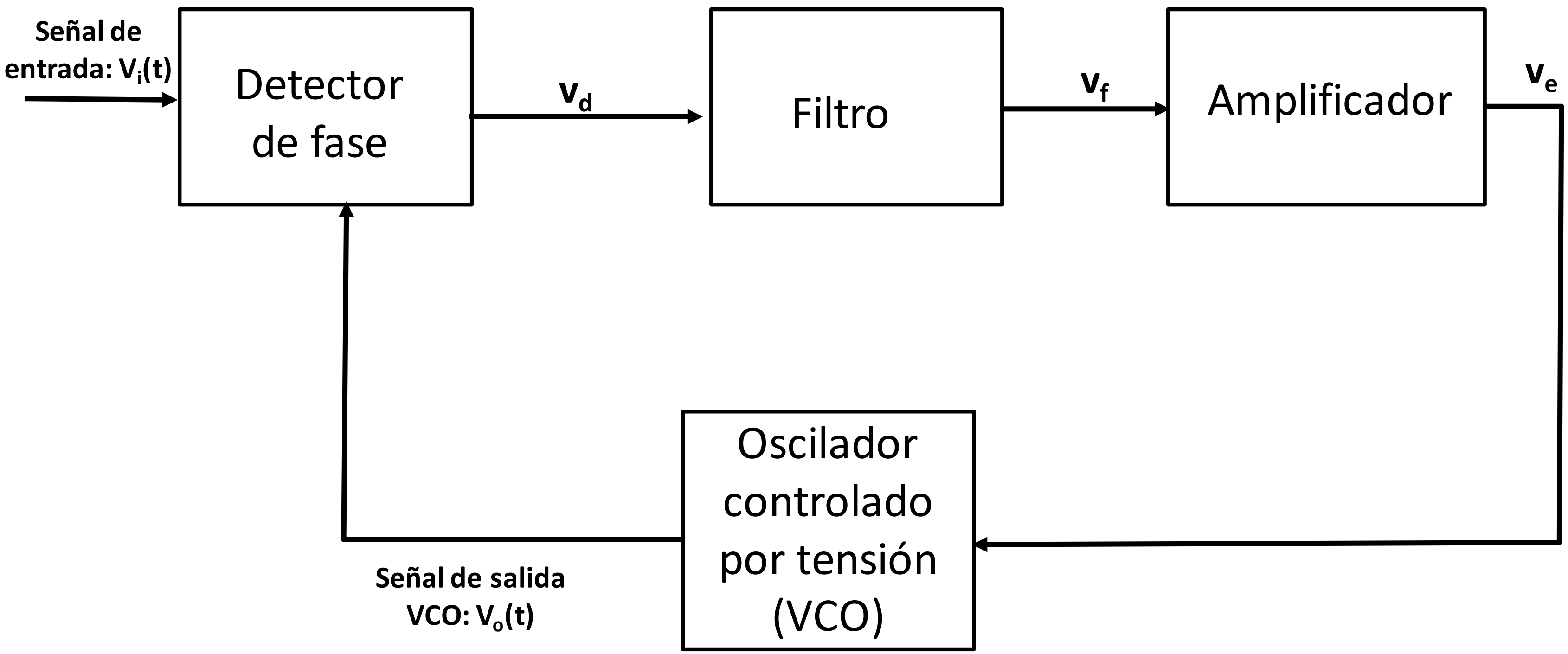
TEMA 7:
PLLs (I)

- **LAZO DE SEGUIMIENTO DE FASE (*Phase- Locked Loop*, PLL)**

- **DIAGRAMA DE BLOQUES Y PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO**
- **FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA Y TIPOS**
- **PLL DE 1er ORDEN. EJEMPLO**
- **ELEMENTOS DE UN PLL:**
  - **COMPARADORES DE FASE y FILTRO**
  - **OSCILADORES CONTROLADOS POR TENSIÓN**
- PLL DE 2º ORDEN. EJEMPLO
- APLICACIONES DE LOS PLLs

PLL: DIAGRAMA DE BLOQUES



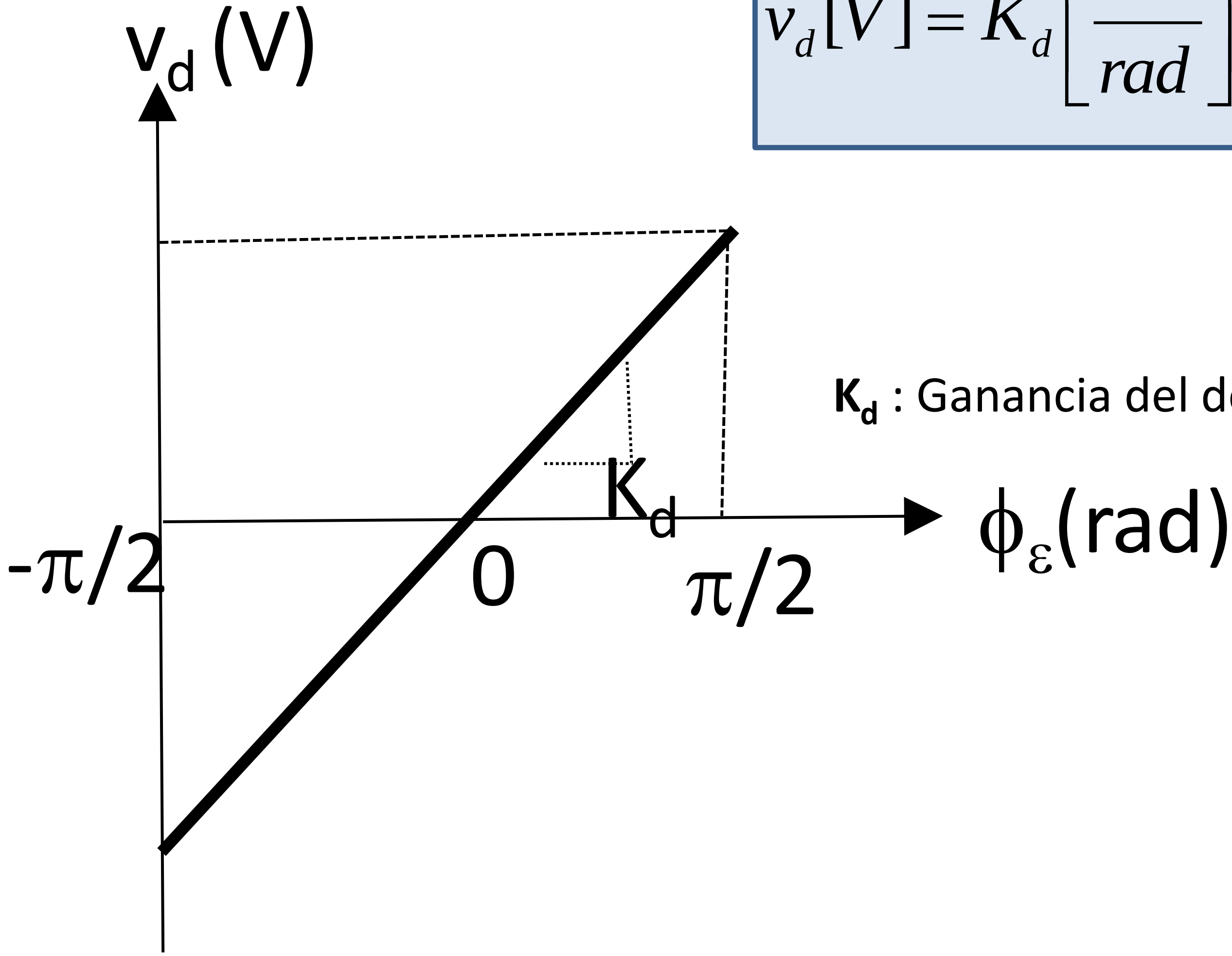
PLL en estado de "ENGANCHE"

- Frecuencia $v_o(t)$ = Frecuencia $v_i(t)$

PLL: CARACTERISTICAS DE TRANSFERENCIA DE BLOQUES

Detector de fase

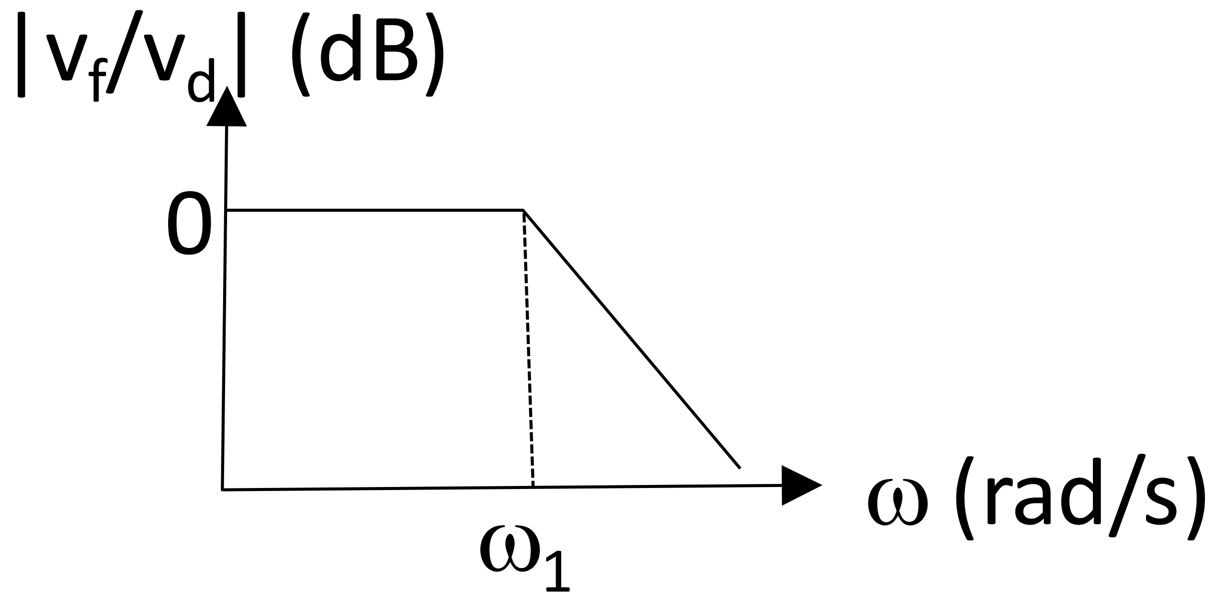
$$v_d[V] = K_d\left[\frac{V}{rad}\right]\cdot\phi_\varepsilon[rad]$$



