Grado en Ingeniería de Telecomunicaciones
Fundamentos Físicos I
Tema 1: Campos escalares y vectoriales

Nivel básico

1. Dados dos vectores $\vec{A} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$ y $\vec{B} = 6\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}$, calcular la magnitud (módulo) de $\vec{A} + \vec{B}$ y de $\vec{A} - \vec{B}$ y los ángulos que forman éstos con los ejes X, Y y Z.

2. Dados dos vectores $\vec{A} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ y $\vec{B} = 4\vec{i} - 5\vec{j} + 6\vec{k}$, encontrar el ángulo que forman entre ellos y calcular la proyección de $\vec{A}$ en la dirección de $\vec{B}$.

3. Dado el campo escalar $U(\vec{r}) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$, hallar:
   (a) el módulo del gradiente en el punto $A(2, 1, 1)$.
   (b) la dirección (cosenos directores) del gradiente en el punto $A(2, 1, 1)$.
   (c) en qué puntos el gradiente del campo es perpendicular al eje OZ y en cuáles es igual a cero.

4. Dibuje las superficies de nivel del campo escalar $V(x, y, z) = x + y$, así como las líneas del campo vectorial $\vec{\nabla} V$ que genera.

5. Dado el campo $\vec{F} = 2x^2\vec{i} - y\vec{j}$,
   (a) Compruebe que es posible calcular la expresión del campo escalar $V(x, y, z)$ del cual deriva.
   (b) calcule la circulación de $\vec{F}$ entre los puntos $A(0, 0, 0)$ y $B(1, 2, 1)$ a lo largo de la recta que los une.

6. Dado en campo vectorial constante y uniforme $\vec{E} = E_0\vec{i}$, con $E_0 = 3$,
   (a) determine las líneas de campo,
   (b) compruebe que es posible calcular el campo escalar V del que deriva,
   (c) dibuje sus superficies equiescalares de V,
   (d) calcule la circulación de $\vec{E}$ entre los puntos $A(2, 1, 3)$ y $B(4, 5, 12)$.

Nivel medio

7. Halle la derivada direccional de la función $U = x^2 + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{3}$ en el punto $P(2, 1, 3)$ según la dirección del vector $\vec{u_s} = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0)$.

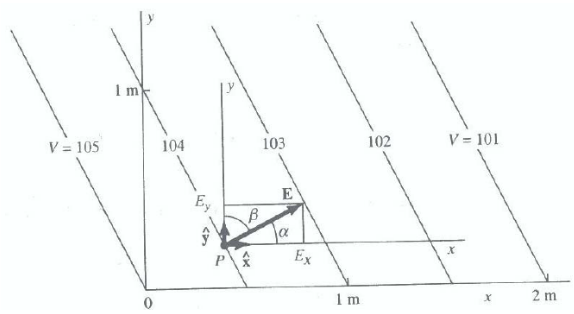
8. En la figura se muestran las líneas equipotenciales de un campo escalar $V(x, y, z)$, que se mide en Voltios, el cual no cambia en la dirección del eje Z.

   (a) Determine el cambio en el campo escalar, por unidad de longitud, cuando nos desplazamos según el eje de abscisas.

   (b) Determine el cambio en el campo escalar, por unidad de longitud, cuando nos desplazamos según el eje de ordenadas.

   (c) Encuentre el campo vectorial asociado a dicho campo escalar a través del gradiente cambiado de signo.

   (d) Halle la expresión de la función que representa el campo escalar dado.

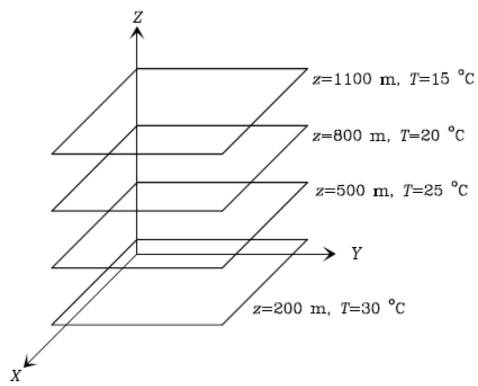


9. (Examen extraordinario de 2012/13) La figura representa las superficies equiescalares del campo de temperaturas $T(x, y, z)$ definido en una cierta región del espacio. Dichas superficies son planos perpendiculares al eje Z, y para cada una se indica el valor correspondiente de z y la temperatura T.

   (a) Determine la expresión matemática del campo T.

   (b) Determine la expresión del campo vectorial $\vec{F} = -B\vec{\nabla}T$, donde B es una constante positiva independiente de las coordenadas.

   (c) Si $\vec{F}$ representa el flujo de calor en esa región, diga en qué dirección y sentido se propaga el calor.



10. Dado el campo vectorial $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, calcule la circulación a lo largo de la curva dada por las ecuaciones $x = cost$, $y = sent$, $z = 3t$ entre los puntos $P(1,0,0)$ y $Q(0,1,3\pi/2)$.

Nivel alto

11. Halle las líneas del campo vectorial $\vec{F} = -\omega y\vec{i} + \omega x\vec{j}$, donde ω es una constante positiva.

12. Calcular la integral de línea $\oint_C \vec{A} \cdot \vec{dr}$ del campo vectorial $\vec{A} = -y\vec{i} + x\vec{j}$ para la trayectoria cerrada en el plano XY con lados rectos dados por $(0,0) \to (3,0) \to (3,4) \to (0,4) \to (0,0)$.

13. Dado el campo escalar $V(r) = A/r$, donde A es una constante positiva y r es la distancia al origen de coordenadas,

    (a) determine la expresión del campo vectorial $\vec{F} = -\vec{grad}V$.

    (b) determine la circulación de $\vec{F}$ a lo largo de la circunferencia de radio R centrada en el origen de coordenadas y contenida en el plano $z = 0$.

    (c) Represente esquemáticamente las líneas de campo de $\vec{F}$ y de las superficies equiescalares de V.

14. Sobre una partícula actúa un campo vectorial $\vec{F} = (y^2 - x^2)\vec{i} + 3xy\vec{j}$. Halle la circulación de $\vec{F}$ entre los puntos $(0,0)$ y $(2,4)$ siguiendo las trayectorias:

    (a) a lo largo del eje X desde $(0,0)$ hasta $(2,0)$ y, paralelamente al eje Y hasta $(2,4)$.

    (b) a lo largo del eje Y desde $(0,0)$ hasta $(0,4)$ y, paralelamente al eje X hasta $(2,4)$.

    (c) a lo largo de la recta que une ambos puntos.

    (d) a lo largo de la parábola $y = x^2$.

    (e) ¿Es conservativa la fuerza?

15. (Prueba parcial 2010/11) En cierta región del espacio, el campo de temperaturas viene dado por $T(\vec{r}) = 3xyz + 15$, donde T se mide en grados celsius (^oC) y las coordenadas vienen en metros.

    (a) Determine la expresión del campo vectorial $\vec{h}(\vec{r}) = -K\vec{\nabla}T$, donde K es una constante con unidades de valor 0.025 $J/(sm^oC)$. ¿Qué unidades tiene $\vec{h}$ y qué magnitud física representa?

    (b) Si un termómetro está inicialmente situado en la posición $(2,2,1)$, determine en qué dirección y sentido debe moverse de forma que mida la mayor disminución de T por unidad de longitud (debe darse el vector unitario correspondiente).

    (c) Calcule la circulación de $\vec{h}$ entre los puntos $(1,1,1)$ y $(2,1,3)$ a lo largo de la línea que los une.

Grado en Ingeniería de Telecomunicaciones
Fundamentos Físicos I
Tema 2: Teoremas de Conservación

Nivel básico

1. En una pista de hielo, un patinador de 85 kg se desplaza a 2 m/s, y choca con otro de masa 67 kg, inicialmente en reposo. Tras el choque, quedan sujetos el uno al otro desplazándose conjuntamente. Determine la velocidad con la que se desplazan.

2. (Examen parcial 2010/11) Dos bolas B1 y B2, de masas m_1 y $m_2 = 2m_1$, están suspendidas de dos hilos inextensibles de longitud 0.8 m. Las bolas están en contacto y a la misma altura cuando los hilos están verticales. Se separa B1 de su posición de equilibrio un ángulo de 60^o, manteniendo el hilo extendido y en el mismo plano vertical que el otro hilo. Se suelta B1 y choca con B2 , que estaba inicialmente inmóvil. Calcule:

   (a) La velocidad de B1 justo antes de chocar con B2.

   (b) Las velocidades de ambas bolas inmediatamente después del choque, supuesto elástico.

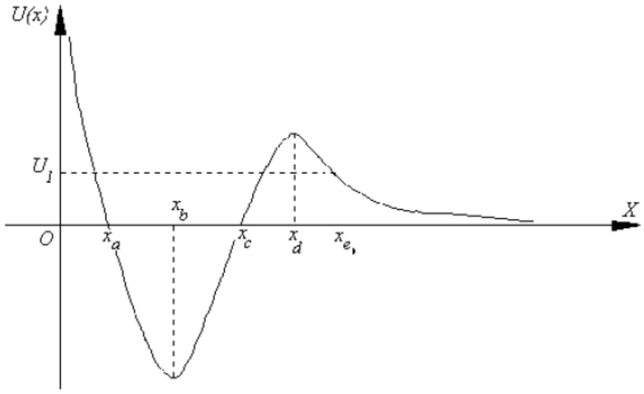
   (c) La altura a la que ascenderá la bola B2 después del choque.

