



Universidad de Granada
Departamento de Teoría de la Señal,
Telemática y Comunicaciones



ETSIT
C/ Periodista Daniel Saucedo Aranda, s/n
18071 - Granada

SISTEMAS DE CONMUTACIÓN

Relación de Problemas

Tema 1: Teletráfico

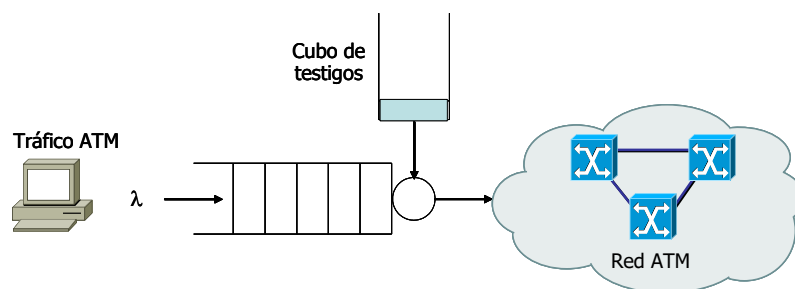
1. Suponga que la Escuela de Ingenieros de Informática y Telecomunicación pone a disposición de los alumnos un ordenador. Cuando un alumno desea hacer uso del ordenador pero lo encuentra ocupado, espera en cola hasta que le llegue su turno. Se desea hacer un estudio de este sistema de colas basado en los siguientes parámetros:
 - a. Entrada de Poisson con tasa 5 alumnos / hora.
 - b. Tiempo de servicio distribuido exponencialmente con tasa 6 usuarios / hora.
 - c. Disciplina de servicio FIFO.
 - d. El tamaño de la cola puede ser ilimitado

Se pide:

1. Número medio de usuarios en el sistema y número medio de usuarios en cola.
 2. Porcentaje de veces que un usuario encontrará el terminal ocupado.
 3. Porcentaje del tiempo que el ordenador estará libre.
 4. Tiempo medio de espera en el sistema, y tiempo medio de espera en cola.
2. En un comedor universitario, cada comensal, al terminar de comer, se dirige con su bandeja hacia el área de limpieza de bandejas. En dicha área un operario limpia bandejas en promedio a una velocidad de 2 bandejas por minuto. Los comensales disponen de $S-1$ estanterías para colocar sus bandejas, y el operario toma las bandejas de dichas estanterías en orden FIFO. No obstante, si las estanterías están ocupadas, los comensales han de hacer cola de pie hasta que una estantería quede libre. Se pide que se calcule el tiempo medio que ha de esperar de pie un comensal hasta que coloque su bandeja en una estantería para los siguientes casos $S = 10, 20$ y 100 . Para ello haga las siguientes suposiciones:
 - a. La llegada de comensales se puede modelar con una distribución de Poisson con tasa $0.95 * 2$ comensales / min.
 - b. El tiempo de limpieza de una bandeja es distribuido exponencialmente.
 3. Suponga un búfer que almacena los paquetes a enviar por una determinada línea de transmisión. Suponga además que en este búfer se aplica la técnica RED (*Random Early Detection*) que pretende evitar la congestión mediante el descarte de paquetes. Para ello, cuando se recibe un paquete en el búfer el algoritmo RED lo descarta con probabilidad $1-p$ si el número de paquetes ya almacenados en el búfer (incluyendo el paquete en transmisión) es igual o mayor de S . Se pide que se calcule la probabilidad de que un paquete sea descartado cuando llega al búfer.

En el sistema bajo estudio se pueden llevar a cabo las siguientes suposiciones:

- a. La llegada de paquetes se puede modelar con una distribución de Poisson con tasa λ paquetes / seg.
 - b. El tiempo de servicio distribuido exponencialmente con tasa μ paquetes / seg.
4. Por una popular esquina de una calle pasan taxis vacíos a una tasa de 1 por minuto. El tiempo transcurrido entre la llegada de taxis consecutivos puede modelarse según una distribución exponencial. Los taxis recogen pasajeros en dicha esquina siempre y cuando algún pasajero se encuentre esperando. Los pasajeros acuden a la esquina de la calle y esperan a un taxi siempre que haya menos de 5 personas esperando; en otro caso se marchan y no vuelven. La llegada de pasajeros se puede modelar mediante un proceso de Poisson de tasa $2/3$ personas/minuto.
- a. Calcule la probabilidad de que una persona que acuda en búsqueda de un taxi se marche y no vuelva porque no haya menos de 5 personas esperando.
 - b. Calcule el tiempo medio que espera un pasajero a un taxi.
5. Considere una fuente de tráfico que genera células ATM según un proceso de Poisson con tasa λ . Las células son entregadas a la red a través de un conformador de tráfico implementado mediante un cubo de testigos (token bucket). El efecto del conformador de tráfico se puede modelar de la siguiente manera: una célula que llega al comienzo del buffer encuentra un testigo disponible (y por tanto es inmediatamente transmitida) con probabilidad p . En otro caso, la célula tiene que esperar un tiempo exponencialmente distribuido con tasa α . Suponga que, una vez que una célula recibe su testigo, el tiempo de transmisión es despreciable.
- a. Evalúe el retardo medio que espera una célula desde que accede al conformador de tráfico hasta que es finalmente transmitida.
 - b. Calcule el rango de valores que puede tomar la probabilidad p para que el comportamiento del buffer sea estable.