K_d : Ganancia del detector de fase

PLL: CARACTERISTICAS DE TRANSFERENCIA DE BLOQUES

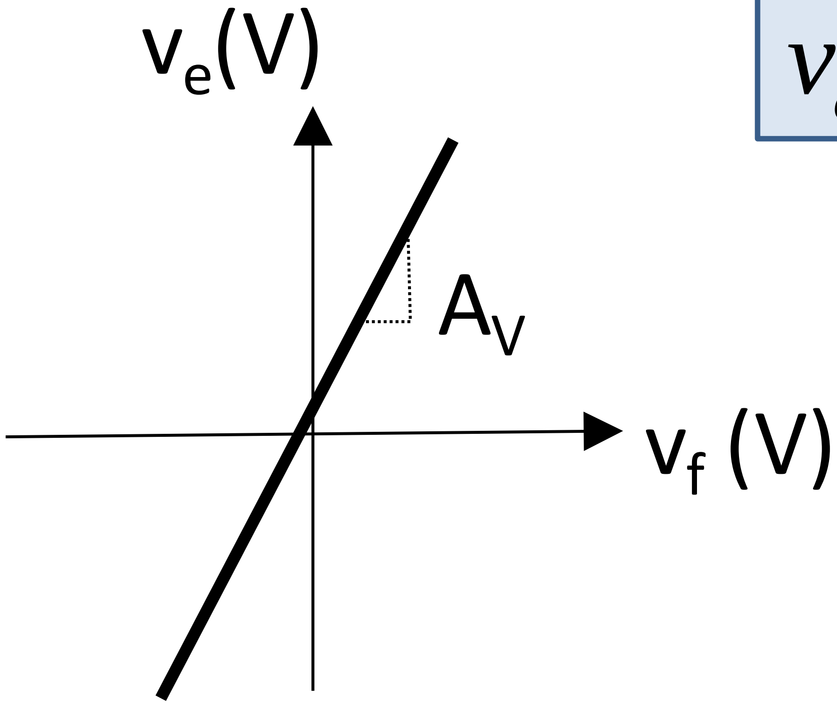
Filtro



$F(s) = v_f/v_d$: Función de transferencia del filtro

PLL: CARACTERISTICAS DE TRANSFERENCIA DE BLOQUES

Amplificador

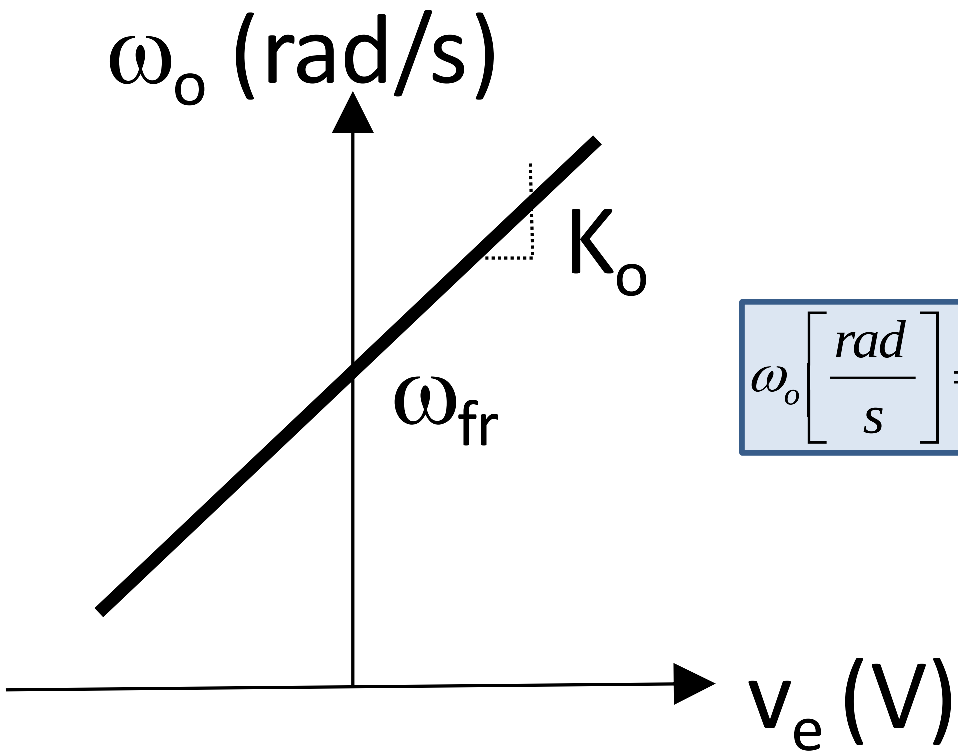


$$v_e[V] = A_v \cdot v_f$$

A_V: Ganancia del amplificador

PLL: CARACTERISTICAS DE TRANSFERENCIA DE BLOQUES

VCO



$$\omega_o\left[\frac{rad}{s}\right]=\omega_{fr}\left[\frac{rad}{s}\right]+K_o\left[\frac{rad}{s\cdot V}\right]\cdot v_e[V]$$

ω_{fr} : Frecuencia de oscilación libre del VCO
K_o: Ganancia del VCO

PLL: CARACTERÍSTICAS

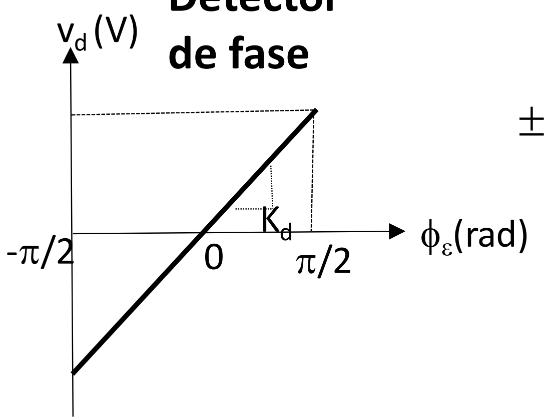
- PLL estado de "enganche": **Conversor frecuencia- voltage** (v_e medida de la diferencia de frecuencia de la señal de entrada respecto a la de oscilación libre del VCO)

$$\boxed{v_e = \frac{\omega_i - \omega_{fr}}{K_o}}$$

- **Margen de captura (*Capture Range*: ±Δf$_C$):** Rango de frecuencias entorno a la de oscilación libre del VCO para las que el PLL es capaz de engancharse (partiendo de un estado previo no "enganchado")

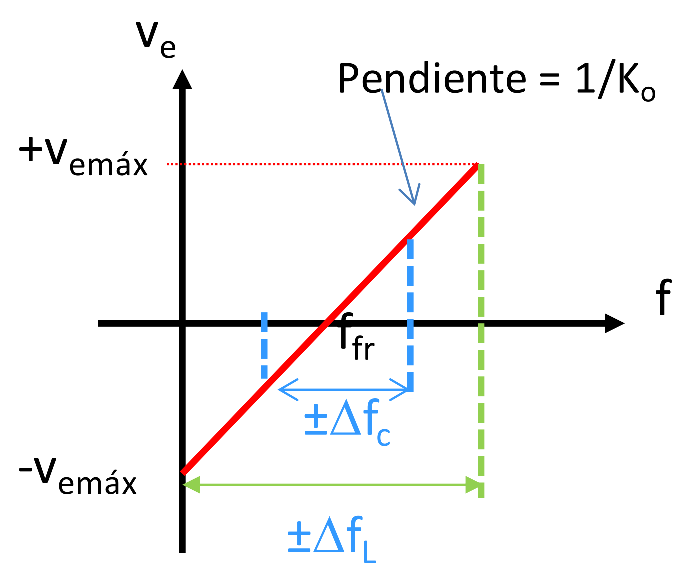
- **Margen de seguimiento (*Tracking Range*: ±Δf$_L$):** Rango de frecuencias entorno a la de oscilación libre del VCO para las que el PLL es capaz de engancharse (partiendo de un estado previo "enganchado")

Detector de fase



$$\pm v_{emáx} = \pm \phi_\varepsilon \cdot K_d \cdot A_V = \pm \frac{\pi}{2} \cdot K_d \cdot A_V$$

$$\boxed{\pm \Delta f_L = \pm v_{emáx} \cdot K_o \geq \pm \Delta f_C}$$



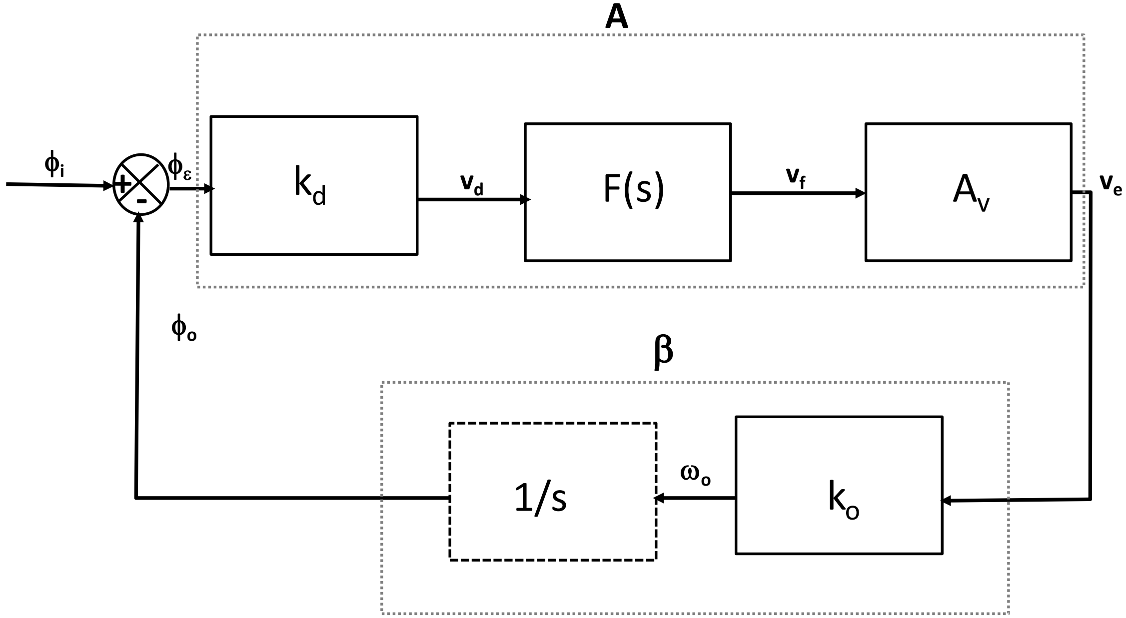
PLL: OBTENCIÓN DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL BUCLE

PLL en estado de "ENGANCHE": Sistema lineal realimentado negativamente

VCO: $\boxed{\omega_o} = \omega_{fr} + K_o \cdot v_e$

Detector de fase: $v_d = K_d \cdot \left(\phi_i - \boxed{\phi_o}\right)$

$$\Delta\omega_o = \frac{d\phi_o}{dt} \Rightarrow \Delta\omega_o = s \cdot \phi_o \Rightarrow \phi_o = \frac{1}{s}\Delta\omega_o = \frac{1}{s} \cdot K_o \cdot v_e$$



$$\frac{v_e}{\phi_i}(s) = \frac{A}{1 + A \cdot \beta} = \frac{K_d \cdot F(s) \cdot A_v}{1 + K_d \cdot F(s) \cdot A_v \cdot K_o \cdot \frac{1}{s}}$$

$$\Delta\omega_i = s \cdot \phi_i$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{v_e}{\Delta\omega_i}(s) = \frac{K_d \cdot F(s) \cdot A_v}{s + K_d \cdot F(s) \cdot A_v \cdot K_o}}$$

F(s) = 1 $\Rightarrow$ PLL orden 1

F(s) = Filtro 1[er] orden 1
$\Rightarrow$ PLL orden 2

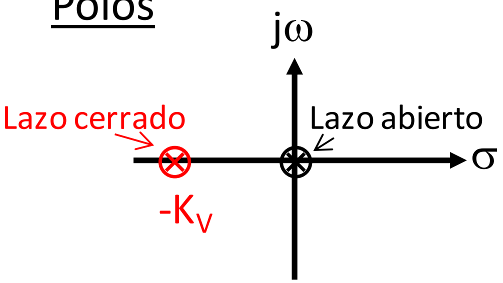
PLL DE PRIMER ORDEN (F(s) = 1)

$$\left.\begin{aligned} &\frac{v_e}{\Delta\omega_i}(s)=\frac{K_d\cdot F(s)\cdot A_v}{s+K_d\cdot F(s)\cdot A_v\cdot K_o}=\frac{K_d\cdot A_v}{s+K_d\cdot A_v\cdot K_o} \\ &Ganancia\quad de\quad lazo\quad K_V=K_d\cdot A_v\cdot K_o \end{aligned}\right\}\Rightarrow \frac{v_e}{\Delta\omega_i}(s)=\frac{K_V/K_o}{s+K_V}$$

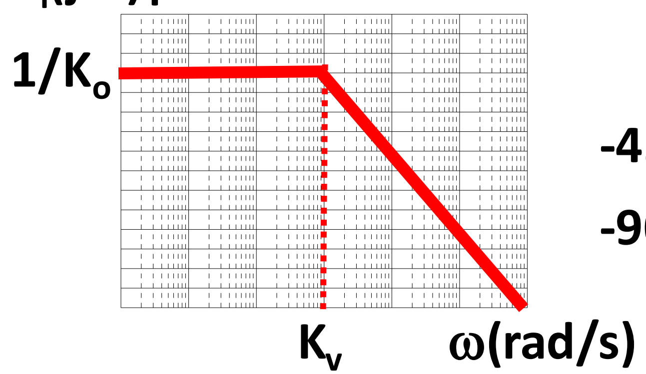
Sistema de 1er orden paso bajo

Respuesta en frecuencia (Δω_i sinusoidal)