3. ¿Con qué velocidad llegaría a la superficie de la Tierra un cuerpo que viniese desde el infinito, estando inicialmente en reposo, al ser atraído por la fuerza gravitatoria terrestre?. Datos: Radio de la Tierra $R_T = 6.370$ km, aceleración de la gravedad en la superficie terrestre $g_0 = 9.8$ m/s^2.

4. a) Encuentre las coordenadas del centro de masas del sistema formado por dos cuerpos de masas $m_1 = 1$ kg y $m_2 = 2$ kg situadas en los puntos $P_1 = (0, 0, 0)$ y $P_2 = (1, 1, 1)$ en metros.
   b) Si sobre m_1 actúa la fuerza $F = (0, 1, t)$ N, siendo t el tiempo en segundos, determinar la nueva posición del centro de masas tras 2 segundos, suponiendo que las dos masas se encuentran en reposo en el instante inicial.

5. Una partícula de masa m realiza un movimiento circular uniforme de radio r, producida por una fuerza central $\vec{F} = -k\vec{r}/r^3$. Expresar en función de m, r, k, y de los vectores unitarios $\vec{u_r}$ (radial) y $\vec{u_t}$ (tangencial a la trayectoria) las siguientes magnitudes:
   a) el momento lineal de la partícula,
   b) la energía de la partícula y,
   c) el momento angular de la misma.

6. (Examen final 2001) Una partícula se mueve sobre una dirección que coincide con el eje X. Sobre ella actúa una fuerza conservativa, $F(x)$, cuya energía potencial se representa en la figura. Determine:
a) ¿en qué posiciones la fuerza a la que se encuentra sometida la partícula es nula?
b) ¿qué coordenadas representan situaciones de equilibrio estable?
Si en $t = t_0$ la partícula está en reposo en la posición dada por la coordenada x_e, calcule:
c) la región donde puede encontrarse la partícula.
d) la energía cinética de la partícula en $x \to \infty$.
Razone las respuestas.

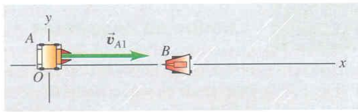


7. Una lanzadera espacial describe una órbita ecuatorial circular a una altura de 1000 km sobre la superfice de la Tierra. Lanza un satélite que queda colocado en una órbita ecuatorial y geostacionaria. Calcule la energía que la lanzadera ha de comunicar al satélite. Datos: masa del satélite $m = 1000$ kg, $R_T = 6.380$ km y $g_0 = 9.8$ N/kg.

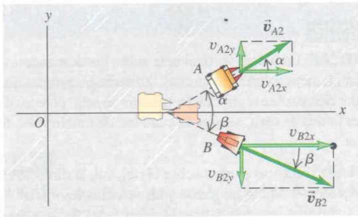
Nivel medio

8. (Examen extraordinario 2010/11) En la edición ALCABOT 2010 tuvo lugar la lucha entre dos robots combatientes que se deslizaban sobre una superficie sin fricción, como se muestra en la figura. El evento se puede describir del siguiente modo. Un robot A, con masa $m_A = 2$ kg, inicialmente se mueve con una velocidad $v_{A1} = 2.0\vec{i}$ m/s y choca con un robot B, de masa $m_B = 1.2$ kg, y que está inicialmente en reposo. Después del choque, el robot A se mueve con una velocidad $v_{A2} = 1.0$ m/s en una dirección que forma un ángulo de 30^o con su dirección inicial;
   (a) determine la velocidad después del choque del robot B (módulo y orientación),
   (b) calcule la energía conjunta de los dos robots después del choque,
   (c) razone qué tipo de choque ha tenido lugar entre ellos.

   Nota: Ignórese todo rozamiento con el aire.



(a)



(b)

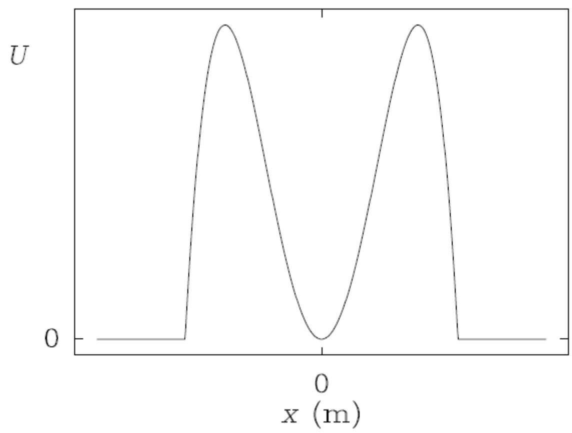
9. (Examen final 2010/11) El momento angular de un satélite en órbita circular alrededor de la Tierra vale $\vec{L} = 1.45 \times 10^{14}\ \vec{k}$ kg m^2/s. Si su masa es de 10^3 kg,
a) dibuje en relación con un sistema de referencia cartesiano el plano que contiene la órbita y el sentido del movimiento;
b) deduzca el radio de la órbita r;
c) calcule el módulo del momento lineal;
d) determine la energía mecánica del satélite.
Datos adicionales: aceleración de la gravedad en la superficie terrestre, $g_0 = 9.8$ m/s^2; radio de la Tierra, $R_T = 6370$ km.

10. (Examen final 2001) Un satélite artificial de 1000 kg gira en una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 100 km. Si se lleva al satélite a una órbita circular de altura 200 km, calcular: a) variación de energía mecánica en el tránsito de una órbita a otra, ¿cuánto varía su energía cinética?, c) ¿cuánto varía su energía potencial?, d) explique por qué la suma de las variaciones de la energía cinética y potencial no es nula.

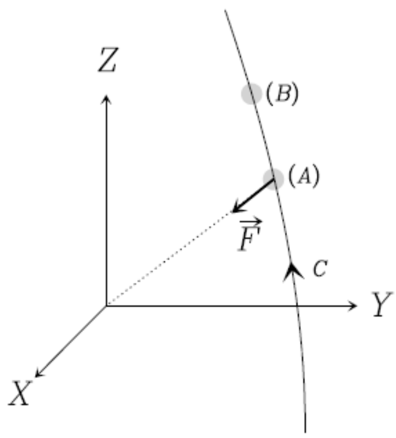
11. Las naves espaciales Voyager 1 y 2 al pasar por el satétite de Júpiter llamado Io, fotografiaron volcanes activos que arrojaban chorros de azufre líquido que subían hasta una altura de 70 km sobre su superficie. Sabiendo que la gravedad en Io es $g_0 = 1.79$ m/s^2, y que es una luna de forma esférica de radio $R = 1820$ km, calcular:
a) la aceleración de la gravedad a una altura de 70 km.
b) el módulo de la velocidad que debería tener el cuerpo para describir una órbita circular a la altura de 70 km.
c) la velocidad a la que sale el líquido de azufre del volcán.

12. (Prueba parcial 2012/13) La figura representa la curva de energía potencial U de un cuerpo que puede moverse en la dirección del eje X, y que viene descrita por la expresión $U(x) = 0.5kx^2 - 0.25\alpha x^4$ si $|x| < \sqrt{2k/\alpha}$ m, y $U(x) = 0$ si $|x| > \sqrt{2k/\alpha}$ m. Los valores numéricos de k y α en unidades del Sistema Internacional son 2.0 y 0.3, respectivamente.
a) Deduzca las unidades de k y α en términos de kg, m, s.
b) Determine la posición de los puntos de equilibrio, indicando si son estables o inestables.

c) Si la energía mecánica del cuerpo es $E_M = 5k^2/(36\alpha)$, y en un instante dado se observa el cuerpo en $x = 0$, determine la posición de los puntos de retorno.
d) Calcule la energía mecánica mínima para que el cuerpo no esté confinado espacialmente.

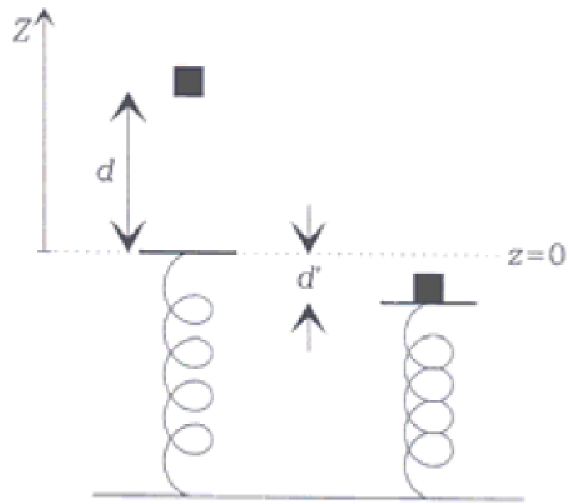


13. (Examen extraordinario 2012/13; cuestión) La figura representa las posiciones (A) y (B) de un cuerpo que describe la trayectoria C sometido únicamente a la fuerza $\vec{F}$, central y atractiva tal y como se indica para la posición (A). Razone cómo varía la energía cinética del cuerpo (aumenta, disminuye o permanece constante) a medida que éste se desplaza desde (A) hasta (B) en los supuestos siguientes:
a) La trayectoria mostrada corresponde a un arco de circunferencia con centro en el origen.
b) La trayectoria mostrada es elíptica, y la posición (B) está más alejada del centro que la posición (A).
c) La trayectoria mostrada es hiperbólica, y la posición (B) está más alejada del centro que la posición (A).
d) Razone en cómo varía el momento angular de la partícula del cuerpo a media que desplaza de (A) a (B) en los tres casos anteriores.

