_3=0\end{cases}\text{ Ecs. Implícitas de S}$$

Los vectores (0,-1,1,0,0), (0,0,1,0,0) y (2,0,-2,0,0) NO pertenecen a S ya que NO cumplen las ecuaciones implícitas de S

c) Define los siguientes conceptos: Dependencia e independencia lineal de un conjunto de vectores $\left\{\vec{v}_1,\dots,\vec{v}_k\right\}$,

$L\left(\left\{\vec{v}_1,\dots,\vec{v}_k\right\}\right)$ y dimensión de un subespacio vectorial. **Buscar en los apuntes las definiciones.**

Ejercicio 3: (**6** ptos)

Dado el siguiente subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$: $S = L\left\{\begin{pmatrix}1\\ \frac{-1}{2}\\ 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\ -3\\ -4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\ \frac{1}{2}\\ 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\ -1\\ -2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3\\ -4\\ -2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 0\end{pmatrix}\right\}$

a) Obtener una base de S formada por vectores del sistema de generadores de S dado.

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 0 & 0 & 3 & 1\\ \frac{-1}{2} & -3 & \frac{1}{2} & -1 & -4 & -1\\ 1 & -4 & 1 & -2 & -2 & 0\end{pmatrix}\xrightarrow{2F_2+F_1,\ F_3-F_1}\begin{pmatrix}1 & 1 & 0 & 0 & 3 & 1\\ 0 & -5 & 1 & -2 & -5 & -1\\ 0 & -5 & 1 & -2 & -5 & -1\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}\boxed{1} & 1 & 0 & 0 & 3 & 1\\ 0 & \boxed{-5} & 1 & -2 & -5 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

Por tanto $B_S=\left\{\begin{pmatrix}1\\ \frac{-1}{2}\\ 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\ -3\\ -4\end{pmatrix}\right\}$.

b) Obtener la base más sencilla de S:

$$\begin{pmatrix}1 & \frac{-1}{2} & 1\\ 1 & -3 & -4\end{pmatrix}\xrightarrow{F_2-F_1}\begin{pmatrix}1 & \frac{-1}{2} & 1\\ 0 & \frac{-5}{2} & -5\end{pmatrix}\xrightarrow{-\frac{2}{5}F_2}\begin{pmatrix}1 & \frac{-1}{2} & 1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}\xrightarrow{F_1+\frac{1}{2}F_2}\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}$$

Por tanto $B=\left\{\begin{pmatrix}1\\ 0\\ 2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\ 1\\ 2\end{pmatrix}\right\}$ es la base más sencilla de S.

c) Obtener las coordenadas del vector $\begin{pmatrix}1\\ -3\\ -4\end{pmatrix}\in S$ respecto de la base de S obtenida en el apartado b) anterior.

$\begin{pmatrix}1\\ -3\\ -4\end{pmatrix}=1\begin{pmatrix}1\\ 0\\ 2\end{pmatrix}-3\begin{pmatrix}0\\ 1\\ 2\end{pmatrix}$, por tanto, las coordenadas de $\begin{pmatrix}1\\ -3\\ -4\end{pmatrix}$ respecto de B son (1, -3).

Ejercicio 4: (**2** ptos)

Discutir en función del valor de $a\in\mathbb{R}$ la dimensión del subespacio vectorial $S_a:\begin{cases}x+y+az=0\\ x+ay+z=0\\ ax+y+z=0\end{cases}$ y obtener, en los casos que sea posible, una base del subespacio vectorial S_a.

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & a\\ 1 & a & 1\\ a & 1 & 1\end{pmatrix}\xrightarrow{F_2-F_1,\ F_3-aF_1}\begin{pmatrix}1 & 1 & a\\ 0 & a-1 & 1-a\\ 0 & 1-a & 1-a^2\end{pmatrix}\xrightarrow{F_3+F_2}\begin{pmatrix}1 & 1 & a\\ 0 & a-1 & 1-a\\ 0 & 0 & 2-a-a^2\end{pmatrix}$$; $2-a-a^2=0 \Leftrightarrow a=1$ o $a=-2$.

Si **a=1** entonces $rg\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}=rg\begin{pmatrix}1&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}=1$, luego **dimS$_1$=2** y una base de S_1 la obtenemos resolviendo el sistema x+y+z=0. Por tanto, B_{S_1}={(1,0,-1), (0,1,-1)}.

Si **a=-2** entonces $rg\begin{pmatrix}1&1&-2\\1&-2&1\\-2&1&1\end{pmatrix}=rg\begin{pmatrix}1&1&-2\\0&-3&3\\0&0&0\end{pmatrix}=2$, luego **dimS$_{-2}$=1** y una base de S_{-2} la obtenemos resolviendo el sistema $\begin{cases}x+y-2z=0\\-3y+3z=0\end{cases}$. Por tanto, $B_{S_{-2}}$={(1,1,1)}.