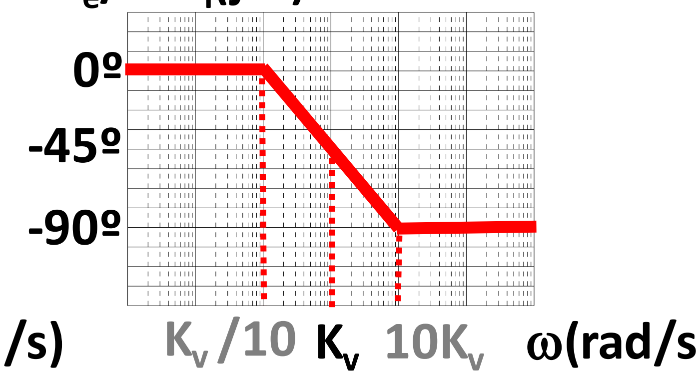
Polos



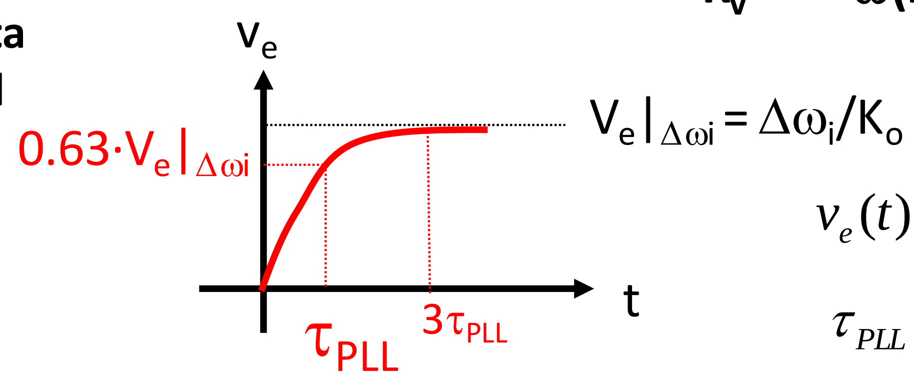
$|v_e/\Delta\omega_i(j\omega)|$



$\angle v_e/\Delta\omega_i(j\omega)$



Respuesta temporal



$$v_e(t)=v_{e(t\to\infty)}+\left(v_{e(t=0)}-v_{e(t\to\infty)}\right)e^{-\frac{t}{\tau_{PLL}}}$$

$$\tau_{PLL}=\frac{1}{K_V}$$

EJEMPLO 1 PLL DE PRIMER ORDEN (F(s) = 1)

Datos PLL:

F(s) = 1; Ganancia de lazo del PLL: $\mathbf{K_V = K_d \cdot A_V \cdot K_O = 1900\ s^{-1}}$; Margen de enganche PLL: $\mathbf{\Delta f_L = \pm 475Hz}$

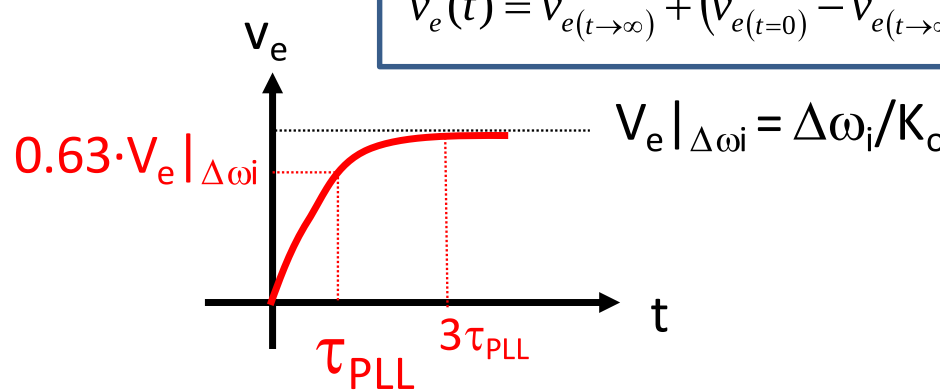
Ganancia del VCO: $\mathbf{K_o = 2\pi \cdot krad/s.V}$; Frecuencia de oscilación libre del VCO: $\mathbf{\omega_{fr} = 2\pi \cdot 650\ rad/s}$

$$v_i(t) = \begin{cases} sen(2\pi \cdot 1k \cdot t) & 10ms > t > 0 \rightarrow f_{i1} = 1kHz \\ sen(2\pi \cdot 250 \cdot t) & 20ms > t > 10ms \rightarrow f_{i2} = 250Hz \end{cases}$$

Respuesta temporal

$$\frac{v_e}{\Delta\omega_i}(s) = \frac{K_V / K_o}{s + K_V}$$

$$v_e(t) = v_{e(t\rightarrow\infty)} + \left(v_{e(t=0)} - v_{e(t\rightarrow\infty)}\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{PLL}}}$$



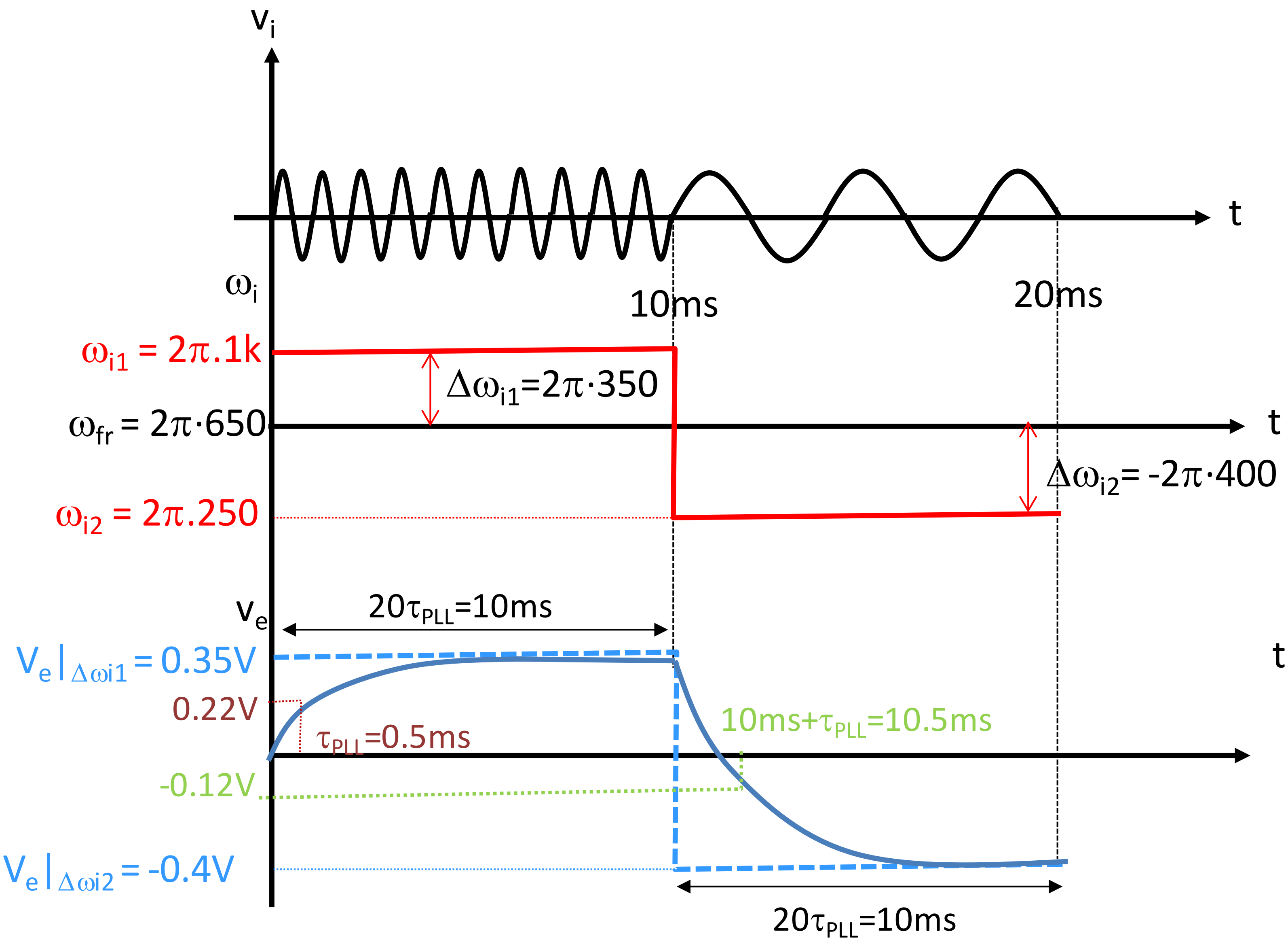
- Margen de enganche PLL: $\mathbf{\Delta f_L = \pm 475Hz}$

$$f_{iLmáx} = f_{fr} + \Delta f_L = 650Hz + 475Hz = 1.125kHz > f_{i1}$$
$$f_{iLmín} = f_{fr} - \Delta f_L = 650Hz - 475Hz = 175Hz < f_{i2}$$

- Constante de tiempo del PLL

$$\tau_{PLL} = \frac{1}{K_V} = \frac{1}{1900\,s^{-1}} = 0.5ms$$

EJEMPLO 1 PLL DE PRIMER ORDEN (F(s) = 1)



EJEMPLO 2 PLL DE PRIMER ORDEN (F(s) = 1)

Datos PLL:

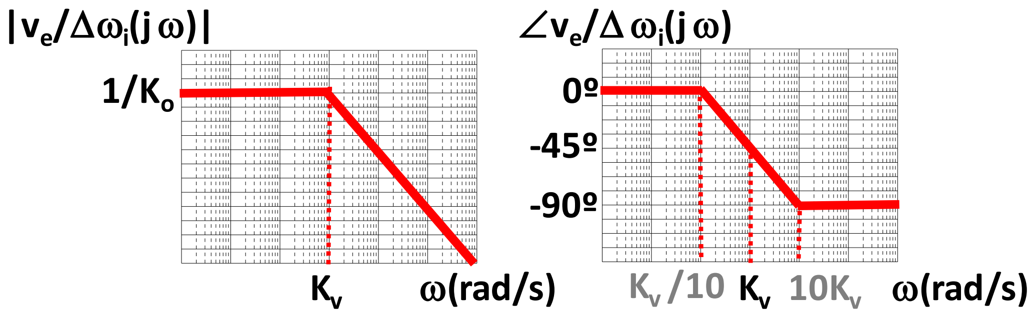
F(s) = 1; Ganancia de lazo del PLL: $\mathbf{K_V = K_d \cdot A_V \cdot K_O = 500\ s^{-1}}$; Margen de enganche PLL: $\mathbf{\Delta f_L = \pm 125Hz}$
Ganancia del VCO: $\mathbf{K_o = 2\pi \cdot krad/s.V}$; Frecuencia de oscilación libre del VCO: $\mathbf{\omega_{fr} = 2\pi \cdot 500\ rad/s}$

$$v_i(t) = sen(\omega_i \cdot t) = sen\{\omega_p \cdot [1 + m \cdot x_m(t)] \cdot t\} = sen\{2\pi \cdot 500 \cdot [1 + 0.1 \cdot sen(2\pi \cdot 5 \cdot t)] \cdot t\} : Señal \quad FM$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_i(t) = 2\pi \cdot 500 + 2\pi \cdot 50 \cdot sen(2\pi \cdot 5 \cdot t) \rightarrow \begin{cases} f_{imáx} = 550Hz \\ f_{imín} = 450Hz \end{cases}}$$

Respuesta en frecuencia (Δω$_i$ sinusoidal)

$$\frac{v_e}{\Delta\omega_i}(s) = \frac{K_V / K_o}{s + K_V}$$

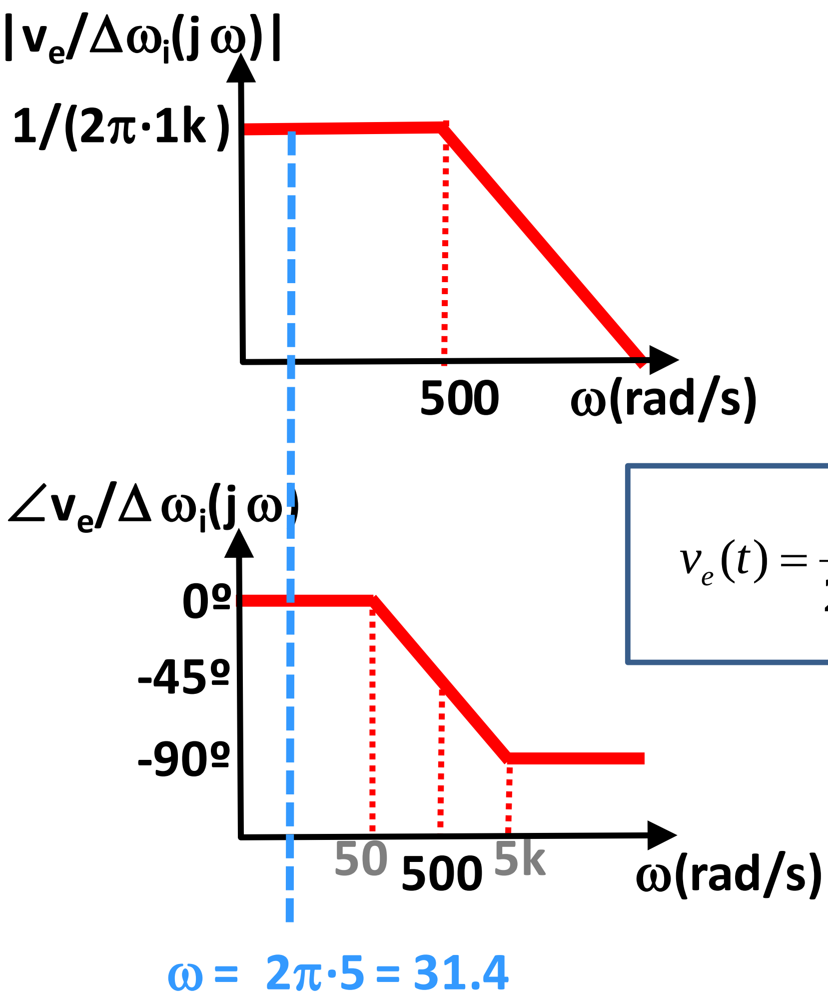


- Margen de enganche PLL: $\mathbf{\Delta f_L = \pm 125Hz}$

$$f_{iLmáx} = f_{fr} + \Delta f_L = 500Hz + 125Hz = 625Hz > f_{imáx}$$
$$f_{iLmín} = f_{fr} - \Delta f_L = 500Hz - 125Hz = 375Hz < f_{imín}$$