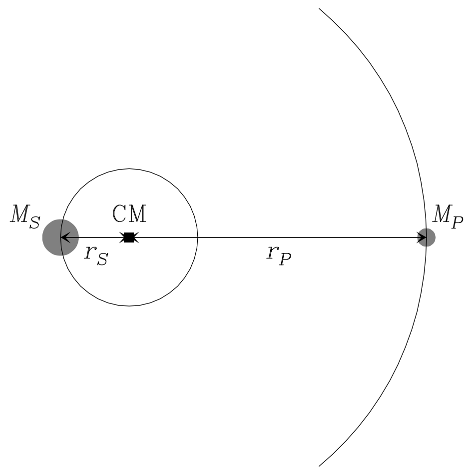


Nivel alto

14. (Prueba parcial 2011/12) Una masa $m = 5$ kg se suelta desde una altura d sobre un resorte en posición vertical, tal y como indica la parte izquierda de la figura. Cuando cae sobre la plataforma del resorte, suponga que no hay disipación de energía; entonces la masa se mueve junto con la plataforma comprimiendo el muelle un total de $d' = 5.5$ cm hasta la parada momentánea del sistema (derecha en la figura). Teniendo en cuenta que la constante elástica del muelle vale $k = 1.35 \times 10^4$ N/m, determine
a) la distancia d recorrida por la masa desde que se suelta hasta que toma contacto con la plataforma;
b) escriba la expresión de la energía potencial total de la masa en función de la coordenada z, y encuentre la posición de equilibrio deduciendo si es o no estable;
c) la máxima velocidad alcanzada por la masa.



15. La figura muestra una estrella (S) y un planeta (P), ambos orbitando alrededor del centro de masas del sistema (CM) en órbitas circulares. La estrella, de masa $M_S = 1.8 \times 10^{30}$ kg, tiene una velocidad orbital de $v_S = 70$ m/s alrededor del CM, que permanece en reposo.
a) Usando un sistema de referencia centrado en el CM, escriba la ecuación que relaciona las masas de la estrella y planeta, M_S y M_P, y sus distancias al CM, r_S y r_P.
b) Escriba la ecuación que relaciona las masas de la estrella y planeta, M_S y M_P, y sus velocidades, v_S y v_P.
c) Sabiendo que el periodo de revolución T de la estrella alrededor del CM es de 1500 días, calcule su distancia al CM (r_S).
d) Utilizando la Ley de la Gravitación de Newton, el hecho de que la órbita del planeta es circular, y usando la aproximación $r_S + r_P \approx r_P$, calcule M_P y r_P.
Datos adicionales: $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m^2/kg^2.
Nota: Así se calculan las masas y radios orbitales de los exoplanetas.



16. (Examen Parcial 2010/11) Una lanzadera de masa $m_l = 500$ kg lleva una sonda de masa $m_s = 100$ kg, y el conjunto describe inicialmente una órbita circular alrededor de la Tierra de radio $r_{ini} = 12000$ km. Calcule:

    (a) La velocidad y el momento angular del conjunto lanzadera+sonda en dicha órbita inicial.

    (b) En un cierto instante, la lanzadera lanza la sonda en la dirección y sentido del movimiento del conjunto, de manera que la sonda adquiere la velocidad mínima necesaria para escapar del campo gravitatorio terrestre. Determine las energías mecánicas de la sonda y de la lanzadera inmediatamente después del lanzamiento, y razone qué órbitas describirán.

    (c) Calcule las velocidades de la sonda y de la lanzadera inmediatamente después del lanzamiento.

    Datos adicionales: aceleración de la gravedad en la superficie terrestre, $g_0 = 9.8$ m/s^2, radio terrestre, $R_T = 6370$ km.

17. (Examen parcial 2012/13) Una lanzadera lleva acoplado un satélite de masa $m_S = 200$ kg, y el conjunto describe inicialmente una órbita circular de radio $R_i = 15000$ km alrededor de la Tierra. En un instante dado, el satélite es lanzado en la dirección y sentido del movimiento del conjunto, de forma que tras el lanzamiento el satélite describe una órbita elíptica cuya distancia de apogeo coincide con el radio de la órbita geoestacionaria (el perigeo es el punto de lanzamiento). Determine:
    a) el radio de dicha órbita geoestacionaria,
    b) la velocidad del satélite inmediatamente después del lanzamiento,
    c) la energía mecánica que la lanzadera ha comunicado al satélite durante el lanzamiento.
    Datos adicionales: $g_0 = 9.8$ m/s^2, $R_T = 6370$ km.

18. (Examen final 2007) Considere una nave en órbita elíptica alrededor de la Tierra. En el punto más bajo de su órbita, perigeo, la nave está a una altura de 300 km sobre la superficie terrestre, y en el más alto, perigeo, está a 3000 km.
    a) Calcular la relación entre la velocidad en el perigeo y el apogeo.
    b) Hallar la velocidad en el perigeo y el apogeo.

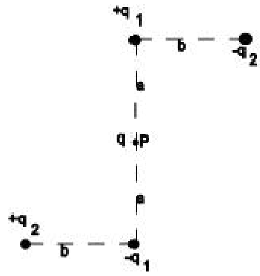
c) Determinar el periodo de la órbita sabiendo que es igual al de una órbita circular de diámetro igual al eje mayor de la elipse.
d) Se desea que la nave abandone el campo gravitatorio terrestre; si se encienden los motores cuando está en el perigeo, ¿cuánto tendrá que aumentar la velocidad para lograrlo?. ¿Y si los motores se encienden en el apogeo?. ¿Qué punto de la órbita resulta energéticamente maś favorable para encender los motores?.
Datos: $R_T = 6.370$ km y $g_0 = 9.8$ N/kg.

19. (examen 2002/03) Un meteoro se apoxima al Sol (masa: $M_s = 2 \times 10^{30}$ kg; radio $R_S = 7 \times 10^8$ m), tal y como muestra la figura. Cuando está muy lejos (lo suficiente para ignorar todo efecto gravitatorio), su velocidad v_i es de 10 km/s, y el parámetro de impacto b (definido como en la figura) vale $b = 10^{11}$ m.
a) Determinar la distancia mínima d a la que el meteoro pasa del centro del Sol.
b) Determinar la velocidad del meteoro en la posición anterior de máximo acercamiento.
c) ¿Qué tipo de órbita describirá el meteoro?
d) Calcular el valor máximo del parámetro de impacto b para que, con las misma velocidad inicial de 10 km/s, el meteoro se precipite sobre la superficie solar.

Grado en Ingeniería de Telecomunicaciones
Fundamentos Físicos de la Ingeniería I
Tema 3: Campo electrostático en el vacío

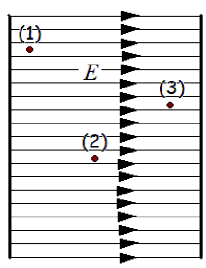
Nivel básico

1. Dado el sistema de cargas puntuales de la figura, determinar:
   a) La relación existente entre q_1 y q_2 para que la fuerza sobre la carga puntual positiva q, colocada en P, sea horizontal.
   b) El potencial electrostático en P, cualesquiera que sean q_1 y q_2.



2. Un protón se dirige normalmente hacia un plano infinito cargado uniformemente con densidad superficial de carga σ. Calcular la distancia mínima posible entre carga y plano, si a una distancia d del plano la carga lleva una velocidad v_0.

3. (Examen parcial 2010/11) La figura muestra las líneas de un campo eléctrico en una cierta región del espacio y tres electrones localizados en las posiciones (1), (2) y (3). Responda razonadamente a las siguientes cuestiones:
   a) ¿Sobre qué electrón actúa mayor fuerza?
   b) ¿Qué electrón está a mayor potencial?
   c) ¿Qué electrón presenta la mayor energía potencial electrostática?
   Datos: Carga del electrón: $-1.6 \times 10^{-19} C$



4. Dos planos infinitos y paralelos están cargados uniformemente con densidades superficiales de carga σ y -2σ. Determine el campo eléctrico entre ambos planos y en el exterior.

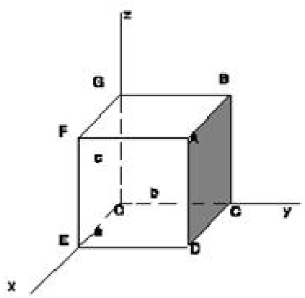
Nivel medio

5. Sobre un hilo rectilíneo de 60 cm de longitud se reparte uniformemente una carga de 3.0 mC- ¿Qué fuerza ejerce sobre una carga de 5.0 μC situada en la prolongación del hilo a 30 cm de distancia de un extremo?