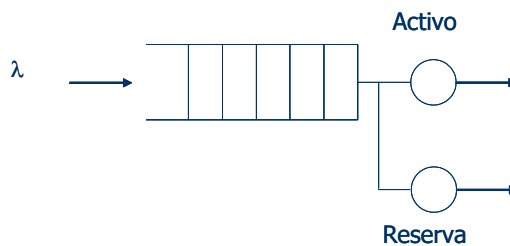
6. Se pretende comparar las prestaciones de dos sistemas de espera. El primero es un sistema con único servidor de capacidad C_a y una cola con capacidad para un solo cliente. El segundo es un sistema de dos servidores, cada uno de ellos de capacidad C_b , y sin cola.

El proceso de llegada es de Poisson con tasa 1 cliente/seg. Cada cliente demanda un servicio exponencial de media 5 unidades de servicio. Se pide:

- a. Calcular la probabilidad de bloqueo y de espera para ambos sistemas.
- b. ¿Cuánto deben valer C_a y C_b para que la probabilidad de bloqueo sea igual al 10% en ambos sistemas? Comente los resultados.
- c. Calcule el tiempo medio de espera y el throughput en ambos sistemas para los valores de C_a y C_b obtenidos en el apartado anterior.

7. A un nodo de conmutación de mensajes, éstos llegan según una ley de Poisson de tasa media 4 mensajes/5seg. La longitud de estos mensajes está distribuida exponencialmente y su valor medio es de 8 kbytes. Se dispone actualmente de un sistema de transmisión cuya capacidad es de 64kbps. Se pide:
- El tiempo medio de retardo causado por el nodo. El porcentaje de mensajes que tienen que esperar en cola. El retardo experimentado por éstos. El número medio de mensajes esperando. El porcentaje de mensajes que tienen que esperar más de 10 seg en cola.
 - Para mejorar el grado de servicio, se piensa en utilizar el enlace de reserva, cuya capacidad es también de 64 kbps. Se proponen dos modos de funcionamiento:
 - El sistema entra en funcionamiento si hay algún mensaje esperando.
 - El sistema entra en funcionamiento cuando hay más de un mensaje esperando.

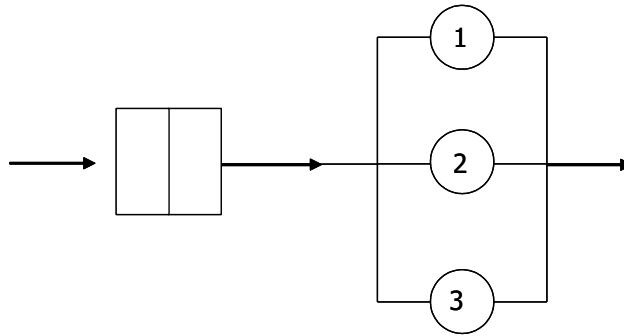
Obtenga para ambos casos el tiempo medio de retardo.