EJEMPLO 2 PLL DE PRIMER ORDEN (F(s) = 1)

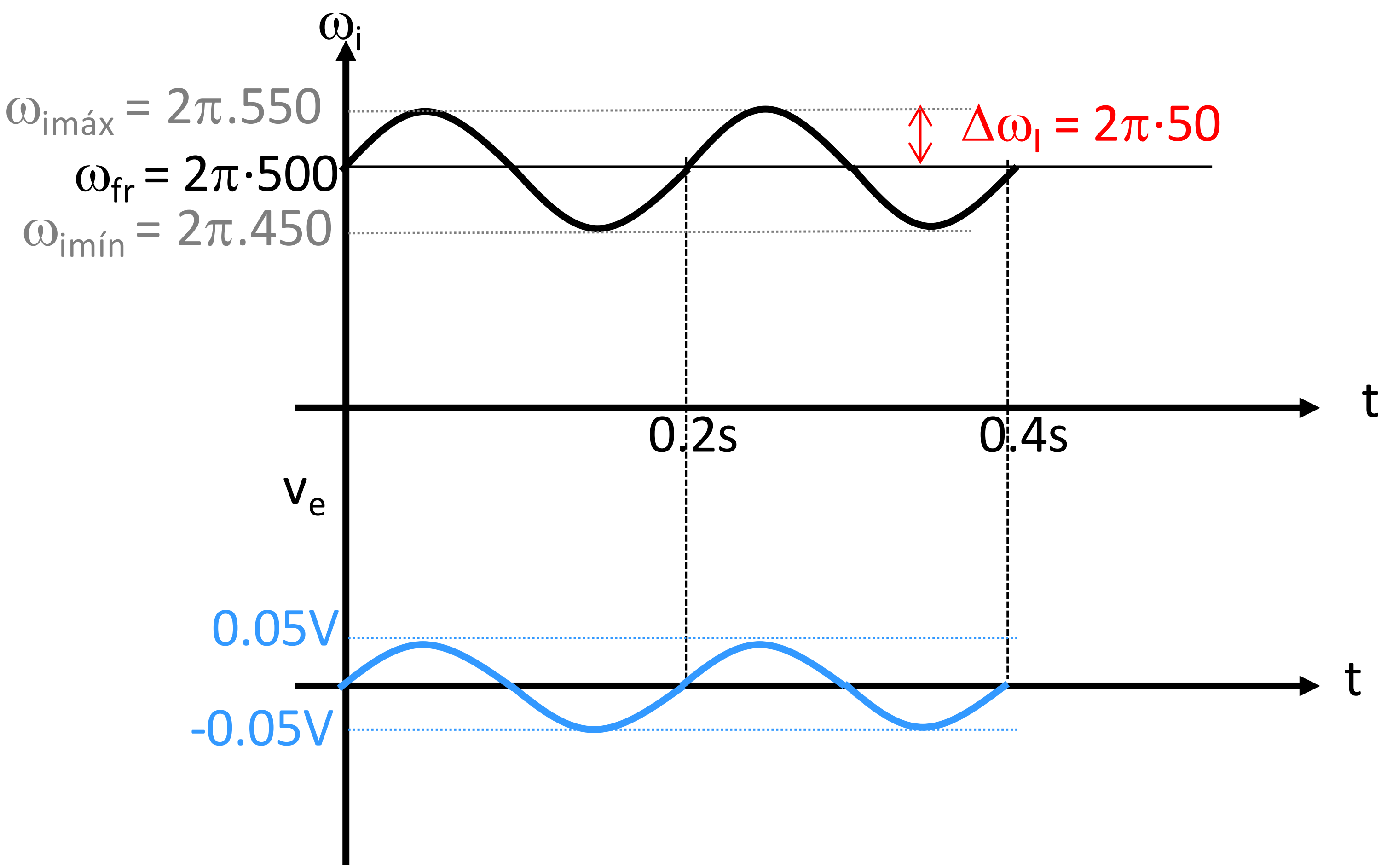
PLL en estado de enganche: Sistema lineal $\Rightarrow$ $v_e(t) = \left|\dfrac{v_e}{\Delta\omega_i}\right|_{\omega=2\pi\cdot 5} \cdot |\Delta\omega_i| \cdot sen\left[2\pi\cdot 5\cdot t + \angle\dfrac{v_e}{\Delta\omega_i}\Big|_{\omega=2\pi\cdot 5}\right]$



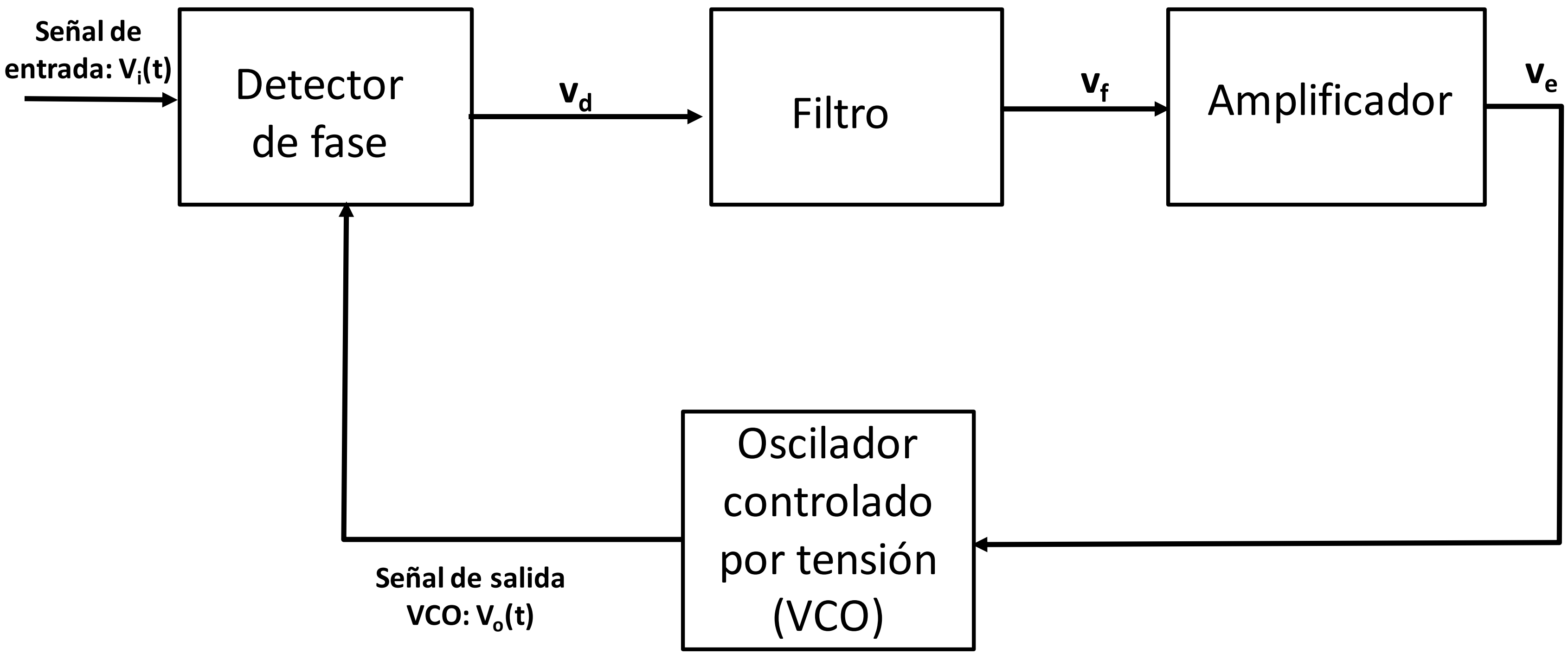
$$v_e(t) = \frac{1}{2\pi\cdot 1k}\cdot 2\pi\cdot 50\cdot sen\left[2\pi\cdot 5\cdot t + 0^{o}\right] = 0.05\cdot sen\left[2\pi\cdot 5\cdot t + 0^{o}\right]$$

EJEMPLO 2 PLL DE PRIMER ORDEN (F(s) = 1)

$$v_e(t) = 0.05 \cdot sen[2\pi \cdot 5 \cdot t + 0^o] = K \cdot x_m(t)$$



PLL: DIAGRAMA DE BLOQUES



PLL en estado de "ENGANCHE"

- Frecuencia $v_o(t)$ = Frecuencia $v_i(t)$

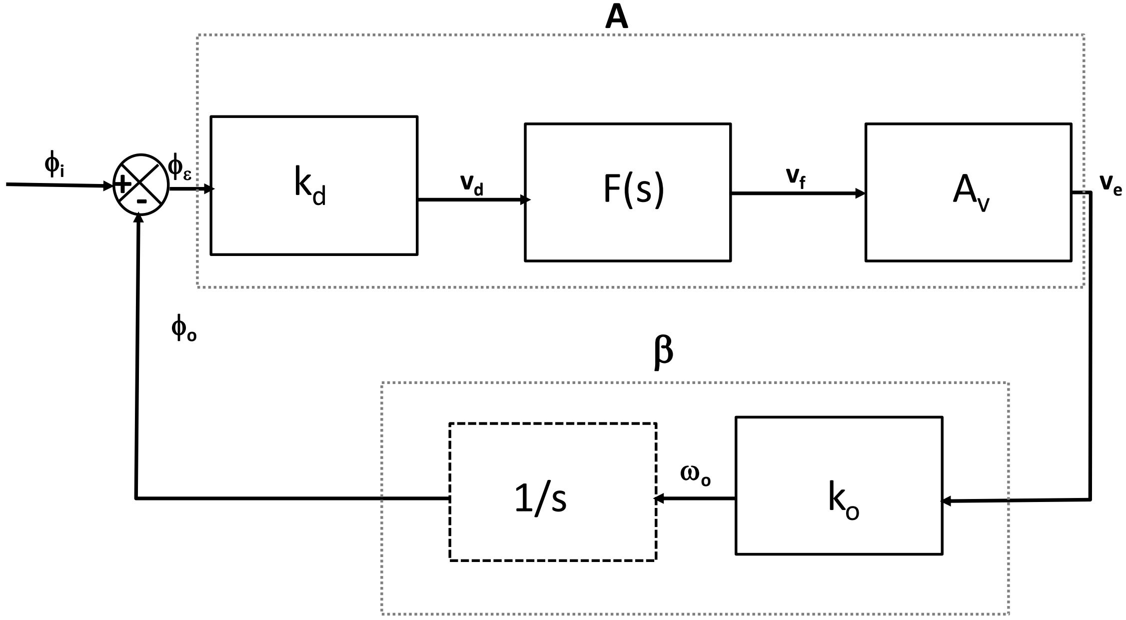
PLL: OBTENCIÓN DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL BUCLE

PLL en estado de "ENGANCHE": Sistema lineal realimentado negativamente

VCO: $\boxed{\omega_o} = \omega_{fr} + K_o \cdot v_e$

Detector de fase: $v_d = K_d \cdot \left(\phi_i - \boxed{\phi_o}\right)$

$$\Delta\omega_o = \frac{d\phi_o}{dt} \Rightarrow \Delta\omega_o = s\cdot\phi_o \Rightarrow \phi_o = \frac{1}{s}\Delta\omega_o = \frac{1}{s}\cdot K_o\cdot v_e$$



$$\frac{v_e}{\phi_i}(s) = \frac{A}{1+A\cdot\beta} = \frac{K_d\cdot F(s)\cdot A_v}{1+K_d\cdot F(s)\cdot A_v\cdot K_o\cdot\frac{1}{s}}$$

$$\Delta\omega_i = s\cdot\phi_i$$

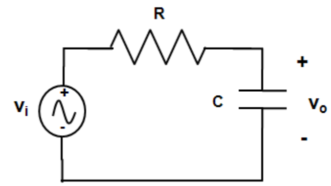
$$\Rightarrow \boxed{\frac{v_e}{\Delta\omega_i}(s) = \frac{K_d\cdot F(s)\cdot A_v}{s+K_d\cdot F(s)\cdot A_v\cdot K_o}}$$