6. Una distribución esférica de carga de radio $R = 6.0$ cm, distribuida homogéneamente por todo su volumen, presenta en su superficie un potencial de 30 V.
a) Calcular la carga total.
b) Determinar la intensidad del campo y el potencial eléctricos en un punto cualquiera del interior de la esfera, en función de la distancia r de ese punto al centro de la misma.

7. Calcular el campo y potencial eléctricos creados por 2 distribuciones de carga planas infinitas y paralelas, con densidades de carga iguales y uniformes pero de signo contrario: a) aplicando el método de superposición, b) aplicando la ley de Gauss.

8. Dado el campo vectorial $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$,
a) calcular el flujo a través de la superficie rayada,
b) calcular el flujo a través de todas las caras del parlelepípedo,
c) demuestre que se cumple el teorema de la divergencia.

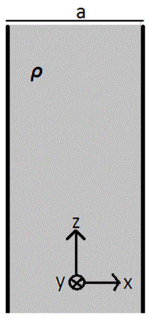


Nivel alto

9. Un semianillo fino de radio R cm tiene una carga uniforme q. Determinar:
a) El potencial creado por el semianillo en un punto del eje que pasa por el centro de curvatura del mismo, en función de la distancia a a dicho centro.
b) El campo eléctrico que crea el semianillo en ese mismo punto.
c) El campo eléctrico en el centro de curvatura del semianillo.

10. Un anillo de alambre fino de radio R tiene una carga q uniformemente distribuida. Determinar:
a) La intensidad del campo eléctrico en el eje del anillo en función de la distancia hasta su centro.
b) La intensidad del campo eléctrico cuando $a >> R$.
c) El valor máximo de la intensidad del campo y la distancia correspondiente.

11. Sea una distribución como la de la figura que es infinita en las direcciones z e y y que están separadas por una distancia a por un material no conductor dotado de una densidad de carga eléctrica ρ. Encuentre el campo eléctrico dentro y fuera de las dos láminas en función de la distancia al punto medio entre ellas.

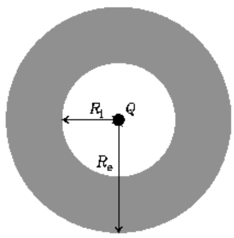


12. Una partícula de carga Q = 4.5 nC está inmersa en un campo electrostático uniforme $\vec{E}$ dirigido hacia la izquierda (en el sentido negativo del eje OX). Otra fuerza además de la eléctrica, actúa sobre la partícula de modo que, partiendo ésta del reposo, la desplaza hacia la derecha. Después de recorrer 5.0 cm la partícula tiene una energía cinética de 6.2×10^{-5} J y la fuerza adicional ha hecho un trabajo de 8.45×10^{-5} J.
a) ¿Qué trabajo realizó la fuerza electrostática?
b) ¿Cuál es el potencial del punto inicial con respecto al punto final?
c) ¿Cuánto vale el módulo del campo eléctrico?

Grado en Ingeniería de Telecomunicaciones
Fundamentos Físicos de la Ingeniería I
Tema 4: Campo electrostático en medios materiales: Conductores

Nivel básico

1. (cuestión examen final 2010/11) La figura muestra un conductor esférico de radio R_e con una cavidad esférica, concéntrica, de radio R_i y en cuyo centro hay una carga puntual Q. Determine el módulo del campo eléctrico a una distancia $r = 2R_e$ de la carga puntual si
a) el conductor está aislado y descargado;
b) el conductor está aislado y tiene carga neta $Q' = -2Q$;
c) el conductor está unido a tierra.



2. Dos esferas conductoras de radios 1.0×10^{-3} m y 1.5×10^{-3} m y cargas de 0.1 μC y 0.2 μC, respectivamente, y muy separadas se ponen en contacto eléctrico. Calcule la carga final en cada esfera.

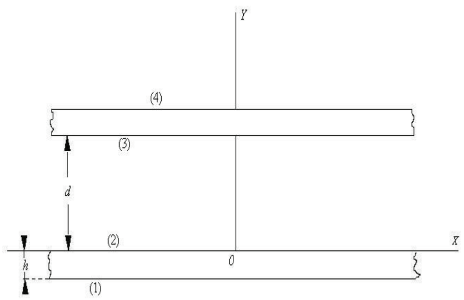
3. En el centro de una cascarón esférico metálico, de radio interior R_1 y exterior R_2, se encuentra una carga puntual positiva q. La superficie exterior está unida eléctricamente a tierra. Calcular:
a) la intensidad del campo eléctrico en todas las regiones del espacio.
b) el potencial eléctrico en todo punto del espacio.
c) la densidad superficial de carga en cada una de las superficies del cascarón.

4. (Cuestión del Examen final 2012/13) Una esfera conductora maciza cargada con $Q = -2$ nC se encuentra en el centro de la cavidad de una corteza conductora esférica descargada de radio interno R_1 y externo R_2.
a) Indique los valores de carga existente de cada superficie de la corteza.

b) Si la carga Q no estuviera colocada en el centro de la cavidad, sino desplazada respecto al centro pero sin tocar la pared de la cavidad, diga si el resultado anterior sería diferente, y por qué.
c) Si se aproxima la esfera interior a la superficie interna de la corteza de forma que hacen contacto, determine los valores de la carga en cada superficie de la corteza.
d) Se une la corteza a tierra en las dos situaciones descritas anteriormente, es decir, cuando la esfera conductora está en el centro de la cavidad, o cuando la esfera conductora está en contacto con la superficie R_1 de la corteza. Determine si la corteza sigue descargada o no en ambos casos.

Nivel medio

5. (Examen parcial 2010/11) Se colocan paralelamente dos placas metálicas conductoras idénticas, A y B, de superficie S y espesor h. Las placas tienen cargas $q_A = 4Q$ y $q_B = -4Q$. Determine:
a) las densidades superficiales de carga, σ_1, σ_2, σ_3 y σ_4, en las diferentes caras, (1), (2), (3) y (4), de las láminas conductoras.
b) el campo eléctrico $\vec{E}$ en las diferentes regiones del espacio.
c) la diferencia de potencial entre las láminas conductoras.
Nota: suponer que no hay carga sobre el área lateral de altura h.



6. Se dispone de dos superficies conductoras, esféricas y concéntricas, de radios $R_1 =$ 1.0 cm y $R_2 = 3.0$ cm inicialmente descargadas. Se establece una diferencia de potencial entre ellas de 600 V con ayuda de un generador, de forma que se conecta el borne positivo con la esfera exterior. Calcular:
a) la carga de cada esfera.
b) el potencial en cada una de las dos superficies esféricas, tomando el origen de potenciales en el infinito.

7. Una carga puntual q positiva se encuentra a una distancia $r > R$ del centro de una esfera conductora descargada de radio R. Calcule el potencial de la esfera.

8. Una carga puntual q positiva se encuentra a una distancia r del centro de una esfera conductora de radio R unida a Tierra por un alambre fino y largo. Calcule el la carga inducida en la esfera.

Nivel alto

9. (Examen parcial 2011/12) Una corteza esférica conductora de radio interno 10 cm y radio externo 20 cm, que se encuentra descargada, encierra en su interior una esfera conductora de radio 5 cm, cargada positivamente. La esfera y la corteza son concéntricas, y se registra entre ellas una diferencia de potencial de 9 V.
a) Determine el flujo del campo eléctrico a través de una superficie esférica de radio 30 cm concéntrica con el sistema descrito.
b) Manteniendo aislada la esfera interior, la corteza esférica se conecta ahora a otra esfera conductora, de 10 cm de radio, descargada, y situada a una distancia mucho mayor que el radio externo de la corteza: determine la distribución final de cargas en la corteza y en la esfera exterior y represéntela esquemáticamente.
c) En las condiciones del apartado b), se procede ahora a conectar la esfera interior con la corteza esférica: determine la distribución final de cargas y el campo eléctrico en el exterior de la corteza esférica, en un punto adyacente a su superficie.

10. (Examen parcial 2012/13) Una esfera conductora de 10 cm de radio, descargada, está situada en la cavidad interior de una corteza esférica conductora, de radios interno y externo 20 cm y 30 cm respectivamente, con la que es concéntrica. Se sabe que el potencial (referido al infinito) de la esfera interna es de 150 V. Determine:
a) El potencial y la carga de la corteza conductora.
b) En las condiciones anteriores, la corteza es conectada a una esfera conductora descargada, de radio 15 cm, ubicada a una distancia mucho mayor que el radio exterior de la corteza: determine la distribución de cargas y el potencial en cada conductor.
c) En las condiciones del apartado a), la esfera interna es conectada a tierra: determine la distribución de cargas en el sistema y el potencial de la corteza conductora.

11. (Examen final 2011/12) El condensador de la figura está formado por tres superficies conductoras huecas y concéntricas de radios a, $2a$, y $3a$, donde las superficies más interna y más externa están unidas a tierra. La superficie del medio tiene carga Q, lo que induce cargas Q_{int} y Q_{ext} en las placas interna y externa, respectivamente.

a) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico $\vec{E}$ en la región $r < a$?