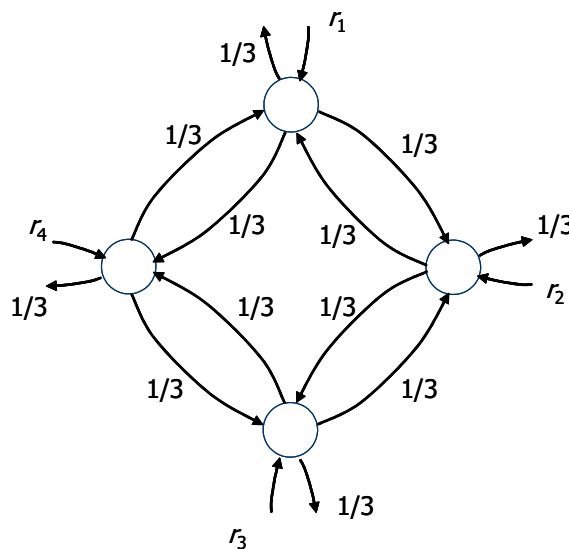
8. A un sistema de espera con cola de capacidad infinita llegan clientes procedentes de dos fuentes de Poisson con tasas λ_a y λ_b . Los clientes de la fuente A siempre acceden al sistema independientemente de sus estado, en cambio, los clientes de la fuente B sólo acceden cuando pueden ser atendidos inmediatamente. Suponiendo que $\lambda_a = \lambda_b = 1$ cliente/min, y que ambos clientes demandan un servicio exponencial de media S min, se pide
- El valor máximo de S para que el sistema sea estable.
 - Para $S = 0.5$ min, calcule el porcentaje de clientes de la fuente B que acceden al sistema.

Por razones financieras se desea limitar el tamaño de la cola. Se sabe que los clientes de la fuente A generan un beneficio de 2€/cliente y los de la fuente B 4€/cliente. También es conocido que los costes de explotación del sistema son de 3€/min (con independencia de que el sistema esté atendiendo o no clientes). Suponiendo que $S = 0.5$ min, se pide:

- El tamaño mínimo de la cola para que el sistema sea rentable.
9. En el sistema mixto (espera y pérdidas) de la figura los clientes llegan de una fuente infinita según un proceso de Poisson de tasa de 3 clientes/seg. El sistema sólo dispone de dos posiciones de espera y de tres servidores. El tiempo de servicio está distribuido exponencialmente y su valor medio es $E[s] = 1$ seg. Se pide:
- Tiempo medio en el sistema, tiempo medio de espera en cola, y el tiempo medio de espera en cola para todos aquellos usuarios que esperan en cola ($E[W|W>0]$).
 - El número medio de clientes en el subsistema de espera y en el subsistema de servicio.
 - La probabilidad de bloqueo y la probabilidad de demora.
 - Para ahorrar energía se piensa en conectar el servidor 3 sólo cuando hayan clientes esperando. Calcule los porcentajes de utilización de cada uno de los servidores en ambos casos, es decir, cuando está en funcionamiento el sistema de ahorro de energía y cuando no lo está.



10. La red de colas de la figura cumple las hipótesis que permiten calcular su probabilidad de estado como producto de las probabilidades de estado de cada uno de los nodos. Sabiendo que la tasa de llegada clientes r_i es igual en cada nodo, y que la capacidad de los servidores es de 1 cliente/seg, se pide:
- Calcule la tasa de llegada a cada nodo r_i para que el factor de utilización de cada servidor sea el 80%.
 - El número medio de clientes en la red y el tiempo medio de entrada-salida a la red.
 - El número medio de saltos realizados por un cliente antes de abandonar la red.



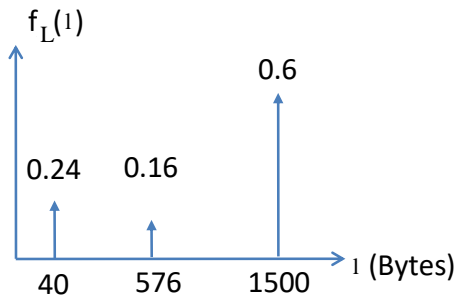
11. Considere un aeropuerto donde el servidor es una pista de aterrizaje con llegadas de Poisson. El tráfico en la hora punta de la mañana consiste en aviones aterrizando y despegando y utilizando la pista de la siguiente forma:

- Aterrizaje: En promedio llegan 10 aviones por hora. El tiempo medio de servicio es $E\{X_a\}=1/\mu_a=2$ [minutos] y el segundo momento $E\{X_a^2\}=6$ [minutos²].
- Despegue: En promedio despegan 20 aviones por hora. El tiempo medio de servicio es $E\{X_d\}=1/\mu_d=1.5$ [minutos] y el segundo momento $E\{X_d^2\}=3$ [minutos²].

- Calcule el tráfico ofrecido para cada tipo (aterrizaje, despegue) y el tráfico ofrecido total.
- Calcule la tasa total de llegada y el tiempo medio de servicio para todos los aviones. Con estos nuevos datos calcule el tráfico cursado total.
- Calcule el tiempo medio de espera de un avión.