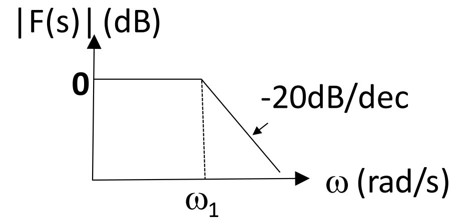
F(s) = 1 $\Rightarrow$ PLL orden 1

F(s) = Filtro 1[er] orden 1 $\Rightarrow$ PLL orden 2

PLL DE SEGUNDO ORDEN

$$F(s)=\frac{\omega_1}{s+\omega_1}$$





$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{v_e}{\Delta\omega_i}(s)=\dfrac{K_d\cdot F(s)\cdot A_v}{s+K_d\cdot F(s)\cdot A_v\cdot K_o}\\ \\ Ganancia\quad de\quad lazo\quad K_V=K_d\cdot A_v\cdot K_o\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{v_e}{\Delta\omega_i}(s)=\frac{1}{K_o}\cdot\frac{F(s)}{\dfrac{s}{K_V}+F(s)}$$

$$\frac{v_e}{\Delta\omega_i}(s)=\frac{1}{K_o}\cdot\frac{\dfrac{\omega_1}{s+\omega_1}}{\dfrac{s}{K_V}+\dfrac{\omega_1}{s+\omega_1}}\Rightarrow\boxed{\frac{v_e}{\Delta\omega_i}(s)=\frac{1}{K_o}\cdot\frac{\omega_1\cdot K_V}{s^2+\omega_1\cdot s+\omega_1\cdot K_V}}$$

Sistema de 2º orden paso bajo

Forma genérica

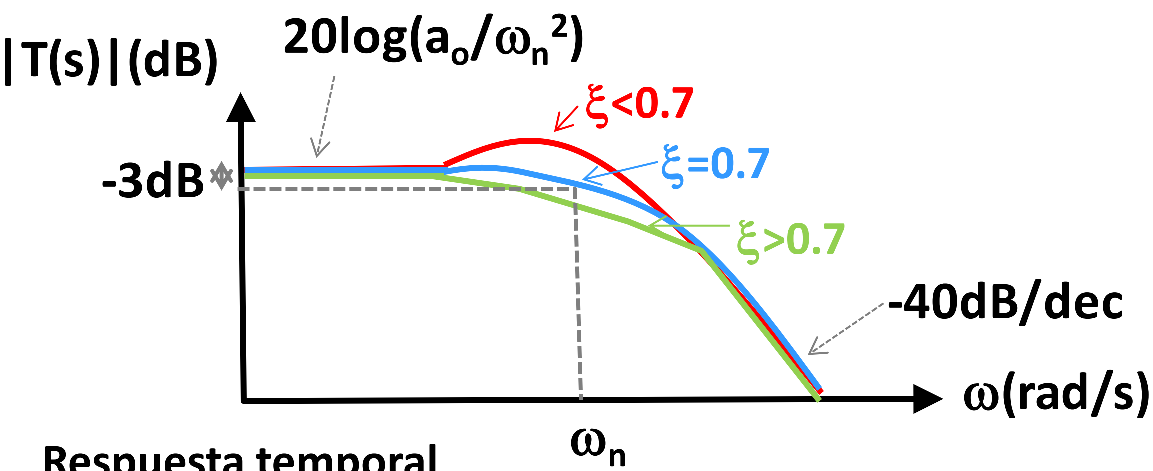
$$T(s)=\frac{a_0}{s^2+2\cdot\xi\cdot\omega_n\cdot s+\omega_n^2}$$

ω_n: frecuencia natural
ξ: coeficiente de amortiguamiento

Características de un sistema de 2º orden paso bajo

$$T(s) = \frac{a_0}{s^2 + 2\cdot\xi\cdot\omega_n\cdot s + \omega_n^2}$$

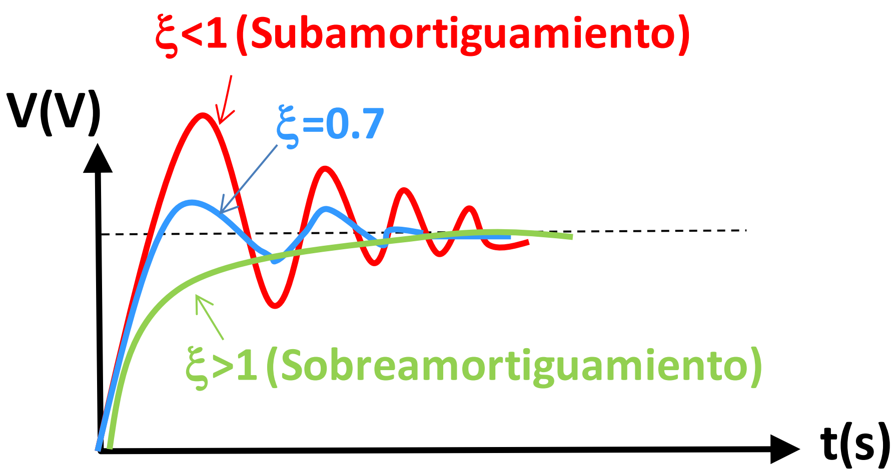
Respuesta en frecuencia

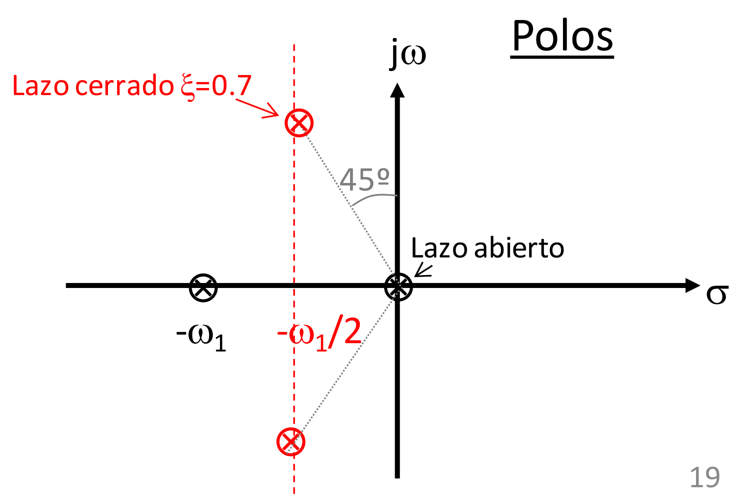


$$\xi_{optimo} = 0.7 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

- Sin pico en respuesta en frecuencia con ancho de banda máximo (BW = ω_n)
- Respuesta temporal rápida con sobreoscilación baja (~10%)

Respuesta temporal



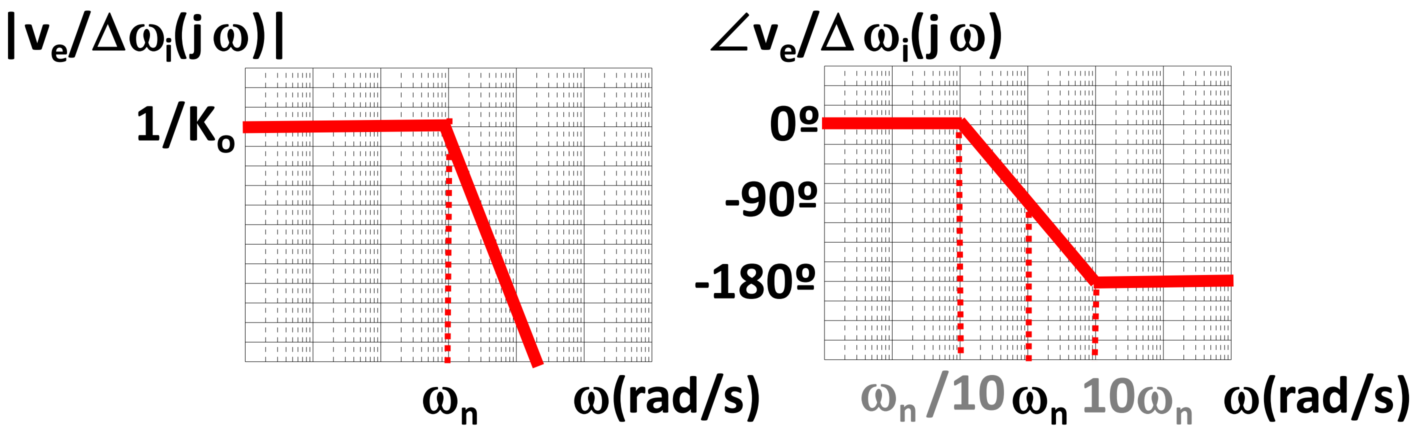


PLL DE SEGUNDO ORDEN

$$\left.\begin{aligned} \frac{v_e}{\Delta\omega_i}(s) &= \frac{1}{K_o}\cdot\frac{\omega_1\cdot K_V}{s^2+\omega_1\cdot s+\omega_1\cdot K_V} \\ T_{generica}(s) &= \frac{a_0}{s^2+2\cdot\xi\cdot\omega_n\cdot s+\omega_n^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \omega_n &= \sqrt{\omega_1\cdot K_V} \\ \xi &= \frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{\omega_1}{K_V}} \end{aligned}}$$

$$\boxed{\xi_{óptimo} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow K_V = \frac{\omega_1}{2} \Rightarrow \omega_n = \sqrt{2}\cdot K_V}$$

Respuesta en frecuencia asintótica ($\Delta\omega_i$ sinusoidal)



EJEMPLO 1 PLL DE SEGUNDO ORDEN

Datos PLL:

F(s) = 1000/(s+1000); Ganancia de lazo del PLL: $\mathbf{K_V = K_d \cdot A_V \cdot K_O = 500\ s^{-1}}$;

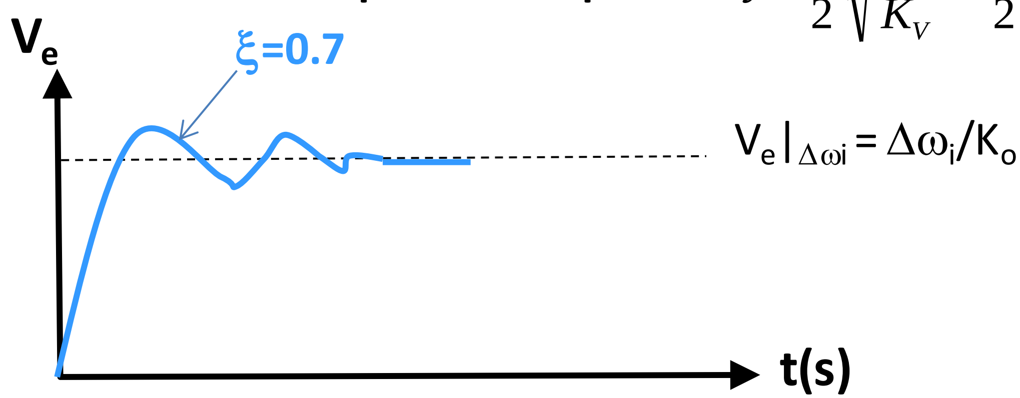
Margen de enganche PLL: $\mathbf{\Delta f_L = \pm 125Hz}$

Ganancia del VCO: $\mathbf{K_o = 2\pi \cdot krad/s.V}$; Frecuencia de oscilación libre del VCO: $\mathbf{\omega_{fr} = 2\pi \cdot 600 rad/s}$

$$v_i(t) = \begin{cases} sen(2\pi \cdot 700 \cdot t) & 10ms > t > 0 \rightarrow f_{i1} = 700\,Hz \\ sen(2\pi \cdot 500 \cdot t) & 20ms > t > 10ms \rightarrow f_{i2} = 500\,Hz \end{cases}$$