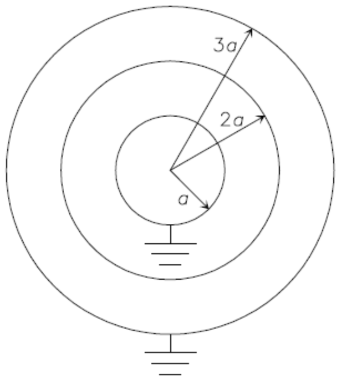
b) ¿Cuál es el valor de $\vec{E}$ en la región $a < r < 2a$? Dé la respuesta en función de Q_{int}.

c) ¿Cuál es el valor de $\vec{E}$ en la región $2a < r < 3a$? Dé la respuesta en función de Q_{int} y Q.

d) ¿Cuál es el valor de $\vec{E}$ en la región $r > 3a$? Usando este resultado, determine Q_{ext} en función de Q_{int} y Q.

e) Determine el potencial de la superficie del medio en función de Q_{int} y Q de dos formas: circulando desde la superficie interior hasta la del medio, y desde la exterior hasta la del medio.

f) Determine, usando los resultados de e), Q_{int} en función de Q.



Grado en Ingeniería de Telecomunicaciones
Fundamentos Físicos de la Ingeniería I
Tema 5: Campo eléctrico en medios materiales: Dieléctricos

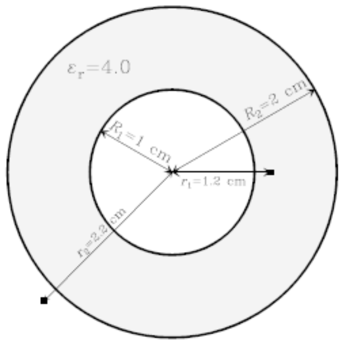
Nivel básico

1. (cuestión examen final 2010/11) Un dipolo formado por dos cargas $+q$ y $-q$ separadas por el vector desplazamiento $\vec{l}$, está localizado en el origen de coordenadas. El vector $\vec{l}$ está contenido en el plano XY formando un ángulo α con el eje X. En dicha región existe un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = E_0\vec{i}$. Determine
a) el flujo de campo eléctrico total (el generado por el dipolo más el campo $\vec{E}$ externo) a través de una superficie esférica de radio $R > |\vec{l}|$ y centrada en el origen de coordenadas;
b) la fuerza neta y el momento del par de fuerzas sobre el dipolo ($\vec{M} = \vec{p} \wedge \vec{E}$) debidos a la acción del campo externo $\vec{E}$.

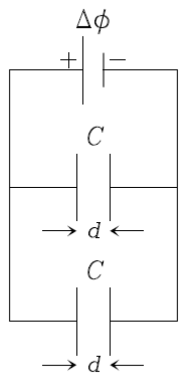
2. En el interior de un dieléctrico lineal, homogéneo, isótropo e infinito, de constante dieléctrica relativa ε_r, se coloca una esfera conductora de radio R portadora de una carga q. Calcular la carga de polarización en la superficie de separación entre conductor y dieléctrico.

3. (Examen parcial 2011/12) Imagine los siguientes experimentos independientes realizados con un condensador plano paralelo cuya área entre las placas es S. En cada uno de los experimentos, calcule la carga en las placas del condensador, el campo eléctrico y la diferencia de potencial entre las placas, la capacidad y energía almacenada por el condensador en la situación final respecto a la situación inicial.
a) El condensador, cuya distancia entre las placas es d_0, se carga mediante una batería a la tensión V_0. A continuación se desconecta de la batería y se separan sus placas hasta una distancia $7d_0$.
b) El condensador, cuya distancia entre las placas es d_0, se carga mediante una batería a la tensión V_0. A continuación se desconecta de la batería y se introduce un dieléctrico de permitividad relativa $\varepsilon_r = 7$.
c) El condensador, cuya distancia entre las placas es d_0, se carga mediante una batería a la tensión V_0 que se mantiene conectada en todo momento. A continuación, se aumenta la separación entre las placas hasta $7d_0$.
d)El condensador, cuya distancia entre las placas es d_0, se carga mediante una batería a la tensión V_0 que se mantiene conectada en todo momento. A continuación se introduce un dieléctrico de permitividad relativa $\varepsilon_r = 7$.

4. (Examen extraordinario 2012/13) La figura muestra un condensador esférico, cuyas armaduras tienen radios R_1 =1.0 cm y R_2 =2.0 cm, y el espacio entre ellas está ocupado completamente por un dieléctrico de constante relativa ε_r =4.0. El condensador se ha cargado conectándose a un generador de continua, de manera que la armadura interior ha adquirido una carga $q = -5 \times 10^{-9}$ C.
a) Calcule los vectores desplazamiento eléctrico ($\vec{D}$), campo eléctrico ($\vec{E}$) y polarización ($\vec{P}$) a una distancia r_1 =1.2 cm del centro.
b) Calcule los vectores $\vec{E}$, $\vec{D}$ y $\vec{P}$ a una distancia r_2 = 2.2cm del centro.
c) Determine la carga total de polarización q' en la superficie del dieléctrico que está en contacto con la armadura exterior.



5. (Examen final 2012/13) Dos condensadores planos idénticos con aire entre placas, cada uno de capacidad C, están conectados a una batería de voltaje $\Delta\varphi$ como se muestra en la figura. Las armaduras están separadas una distancia d.
a) ¿Cuál es la carga en cada una de las 4 armaduras?
b) ¿Cuál es el campo eléctrico (dirección y magnitud) en cada condensador?
Manteniendo la batería conectada, se introduce entre las armaduras del condensador de abajo un dieléctrico de constante dieléctrica relativa ε_r, y que llena todo el espacio entre placas.
c) ¿Cuál es ahora la carga en cada una de las 4 armaduras?
d) ¿Cuál es ahora el valor del campo eléctrico (dirección y magnitud) en cada condensador?
Nota: exprese todas las respuestas en función de C, $\Delta\varphi$, d, ε_0 y ε_r.



6. (Examen parcial 2012/13) Un condensador plano-paralelo vacío tiene una capacidad de 0.001 μF y una separación entre placas de 1 mm. En su interior introducimos un dieléctrico de permitividad $2.5\varepsilon_0$, que lo llena totalmente.
a) ¿Qué d.d.p. hay que aplicarle para que adquiera una carga de 0.01 μC?
b) Determine el campo eléctrico, el vector desplazamiento eléctrico, la polarización y la energía almacenada en el sistema.
Habiendo desconectado previamente la fuente que lo cargó, se separan las placas hasta una distancia de 2 mm de manera que ahora el dieléctrico ocupa la mitad del espacio entre las placas.
c) Determine la energía almacenada en el sistema. ¿Cómo explica el cambio de la energía que experimenta el sistema?

Nivel medio

7. Un condensador de armaduras plano-paralelas y de área S se rellena con dos dieléctricos de constantes dieléctricas ε_1 y ε_2 y grosores respectivos d_1 y d_2. Calcular:
a) la capacidad del condensador.
b) la densidad superficial de carga ligada a la superficie de separación de ambos dieléctricos cuando la diferencia de potencial entre las armaduras es φ.
c) dibuje las líneas de campo de los tres campos $\vec{D}$, $\vec{E}$ y $\vec{P}$.

8. Un dieléctrico de espesor b = 0.50 cm y permitividad relativa ε_r=7.0, se coloca entre las placas de un condensador plano, cuya área de placa es S= 100 cm^2 y la separación entre las armaduras es d =1.0 cm. Se aplica una tensión entre placas de 100 V cuando no hay dieléctrico. Entonces se desconecta la batería y se introduce el dieléctrico. Calcular:
a) la capacidad antes de introducir el dieléctrico.
b) la carga libre.
c) el campo eléctrico en el hueco y en el dieléctrico.
d) la diferencia de potencial entre las placas.
e) la capacidad con el dieléctrico.
f) los vectores desplazamiento y polarización en el hueco y en el dieléctrico.
g) dibuje las líneas de campo de los tres campos $\vec{D}$, $\vec{E}$ y $\vec{P}$.

9. El espacio entre dos superficies esféricas concéntricas de radios R_1 y R_2, respectivamente, con $R_1 > R_2$, está lleno con un material dieléctrico de constante dieléctrica relativa ε_r. En el centro de las esferas hay una carga puntual $+Q$. Halle la intensidad de campo y potencial eléctrico en función de la distancia al centro de las esferas.

10. Un condensador cilíndrico muy largo, de radio interior R_1 y radio exterior R_2 y longitud L, está lleno de un dieléctrico de permitividad relativa ε_r. Se conecta a una batería de voltaje constante φ cuyo borne positivo está conectado al lado interior, adquiriendo una carga Q. Calcular:
a) el campo eléctrico en todas las regiones del espacio.
b) la capacidad del condensador.