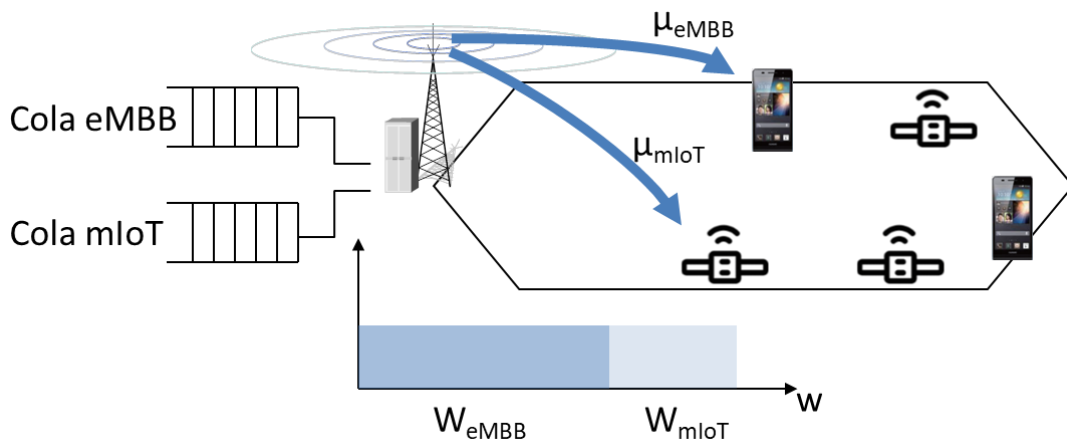
12. Suponga un buffer de salida de un puerto de un conmutador Ethernet. El puerto tiene una línea de transmisión de capacidad 100Mbps. El buffer recibe paquetes que siguen un proceso llegadas de Poisson con una tasa de 10000 paquetes/seg.

- a. Suponga que el tamaño del paquete es una variable aleatoria cuya función de densidad de probabilidad es la representada en la figura de abajo. Suponga así mismo que el tamaño del buffer es ilimitado. Calcule la intensidad de tráfico ofrecido al puerto de salida, la intensidad de tráfico cursado, y el throughput en dicho puerto de salida.



- b. Bajo las suposiciones del apartado a, calcule el número medio de paquetes en el buffer y el retardo medio sufrido por un paquete desde que llega al buffer hasta que la línea de transmisión termina de transmitirlo.

13. Sea una celda (es decir, área de cobertura de una estación base) de una red 5G como la de la figura. Suponga que dicha celda sirve dos tipos de servicios: *eMBB* (*enhanced Mobile Broadband*) y *mIoT* (*massive Internet of Things*). Los paquetes de ambos tipos de servicio llegan a la estación base desde el resto de la red siguiendo según sendos procesos de Poisson con tasas $\lambda_{eMBB} = 450$ paq/seg y $\lambda_{mIoT} = 4200$ paq/seg respectivamente. La estación base tiene dos colas FIFO independientes en las que almacena los paquetes de cada tipo de servicio. La asignación de ancho de banda en 5G se realiza en unidades de 180KHz denominados Bloques de Recursos (RBs), y la estación base a analizar tiene asignados $W_{eMBB} = 16$ RBs y $W_{mIoT} = 2$ RBs respectivamente para cada servicio. Cuando a un paquete de un servicio le llega su turno, la estación base lo envía mediante transmisión inalámbrica por el ancho de banda correspondiente a dicho servicio. Suponga así mismo que la tasa de datos en la transmisión inalámbrica desde la estación base hasta cualquiera de los terminales, tanto dispositivos *mIoT* como teléfonos *eMBB*, la puede calcular mediante la ley de Shannon $C = W \cdot \log_2(1 + \text{SINR})$ donde $\text{SINR} = 4.77\text{dB}$ para todos los terminales. El tamaño de los paquetes de los servicios *eMBB* y *mIoT* es constante e igual a 1500bytes y 20bytes respectivamente.



- 1) Para cada tipo de servicio calcule el retardo medio desde que un paquete llega a la correspondiente cola de la estación base hasta que termina de ser transmitido.
- 2) Calcule el throughput de la celda para los servicios eMBB y mMTC.
- 3) Suponga ahora que se decide implementar una única cola FIFO en la estación base común para ambos servicios (en vez de una cola para cada servicio), y que la asignación de ancho de banda ya no es separada sino conjunta para ambos servicios (es decir ya solo hay una μ conjunta para ambos servicios). Calcule el retardo medio desde que un paquete llega a la cola de la estación base hasta que termina de ser transmitido promediado a lo largo de todos los paquetes (de ambos servicios eMBB y mMTC).