Respuesta temporal

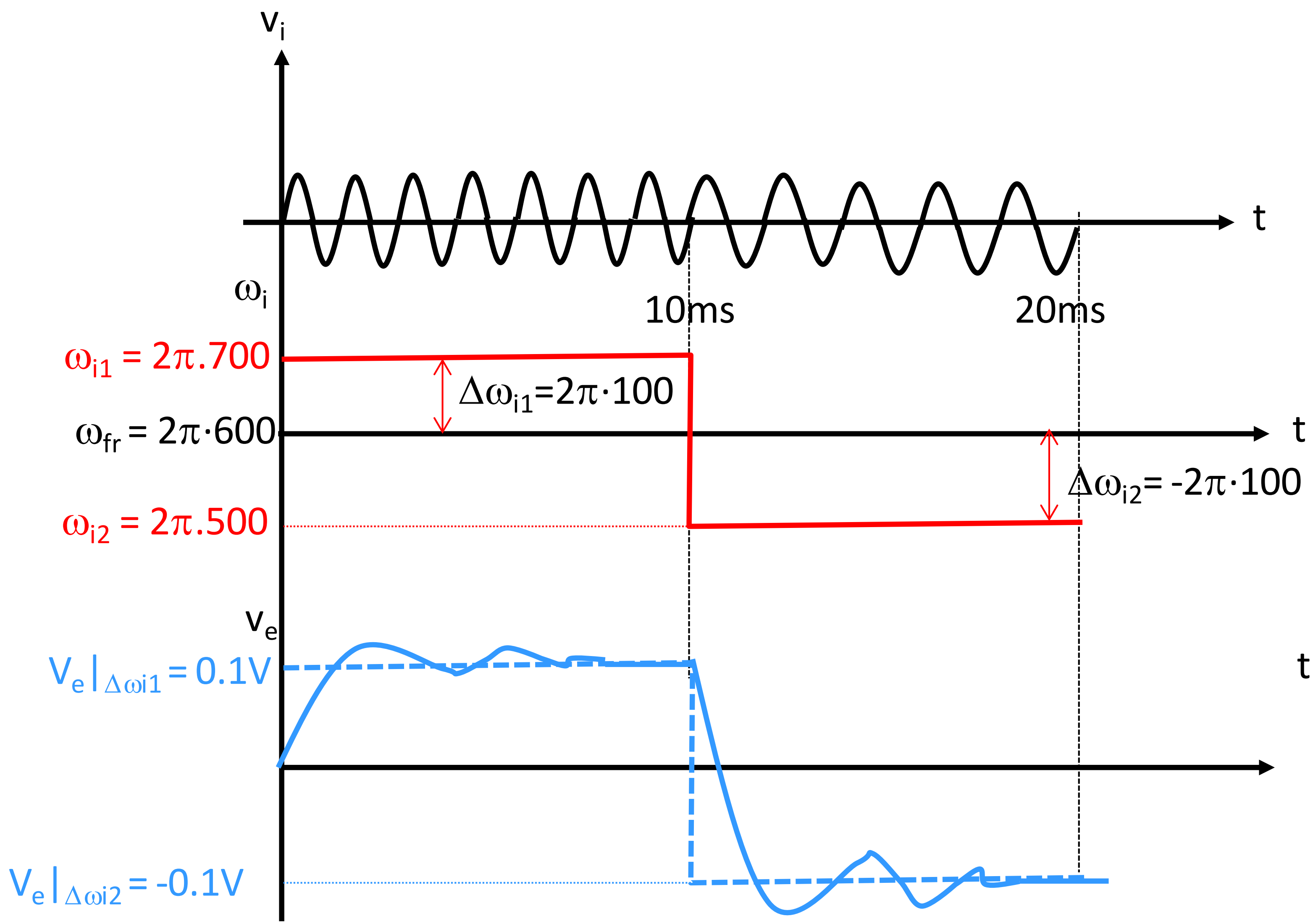
$$\xi = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\omega_1}{K_V}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7$$



- Margen de enganche PLL: $\mathbf{\Delta f_L = \pm 125Hz}$

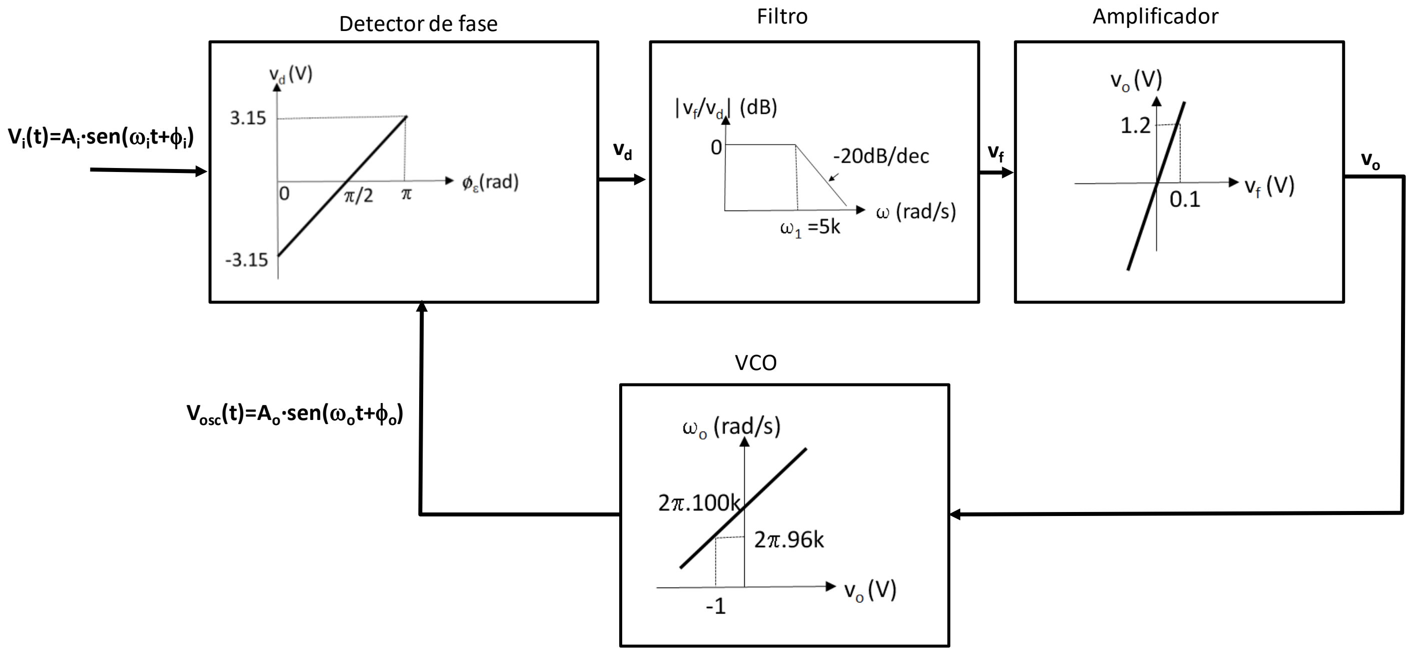
$$\boxed{\begin{aligned} f_{iLmáx} &= f_{fr} + \Delta f_L = 600\,Hz + 125\,Hz = 725\,Hz > f_{i1} \\ f_{iLmín} &= f_{fr} - \Delta f_L = 600\,Hz - 125\,Hz = 475\,Hz < f_{i2} \end{aligned}}$$

EJEMPLO 1 PLL DE SEGUNDO ORDEN



EJEMPLO 2 PLL DE SEGUNDO ORDEN

En la figura se representa el diagrama de bloques de un PLL de orden 2, con la representación gráfica de la función de transferencia de cada uno de los bloques.



Se pide:

•Obtenga la función de transferencia del PLL ($v_o/\Delta\omega_i$ (s)) y determine el valor del coeficiente de amortiguamiento (ξ) y de la frecuencia natural (ω_n).

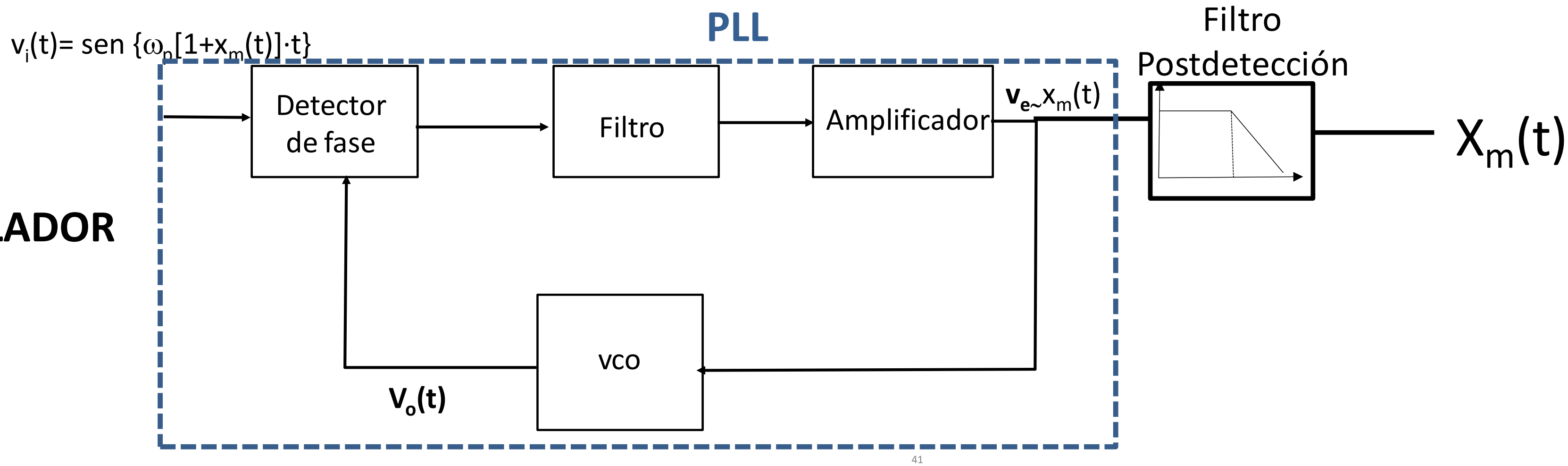
•Represente gráficamente la respuesta en frecuencia del PLL ($v_o/\Delta\omega_i$ ($j\omega$)), en módulo y fase.

•Represente gráficamente, en función del tiempo, la variación de la frecuencia angular, ω_i, de la señal de entrada del PLL y la variación de v_o, si la señal de entrada del PLL es

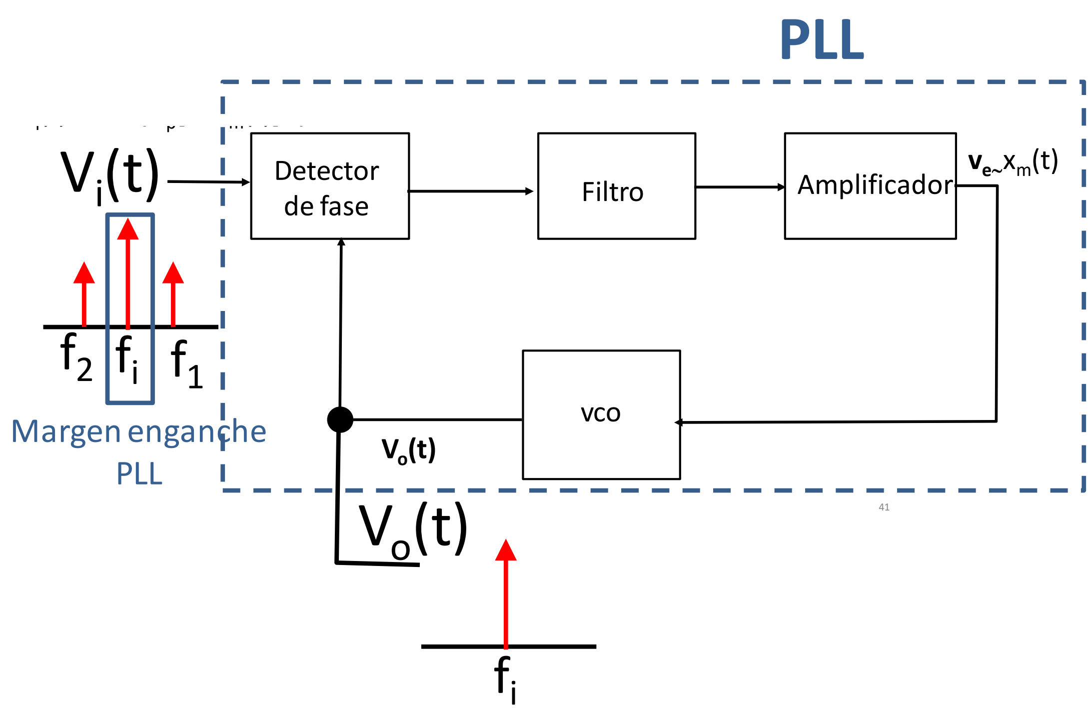
$$v_i(t)= 5.sen \{2\pi\cdot[100k +\cdot 10k\cdot sen(2\pi\cdot 100\cdot t)]\cdot t\}$$