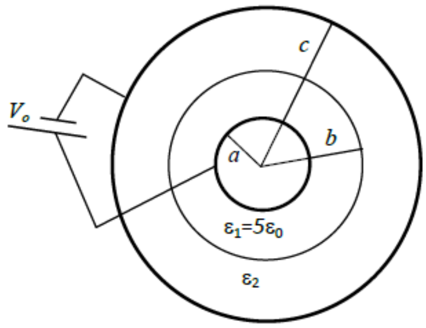
c) la densidad superficial de carga ligada en las superficies interior y exterior del dieléctrico.

11. Un condensador plano de capacidad C_1 que se ha cargado a la tensión φ_1, se une en paralelo (unión de placas de igual signo de cada condensador) con otro condensador plano de capacidad C_2 y que se ha sido cargado la tensión φ_2. Calcular la diferencia de energías electrostáticas comparando antes de unirlos y al final.

12. Se tienen dos esferas conductoras aisladas, concéntricas y huecas, de radios R_1 y R_2, y cargas q_1 y q_2 respectivamente. Si se unen mediante un hilo conductor, determinar:
a) la carga eléctrica que pasa a la esfera exterior.
b) la variación de energía sufrida por el sistema en el proceso de transferencia de carga. Justifique la variación de energía.

Nivel alto

13. (Examen final 2012/13) Entre dos placas conductoras esféricas concéntricas, de radios a y $c = 3a$ respectivamente, existen dos capas de dieléctrico que llenan el espacio entre ellas. El límite de separación entre los dieléctricos es la superficie esférica de radio $b = 2a$ (ver figura). Las permitividades de los dieléctricos son $\varepsilon_1 = 5\varepsilon_0$ y ε_2, que es desconocido. Dicho sistema forma un condensador, que se carga aplicando una tensión V_0.
a) Calcule ε_2 para que el campo E en $r = 3a/2$ sea 50/9 veces el campo$E$ en $r = 5a/2$, siendo r la distancia al centro.
b) Determine la carga del condensador.
c) A continuación se quitan los dos dieléctricos pero se mantiene aplicada la tensión $V0$ entre las placas. Calcule la capacidad del condensador en vacío y la variación de energía del sistema. ¿A qué se debe tal variación?
Datos:$a = 2$ cm ; $V_0 = 115$ V ; $\varepsilon 0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m



14. Sean dos placas esféricas conductoras. La interior de radio R tiene una carga $-2q/3$ y la exterior de radio $2R$ tiene una carga $+q$. Entre ambas existe un medio dieléctrico de permitividad $\varepsilon = 2\varepsilon_0$. Determinar:
a) la densidad de carga de polarización sobre las superficies esféricas del dieléctrico.
b) la variación de energía del sistema, si la esfera interior se conecta a tierra.

15. Dos condensadores plano iguales de capacidad C_0, se unen en paralelo. A continuación se cargan uniéndolos a una fuente de tensión de φ_0 voltios. Concluido el proceso de carga se desconecta la fuente de tensión conservando la unión de los condensadores en paralelo. Finalmente, en uno de los condensadores se introduce un dieléctrico de permitividad relativa ε_r, que llena totalmente el espacio entre sus armaduras. En estas condiciones calcular:
a) la carga de cada condensador.
b) la tensión entre las placas de cada condensador.
c) la variación de energía electrostática resultante de introducir el dieléctrico.
d) si el área de las placas es A, el vector desplazamiento en cada condensador.

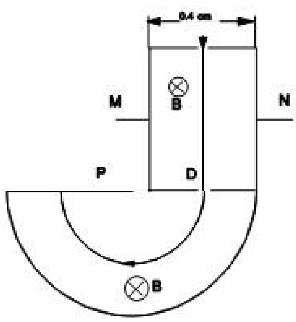
Grado en Ingeniería de Telecomunicaciones
Fundamentos Físicos I
Tema 6: Magnetostática

Nivel básico

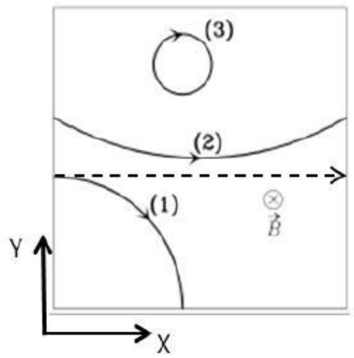
1. Un hilo de plata de 1.0 mm de diámetro transporta una carga de 90 C en 1 h y 15 min. La plata contiene $5.8{\times}10^{22}$ electrones libres por cm^3. Calcular:
   a) la intensidad de la corriente.
   b) la densidad de corriente suponiendo ue ésta es constante en toda la sección del hilo.
   c) la velocidad de arrastre de los electrones.

2. Un protón entra con una velocidad de 200 km/s en dirección perpendicular a las líneas de campo, en un campo magnético de 0.30 mT. ¿Qué órbita describe y cuál es el radio de ésta?

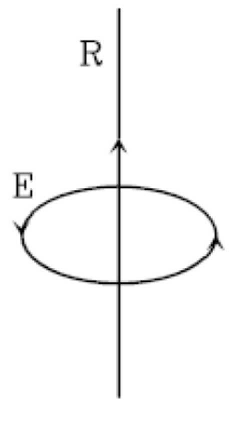
3. Un haz de iones negativos ($m/q = 5.69 \times 10^{-7}$ kg/C) previamente acelerados, penetra en la región del dispositivo mostrado en la figura, donde existe un campo magnético uniforme de 2.5 T, dirigido en el sentido que se indica, y un campo eléctrico debido a las placas metálicas M y N, separadas 0.4 cm, entre las que se establece una diferencia de potencial de $\varphi = 1000$ V. Los iones que atraviesan el diafragma D inciden en una placa fotográfica, P, después de atravesar una región sometida al mismo campo magnético anterior. Determine:
   a) La velocidad de los iones que han atravesado la región S sin desviarse, y la polaridad de las placas M y N necesaria para que esto ocurra.
   b) La posición de impacto de los iones en la placa fotográfica P, respecto de la placa M.



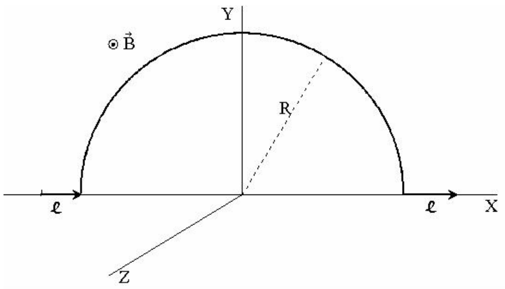
4. (Examen parcial 2012/13) Las líneas de trazo continuo de la figura representan las trayectorias de tres partículas cargadas (1, 2 y 3) en una región donde hay un campo magnético B perpendicular al plano de las trayectorias y entrante en el papel. Las flechas sobre las trayectorias indican el sentido del movimiento de las partículas.
a) Razone cuál o cuáles de las trayectorias corresponden a partículas cargadas positivamente. Determine el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) que debería aplicarse para lograr que la partícula 1 cruzase la región siguiendo una trayectoria rectilínea (línea de trazo discontinuo en la figura); exprese E en función de B, radio de giro (R_1), masa de la partícula m_1 y carga de la partícula q_1.
b) Si el radio de la trayectoria de la partícula 1 es $4R_3$ y el de la partícula 2 es $32R_3$, determine la relación entre las velocidades si la relación carga-masa es la misma para las tres partículas.
c) Bajo las mismas condiciones del apartado b), ¿cuál será la relación entre las frecuencias de rotación de las partículas?



5. (Cuestión del examen final 2010/11) La figura muestra una espira circular E contenida en el plano z = 0 y centrada en el origen de coordenadas, y un conductor R rectilíneo y muy largo orientado en la forma indicada. Los sentidos de las corrientes en E y R vienen indicados. R coincide con el eje de la espira E. Determine: a) la dirección y el sentido de la fuerza, si la hay, que E ejerce sobre R, b) la dirección y el sentido de la fuerza, si la hay, que R ejerce sobre E.



6. Sea un circuito como el de la figura, recorrido por una corriente I y en presencia de un campo magnético constante y uniforme perpendicular al plano del circuito y dirigido hacia afuera, $\vec{B} = B_0\vec{k}$. Determinar:
a) Calcular la fuerza y el momento que ejerce sobre el circuito ese campo magnético.
b) el campo magnético creado en el centro de la semicircunferencia por el propio circuito.



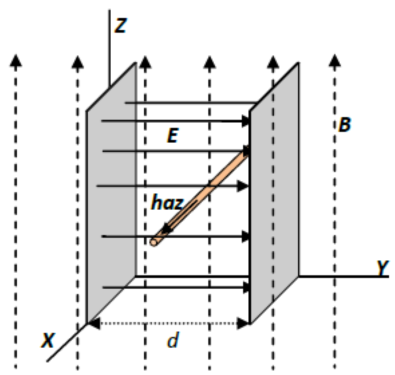
Nivel medio

7. Un conductor rectilíneo muy largo, cuya sección transversal es un circulo de área $A = 12.5$ mm^2, está situado según el eje Z y transporta una corriente eléctrica cuya densidad de corriente es no uniforme $\vec{j}(r) = j_0(\frac{r}{R})^3\vec{k}$, siendo r la distancia al eje de simetría del conductor y R el radio del conductor. Si $j_0 = 7 \times 10^5$ Am^{-2}, determine:
a) la intensidad de la corriente eléctrica transportada por el conductor,
b) el campo magnético B en puntos exteriores al conductor,
c) el campo magnético B en puntos interiores al conductor, y particularice para el caso $r = R/3$.
Nota: El área de una corona circular de radios r y $r + dr$ es $dS = 2\pi r dr$.