Si **a≠1** y **a≠-2** entonces $rg\begin{pmatrix}1&1&a\\1&a&1\\a&1&1\end{pmatrix}=rg\begin{pmatrix}1&1&a\\0&a-1&1-a\\0&0&2-a-a^2\end{pmatrix}=3$, luego **dimS$_a$=0** y S_a es el s.v. trivial S_a={(0,0,0)} que no tiene base.

Ejercicio 5: (**5** ptos)

En el espacio vectorial $\mathbb{R}^5$ consideramos $S=L\left\{\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\-1\\1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3\\0\\2\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$ y $T=\left\{\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\\x_5\end{pmatrix}\in\mathbb{R}^5:\begin{cases}x_1-x_3-x_4=0\\x_2+x_4-x_5=0\\x_3-x_4-x_5=0\end{cases}\right\}$.

a) Hallar las ecuaciones implícitas de S.

Primero buscamos, a partir del sistema de generadores de S dado, una base de S:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&1&0\\0&1&1&0&1\\2&-1&1&0&0\\3&0&2&1&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&0&0&1&0\\0&1&1&0&1\\0&-1&1&-2&0\\0&0&2&-2&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&0&0&1&0\\0&1&1&0&1\\0&0&2&-2&1\\0&0&2&-2&1\end{pmatrix}\Rightarrow B_S=\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\2\\-2\\1\end{pmatrix}\right\}$$

Luego las ecuaciones paramétricas de S serán: $\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\\x_5\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\\0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\\1\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0\\0\\2\\-2\\1\end{pmatrix}$ y eliminando los parámetros a, b, c obtendremos las ecuaciones implícitas de S:

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&x_1\\0&1&0&x_2\\0&1&2&x_3\\1&0&-2&x_4\\0&1&1&x_5\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&x_1\\0&1&0&x_2\\0&0&2&x_3-x_2\\0&0&-2&x_4-x_1\\0&0&1&x_5-x_2\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&x_1\\0&1&0&x_2\\0&0&2&x_3-x_2\\0&0&0&x_4-x_1+x_3-x_2\\0&0&0&2x_5-2x_2-x_3+x_2\end{array}\right)\Rightarrow\begin{cases}x_1+x_2-x_3-x_4=0\\x_2+x_3-2x_5=0\end{cases}$$

b) Hallar una base de T: para ello resolvemos el sistema homogéneo dado por las ecuaciones implícitas de T,

$$\begin{cases} x_1 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_2 + x_4 - x_5 = 0 \\ x_3 - x_4 - x_5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \boxed{-1} & \boxed{-1} & 0 \end{array}\right) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = a + 2b \\ x_2 = a - b \\ x_3 = a + b \\ x_4 = b \\ x_5 = a \end{cases} \Rightarrow B_T = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

c) Hallar, si es posible, una base de S∩T: para ello resolvemos el sistema homogéneo dado por las ecs. implícitas de T y de S,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_2 + x_3 - 2x_5 = 0 \\ x_1 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_2 + x_4 - x_5 = 0 \\ x_3 - x_4 - x_5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3a \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 2a \\ x_4 = a \\ x_5 = a \end{cases} \Rightarrow B_{T\cap S} = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

d) Hallar una base de S+T: como **S+T=L{B** $\mathbf{B_S \cup B_T}$**}** buscamos, a partir del sistema de generadores $\mathbf{B_S} \cup \mathbf{B_T}$ de **S+T**, una base de S+T:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow B_{S+T} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

e) Razonar si S+T es suma directa: NO es suma directa ya que S ∩ T no es el s.v. trivial cero, es decir, S ∩ T ≠ {(0,0,0,0,0)}.
Razonar si S y T son suplementarios, y en caso de no serlo hallar un suplementario de S.

S y T NO son suplementarios, ya que no son suma directa. Para obtener un suplementario se S extendemos la base de S, obtenida en el apartado a), a una base de $\mathbb{R}^5$, y los vectores añadidos serán una base de un suplementario de S.

$$B_S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \Rightarrow B_{\mathbb{R}^5} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \Rightarrow \text{Sup de } S = L\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Comprobar la fórmula de la dimensión de la suma: dimS=3, dimT=2, dim(S+T)=4 y dimS∩T =1, por tanto, dim(S+T)=dimS+dimT-dimS∩T

Ejercicio 6: (**3** ptos)

Demostrar la siguiente proposición: Sea V un espacio vectorial sobre K y { $\bar{x}_1, ..., \bar{x}_n$} un sistema de generadores de V. Entonces cualquier conjunto { $\bar{y}_1, ..., \bar{y}_m$} con más de n vectores es linealmente dependiente.

Buscar y estudiar en los apuntes o en cualquier libro de la bibliografía la demostración.