PLL: APLICACIONES

DEMODULADOR FM

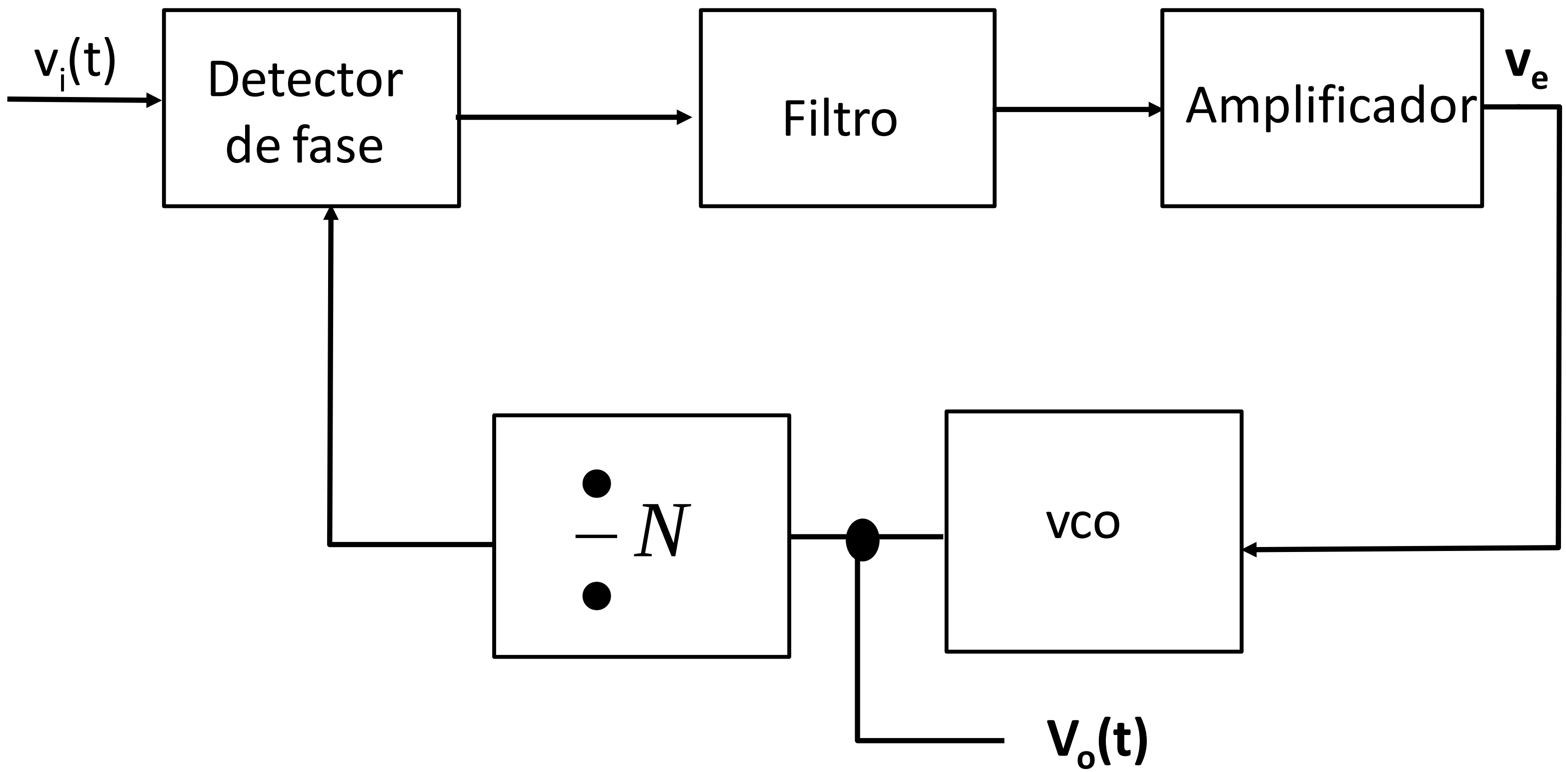


ACONDICIONAMIENTO DE SEÑAL



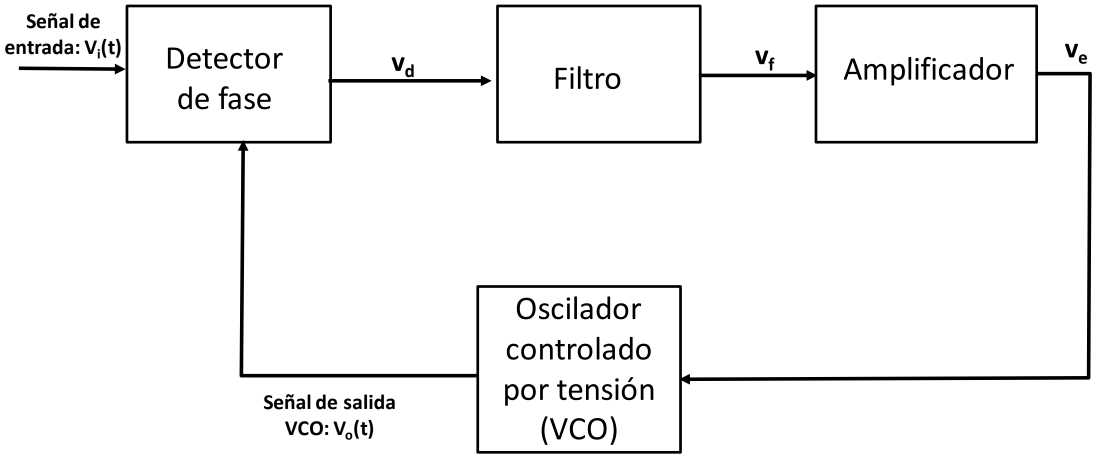
PLL: APLICACIONES

SINTETIZADOR DE FRECUENCIA



PLL "Enganchado" $\Rightarrow f_i = f_o/N \Rightarrow f_o = N \cdot f_i$

ELEMENTOS DE UN PLL



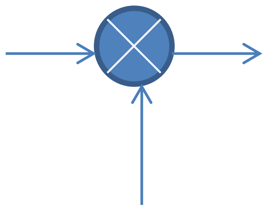
Hasta ahora, vi(t) y vo(t) se han tratado como ondas sinusoidales, pero pueden ser ondas cuadradas dependiendo del tipo de aplicación.

Trabajar con ondas cuadradas permite usar circuitos que manejan señales binarias, y que se comportan de forma similar a los circuitos digitales, facilitando su implementación.

ELEMENTOS DE UN PLL: Comparadores de fase (I)

-Mezclador o Multiplicador analógico de 4 cuadrantes, o célula de Gilbert: se basa en la traslacción de frecuencia

$A_1 \cos(\phi_1)$



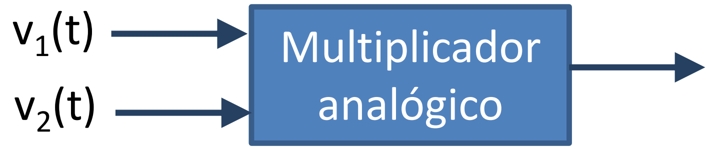
$A_1 \cos(\phi 1)\ A_2 \cos(\phi 2) = A_1 A_2/2[\cos(\phi_1 - \phi_2) + \cos(\phi_1 + \phi_2)]$

$A_2 \cos(\phi_2)$

¡¡Si una de las entradas tiene otras componentes en frecuencia, también se mezclan!!

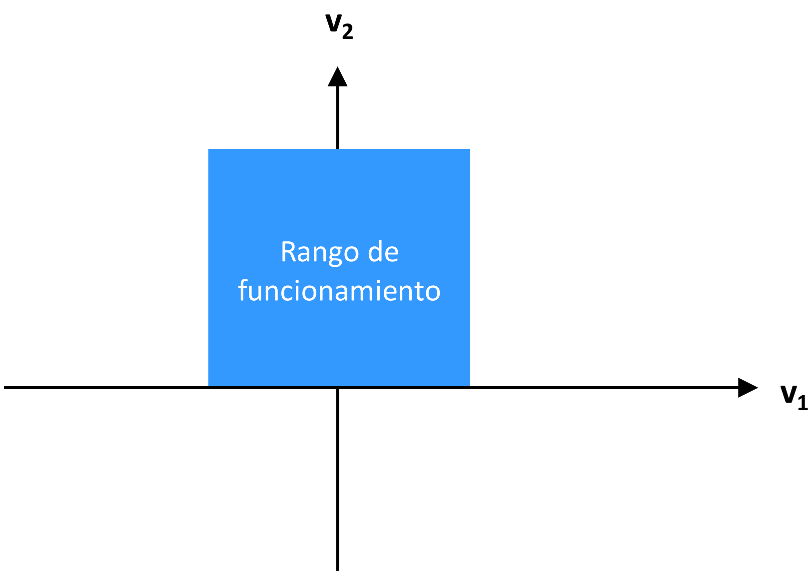
Ejemplo: Entrada modulada en fase o frecuencia. Es necesario conocer las frecuencias de entrada al PLL para prevenir que el VCO reaccione a alguna frecuencia no deseada. En ocasiones se produce un “falso enganche” a un múltiplo o submúltiplo de la portadora.