8. Sea un trozo de material conductor dispuesto a lo largo del eje X y un electrón (carga $-e$) que se mueve en su seno bajo la acción de un campo eléctrico externo uniforme $\vec{E} = -E\vec{i}$ $(E > 0)$. Debido a sucesivas colisiones del electrón con los iones de la red, su trayectoria es compleja, observándose que la energía cinética promedio entre colisiones es la misma en dos posiciones cualesquiera x_A y x_B $(x_A < x_B)$.
a) Determinar el trabajo realizado por la fuerza eléctrica cuando el electrón se ha desplazado desde x_A hasta x_B (dar el resultado en función de e, E, x_A y x_B).
b) A partir de la variación nula observada para la energía cinética, razone cuánto vale el trabajo realizado por las fuerzas involucradas en las sucesivas colisiones.
c) Estas fuerzas debidas a las colisiones pueden representarse de forma fenomenológica como una fuerza de rozamiento viscosa, tal que $\vec{F_R} = -kv\vec{i}$, donde k es una constante y v es la velocidad de arrastre o promedio del electrón. Determinar v como función de e, E y k.

9. (Examen parcial 2011/12) Un haz muy estrecho de electrones que se mueve en la dirección del eje X positivo, pasa, sin ser desviado de su trayectoria rectilínea, a través de dos campos uniformes: uno eléctrico dirigido a lo largo del eje Y positivo, y otro magnético, dirigido a lo largo del eje Z positivo. El campo eléctrico

está producido por dos grandes placas paralelas colocadas perpendiculares al eje Y, separadas una distancia $d = 1$ cm, y cuya diferencia de potencial es $V_0 = 80$ V. El campo magnético vale 2×10^{-3} T. Cuando los electrones del haz salen de la zona entre placas, el campo eléctrico deja de actuar sobre ellos pero el campo magnético sigue haciéndolo y se observa que describen una trayectoria circular de 1.14 cm de radio. Determine:
a) la razón carga/masa de los electrones.
b) el plano y sentido de giro del haz de electrones así como el tiempo que invierte cada electrón en recorrer media circunferencia.
El haz de electrones puede considerarse equivalente a un cilindro largo de radio constante $R = 10^{-6}$ m y corriente de 20 mA. Determine:
c) la densidad de corriente del haz (módulo, dirección y sentido) cuando se encuentra en la zona entre placas
d) la densidad de portadores de carga del haz.



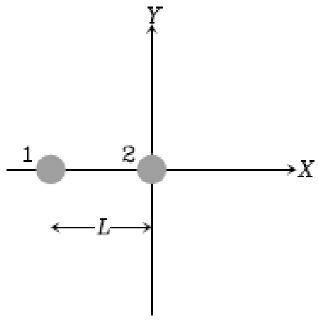
10. Tres conductores paralelos e indefinidos pasan por los vértices de un triángulo equilátero de lado $\sqrt{3} \times 10^{-2}$ m y son normales a su plano. Por cada uno circula en el mismo sentido una corriente de 2 A. Calcule la fuerza que actúa por cada metro de longitud sobre uno cualquiera de los conductores.

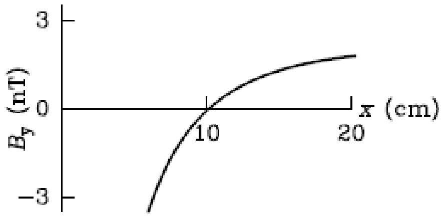
11. Una partícula cuya masa es de 0.5 g transporta una carga de 25 nC. Se le comunica una velocidad horizontal inicial de $6{\times}10^4$ m/s. ¿Cuál es el valor y la dirección del campo magnético uniforme mínimo que mantendrá a la partícula en trayectoria horizontal?

Nivel alto

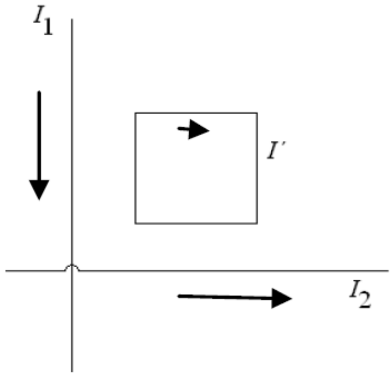
12. Problema del Examen final 2011/12) La parte izquierda de la figura muestra la sección transversal de dos hilos conductores rectos, paralelos, muy largos, separados una distancia L y que transportan corrientes eléctricas (no se especifican los sentidos) de manera que la relación entre sus intensidades es $I_1/I_2 = 4$. La parte derecha de la figura muestra cómo varía espacialmente la componente y del campo magnético neto a lo largo del eje X a la derecha del hilo conductor 2.
a) ¿Cuáles son los sentidos de las corrientes I_1 e I_2? (Indique razonadamente para cada una si es entrante o saliente del plano del papel.)

b) Determine el valor de L.
c) ¿En qué posición $x > 20$ cm (fuera de la región cubierta en la gráfica) es máximo el campo B_y?
d) Si $I_2 = 3$ mA, ¿cuál es el valor de dicho campo magnético máximo?





13. (Problema del Examen extraordinario 2011/12) En un instante inicial se coloca una espira cuadrada de lado 1 cm, por la que circula una intensidad de corriente I' de 0.5 A en el sentido de las agujas del reloj, equidistante 0, 5 cm a dos hilos de corriente infinitos mutuamente perpendiculares, con intensidades de corriente I_1 hacia abajo e I_2 hacia la derecha de 0.25 A. Determinar la fuerza neta que actúa sobre la espira en el instante inicial y describir la aceleración que experimenta la espira (en ausencia de otras fuerzas) y si ésta cambia con el tiempo.



14. (Efecto Hall) Cuando los conductores tienen determinadas geometrías y están recorridos por una corriente e inmersos en un campo magnético, aparecen fuerzas sobre los portadores que crean un desequilibrio de cargas lo que produce un campo eléctrico en su interior llamado campo Hall. Este efecto ocurre en todos los conductores y semiconductores pero sólo es observable si tienen forma laminar. Suponga un campo uniforme $\vec{B} = B_0\vec{j}$ y un conductor rectangular de anchura a y longitud d que es atravesado por una corriente I en la dirección positiva del eje OZ. Sea $q < 0$ la carga de los portadores.

a) Compruebe que la fuerza magnética sobre los portadores provoca un exceso de carga negativa en la cara negativa de las x.
b) ¿Qué valor tendrá el campo eléctrico en el interior del conductor provocado por ese desequilibrio de cargas para compensar la fuerza magnética?
c) ¿Cuál será la diferencia de potencial entre las dos caras del conductor (voltaje Hall)?
d) Teniendo en cuenta que el número de portadores es mucho mayor en los conductores que en los semiconductores, ¿en cuál de los dos es mayor el efecto (o el voltaje) Hall?

Fundamentos Físicos I

Soluciones Problemas Tema 1

Nivel básico

1) $||\vec{A}+\vec{B}|| = \sqrt{77}$; $||\vec{A}-\vec{B}|| = \sqrt{105}$

$\vec{A}+\vec{B} \to \alpha = 24.3°;\ \beta = 76.8°;\ \alpha = 110.0°$

$\vec{A}-\vec{B} \to \alpha = 113.0°;\ \beta = 141.3°;\ \alpha = 119.2°$

2) $\theta = 68.6°$; $\vec{A}.\vec{u}_B = 1.37$

3) a) $||\vec{\nabla}U||_{(2,1,1)} = 3\sqrt{11}$

b) $\cos\alpha = 3/\sqrt{11}$; $\cos\beta = -1/\sqrt{11}$; $\cos\gamma = -1/\sqrt{11}$

c) $\vec{\nabla}U.\vec{k} = 0 \to z^2 = xy$; $\vec{\nabla}U = 0 \to x = y = z$

5) a) $\vec{F} = -\vec{\nabla}U \to U(\vec{r}) = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}y^2 + C$

b) $\int_A^B \vec{F}.\vec{dl} = U_A - U_B = -\frac{4}{3}$

6) b) $\vec{E} = -\vec{\nabla}V \to V(x) = -3x + C$

d) $\int_A^B \vec{E}.\vec{dl} = V_A - V_B = 6$

Nivel medio

7) $\frac{dU}{dl} = \frac{5}{\sqrt{2}} = 3.54$

8) a) $\frac{dV}{dx} = -2$ V/m

b) $\frac{dV}{dy} = -1$ V/m

c) $\vec{E} = -\vec{\nabla}V = (2\vec{i} + \vec{j})$ V/m

d) $V(\vec{r}) = (-2x - y + 105)$ V

9) a) $T(z) = (33.3 - 1.67 \times 10^{-2} z)$ °C

b) $\vec{F} = -B\vec{\nabla}T = 1.67 \times 10^{-2} B\,\vec{k}$

c) Sentido positivo del eje Z

10) $\int_P^Q \vec{F}.\vec{dl} = \frac{9\pi^2}{8}$

Nivel alto

12) $\oint \vec{A}.\vec{dl} = 24$

13) a) $\vec{F} = -\vec{\nabla} V = \frac{A}{r^2}\vec{u}_r$

b) $\oint \vec{F}.\vec{dl} = 0$

14) a) $\int_A^B \vec{F}.\vec{dl} = 136/3$

b) $\int_A^B \vec{F}.\vec{dl} = 88/3$

c) $\int_A^B \vec{F}.\vec{dl} = 40$

d) $\int_A^B \vec{F}.\vec{dl} = 632/15$

e) No es conservativa

15) a) $\vec{h} = -0.075(yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k})$ W/m^2