MULTIPLICADORES ANALÓGICOS: TIPOS



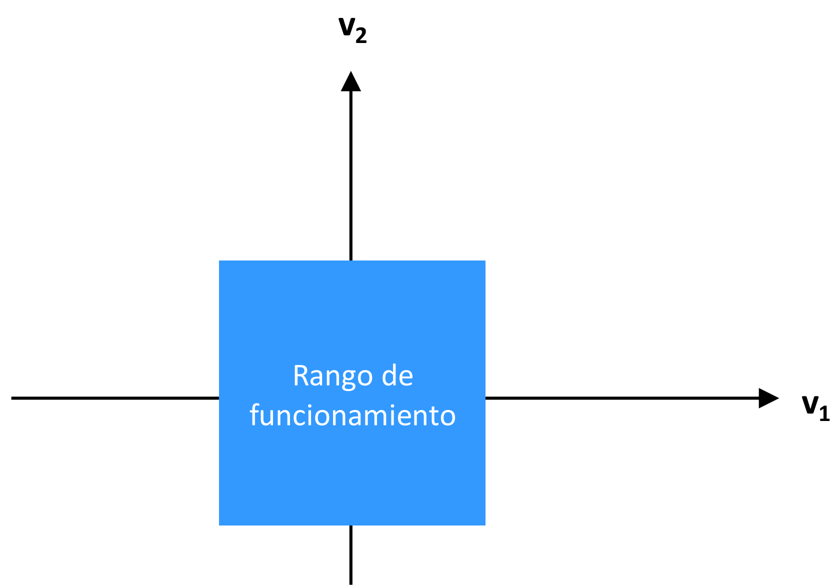
$v_o(t) = K \cdot v_1(t) \cdot v_2(t)$

Multiplicador dos cuadrantes:
$v_1(t)$ bipolar
$v_2(t)$ unipolar



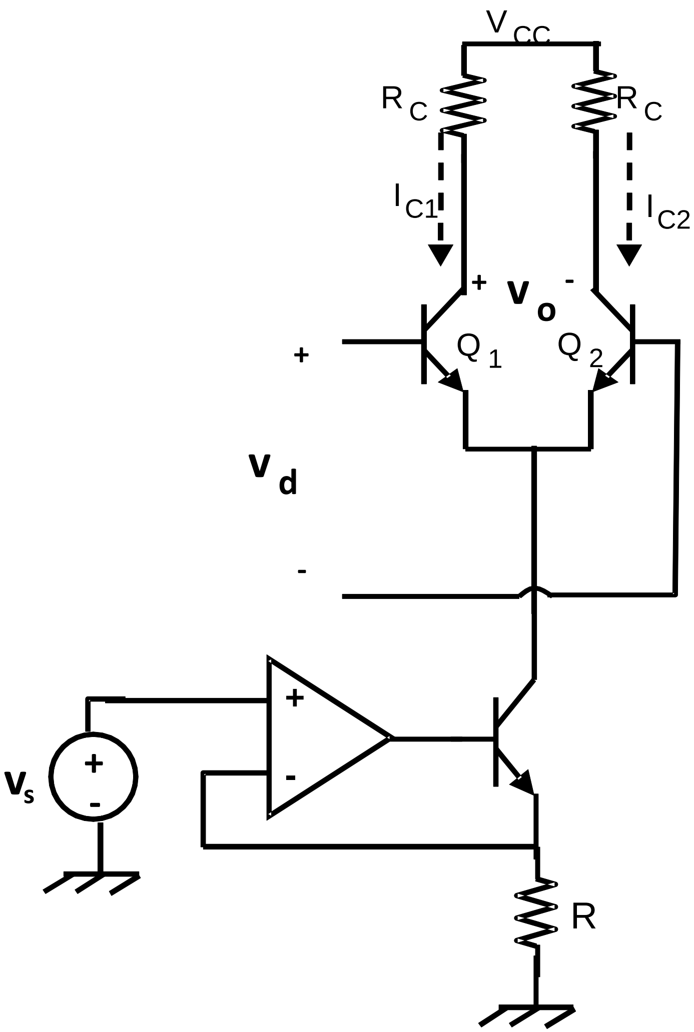
PAR DIFERENCIAL

Multiplicador cuatro cuadrantes:
$v_1(t)$ bipolar
$v_2(t)$ bipolar



CÉLULA DE GILBERT

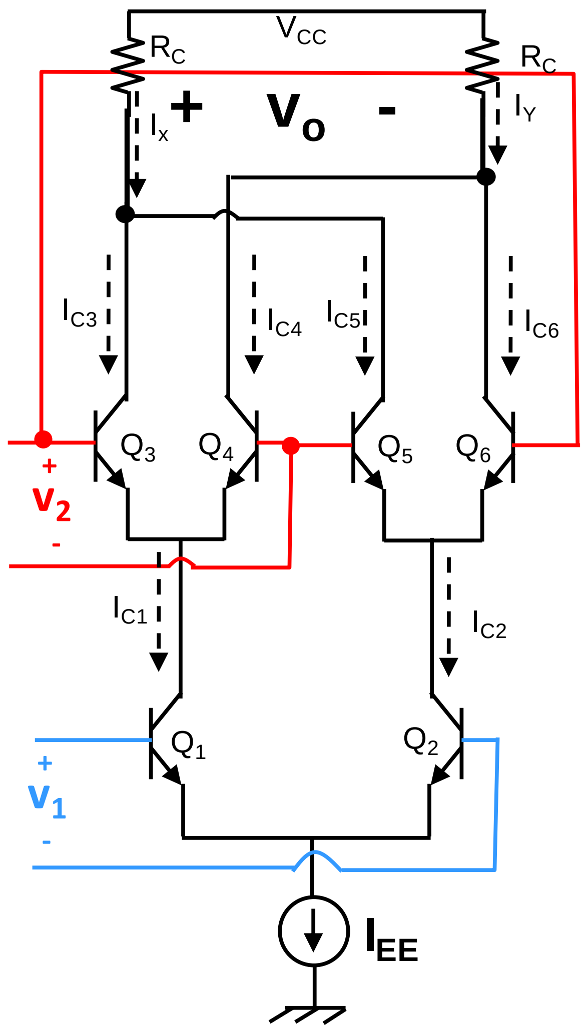
MULTIPLICADORES ANALÓGICOS 2 CUADRANTES: PAR DIFERENCIAL



$Vo=Vc_{Q1}-Vc_{Q2}=-Vd(gm_1-gm_2)*Rc$
$gm_1=Ic_{Q1}/Vt$
$Ic_{Q1}=Vs/R/2$

Vs positiva
Vd positva y negativa

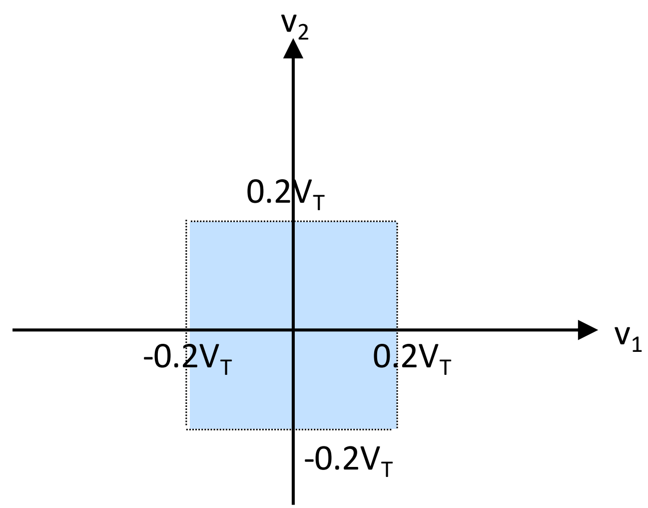
MULTIPLICADORES ANALÓGICOS 4 CUADRANTES: CÉLULA DE GILBERT



Multiplicador cuatro cuadrantes:

$v_1 \ll 2V_T$

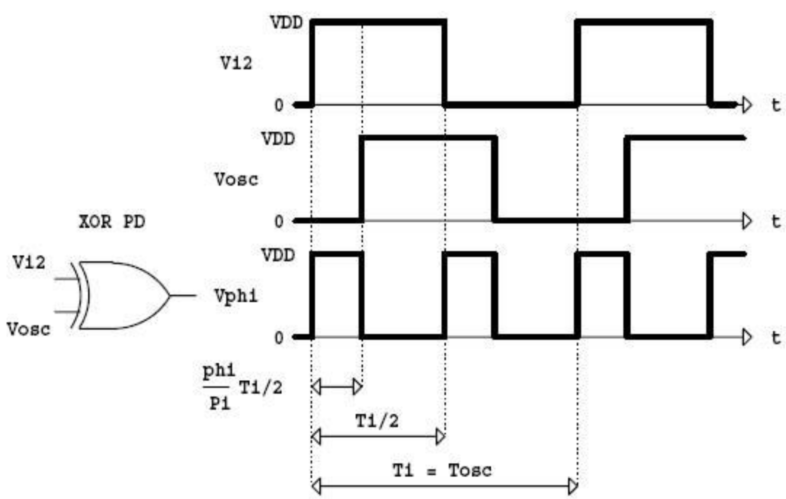
$v_2 \ll 2V_T$



Es lineal para tensiones muy pequeñas, Para mayores amplitudes introducen tonos de distorsión que se mexclan entre sí

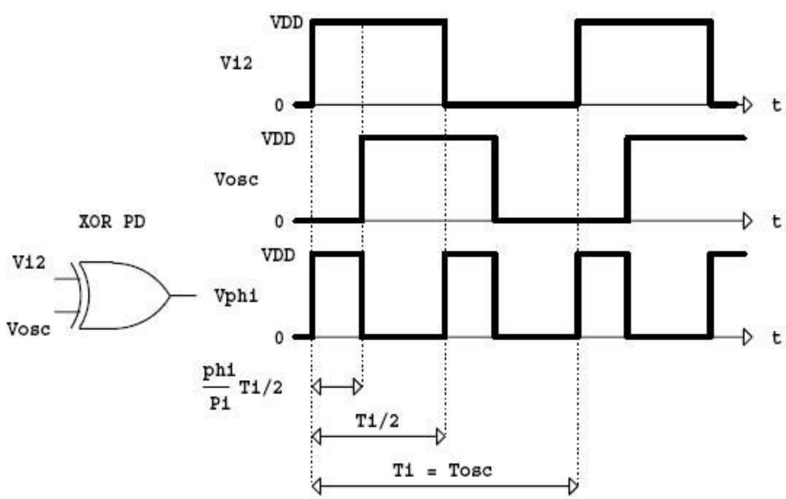
ELEMENTOS DE UN PLL: Comparadores de fase (II)

- Puerta XOR: funciona como un multiplicador analógico, pero opera con señales binarias



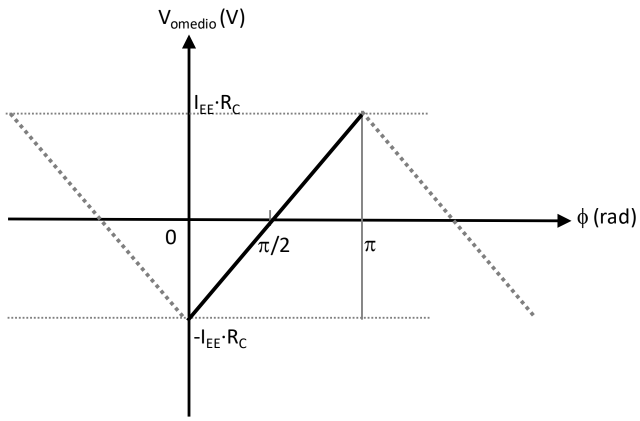
ELEMENTOS DE UN PLL: Comparadores de fase (II)

- Puerta XOR: funciona como un multiplicador analógico, pero opera con señales binarias



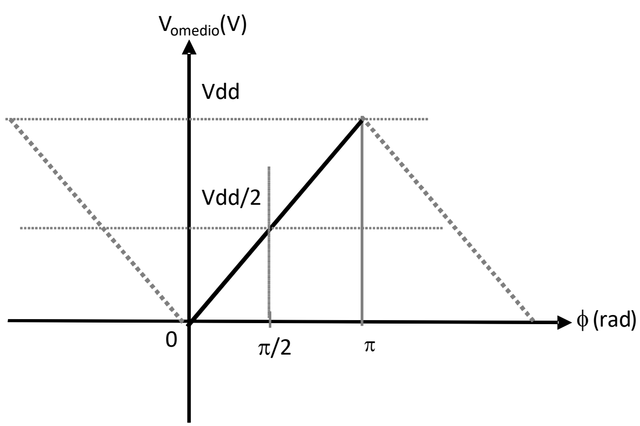
ELEMENTOS DE UN PLL: Comparadores de fase (III)

-Función de transferencia de un multiplicador cuando ambas entradas están enganchadas en frecuencia pero no en fase



V_{omedio}=0 cuando $\Delta\phi=\pi/2$

-Función de transferencia de una XOR cuando ambas entradas están enganchadas en frecuencia pero no en fase



V_{omedio}=Vdd/2 cuando $\Delta\phi=\pi/2$

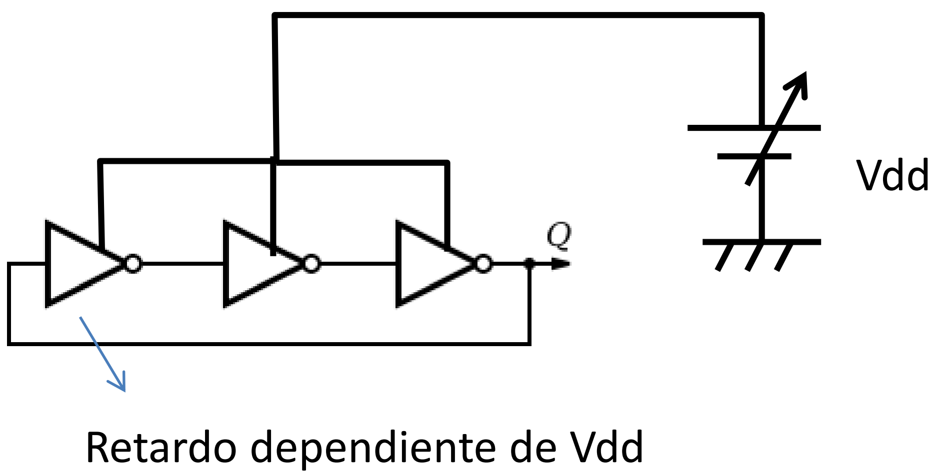
ELEMENTOS DE UN PLL: Osciladores controlados por tensión

- Osciladores sinusoidales: (no son habituales, el control de amplitud introduce mucha distorsión)

    -LC
    -RC
    -Xtal

- Osciladores no lineales:

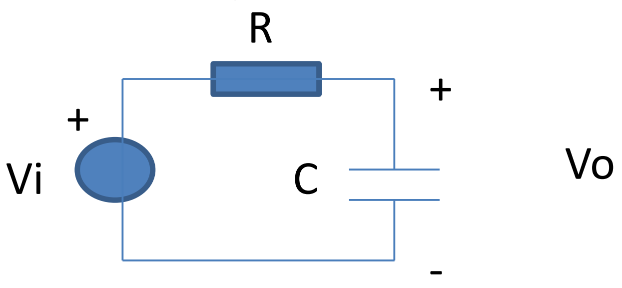
    - Multivibrador astable (relajación, 555)
    - Oscilador en anillo



ELEMENTOS DE UN PLL: Filtros

Suelen ser pasivos por simplicidad y de primer orden, dando lugar a PLLs de segundo orden

-Con un polo



- Con un polo y un cero