b) $\vec{u} = -\frac{\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}}{\sqrt{6}}$

c) $C = -0.375$ W/m

Fundamentos Físicos I

Soluciones Problemas Tema 2

Nivel básico

1) $v = 1.12$ m/s

2) a) $v_1 = 2.8$ m/s

b) $v_1^f = -0.93$ m/s, $v_2^f = 1.87$ m/s

c) $h_2 = 0.18$ m

3) $v = 11.2$ km/s

4) a) $\vec{r}_{\mathrm{CM}} = \frac{2}{3}(1, 1, 1)$ m

b) $\vec{r}_{\mathrm{CM}}(t = 2\,\mathrm{s}) = \frac{2}{3}\left(1, 2, \frac{5}{3}\right)$ m

5) a) $\vec{p} = \sqrt{\frac{mk}{r}}\,\vec{u}_t$

b) $E = -\frac{k}{2r}$

c) $\vec{L} = \sqrt{mkr}\,\vec{u}_r \wedge \vec{u}_t$

6) a) x_b y x_d

b) x_b

c) $[x_e, \infty)$

d) $E_C(x \to \infty) = U_1$

7) $\Delta E = 2.23 \times 10^{10}$ J

Nivel medio

8) a) $v_B^f = 2.07$ m/s; $\theta_B^f = 23.7°$

b) $E_{\mathrm{despues}} = 3.57$ J

c) $E_{\mathrm{antes}} = 4$ J, por tanto es un choque inelástico

9) b) $r = 5.29 \times 10^7$ J

c) $p = 2.72 \times 10^6$ kg m/s

d) $E = -3.76 \times 10^9$ J

10) a) $\Delta E_M = 4.7 \times 10^8$ J

b) $\Delta E_c = -4.7 \times 10^8$ J

c) $\Delta U = 9.4 \times 10^8$ J

d) Se ha comunicado energía al satélite.

11) a) $g(h = 70\,\text{km}) = 1.66$ m/s^2

b) $v = 1771$ m/s

c) $v_s = 491$ m/s

12) a) $[k] = \text{kg s}^{-2}$, $[\alpha] = \text{kg m}^{-2}\ \text{s}^{-2}$

b) $x = 0$ estable; $x = \pm 2.58\,\text{m}$ inestables

c) $x_1 = \pm 1.49\,\text{m}$

d) $E_M = 3.33\,\text{J}$

13) a) $E_c(B) = E_c(A)$

b) $E_c(B) < E_c(A)$

c) $E_c(B) < E_c(A)$

d) $\vec{L}$ permanece constante

Nivel alto

14) a) $d = 36.2$ cm

b) $U = mgz$ si $0 \leq z \leq d$; $U = mgz + \frac{1}{2}kz^2$ si $-d' \leq z < 0$

c) $v = 2.67$ m/s

15) a) $M_S r_S = M_P r_P$

b) $M_S v_S = M_P v_P$

c) $r_S = 1.44 \times 10^9$ m

d) $r_P = 3.71 \times 10^{11}$ m; $M_P = 7.0 \times 10^{27}$ kg

16) a) $v = 5.76$ km/s; $L = 4.14 \times 10^{13}$ kg m/s

b) $E_{\text{sonda}} = 0$ J, órbita parabólica; $E_{\text{lanzadera}} = -9.6 \times 10^9$ J, órbita elíptica

c) $v_{\text{sonda}} = 8.14$ km/s; $v_{\text{lanzadera}} = 5.28$ km/s

17) a) $R_g = 42.2 \times 10^6\,\text{m}$

b) $v_s^f = 6.25\,\text{km/s}$

c) $\Delta E_M = 1.26 \times 10^9\,\text{J}$

18) a) $\frac{v_P}{v_A} = 1.4$

b) $v_A = 5.98\ \mathrm{km\,s^{-1}}$; $v_P = 8.38\ \mathrm{km\,s^{-1}}$

c) $T = 2$ horas

d) $\Delta v_P = 2.54\ \mathrm{km\,s^{-1}}$; $\Delta v_A = 3.23\ \mathrm{km\,s^{-1}}$; ambos puntos resultan equivalentes.

19) a) $d = 3.7 \times 10^9$ m

b) $v_B = 270$ km/s

c) Hiperbólica

d) $b_{\max} = 4.32 \times 10^{10}$ m

Fundamentos Físicos I

Soluciones Problemas Tema 3

Nivel básico

1) a) $q_2/q_1 = \left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right)^{3/2}$

b) $\phi_P = 0$

2) $d_{min} = d - \frac{m\,\epsilon_0\,v_0^2}{q\,\sigma}$

3) a) $F_1 = F_2 = F_3$

b) $\phi_1 > \phi_2 > \phi_3$

c) $U_1 < U_2 < U_3$

4) Colocando el plano cargado positivamente en $x = 0$, y el cargado negativamente en $x = d$, $\vec{E}(x < 0) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\,\vec{i}$; $\vec{E}(0 < x < d) = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0}\,\vec{i}$; $\vec{E}(x > d) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\,\vec{i}$

Nivel medio

5) $\vec{F} = 500\,\vec{i}$ N

6) a) $Q_{total} = 0.20$ nC

b) $\vec{E}(r < R) = \frac{5}{6} \times 10^4\, r\, \vec{u}_r$ V/m;

$\phi(r < R) = 45 - \frac{5}{12} \times 10^4\, r^2$ V

7) Colocamos el plano cargado positivamente en $x = 0$, y el cargado negativamente en $x = d$. Entre los dos planos $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\,\vec{i}$ y $\phi = -\frac{\sigma\,x}{\epsilon_0}$ (tomando origen de potenciales en $x = 0$). Fuera de ellos $\vec{E} = 0$. En la región $x < 0$, $\phi = 0$; en la región $x > d$, $\phi = -\frac{\sigma\,d}{\epsilon_0}$ uniforme.

8) a) $\Phi_{ABCD} = abc$

b) $\Phi_{total} = 3abc$

Nivel alto

9) a) Colocando el semianillo en el plano $x = 0$, centro en el origen, y en la regin $z > 0$, obtenemos $\phi(\vec{r} = a\,\vec{i}) = \frac{q}{4\,\pi\,\epsilon_0\sqrt{R^2+a^2}}$

b) $\vec{E}(\vec{r} = a\,\vec{i}) = \frac{q}{4\,\pi\,\epsilon_0(R^2+a^2)^{3/2}}(a\,\vec{i} - 2R/\pi\,\vec{k})$

c) $\vec{E}(\vec{r} = 0) = -\frac{q}{2\,\pi^2\,\epsilon_0\,R^2}\,\vec{k}$

10) a) Colocando el anillo en el plano $x = 0$ y centro en el origen obtenemos

$\vec{E}(\vec{r} = a\,\vec{i}) = \frac{q\,a}{4\,\pi\,\epsilon_0 (R^2+a^2)^{3/2}}\,\vec{i}$

b) $\vec{E}(\vec{r} = a\,\vec{i}) = \frac{q}{4\,\pi\,\epsilon_0\,a^2}\,\vec{i}$

c) $a = R/\sqrt{2}$; $\vec{E}(\vec{r} = R/\sqrt{2}\,\vec{i}) = \frac{q}{6\,\sqrt{3}\,\pi\,\epsilon_0\,R^2}\,\vec{i}$

11) Entre los dos planos, $\vec{E}(-a/2 < x < a/2) = \frac{\rho}{\epsilon_0}\,x\,\vec{i}$.

Para $x > a/2$, $\vec{E}(x > a/2) = \frac{\rho\,a}{2\epsilon_0}\,\vec{i}$.

Para $x < -a/2$, $\vec{E}(x < -a/2) = -\frac{\rho\,a}{2\epsilon_0}\,\vec{i}$.

12) a) $W = -2.25 \times 10^{-5}$ J

b) $\phi_A - \phi_B = -5 \times 10^3$ V

c) $E = 10^5$ V/m

Fundamentos Físicos I

Soluciones Problemas Tema 4

Nivel básico

1) a) $E(r = 2R_e) = \frac{Q}{16\pi\epsilon_0 R_e^2}$

b) $E(r = 2R_e) = \frac{Q}{16\pi\epsilon_0 R_e^2}$

c) $E(r = 2R_e) = 0$

2) $Q_1^{fin} = 0.1\ \mu$C; $Q_2^{fin} = 0.2\ \mu$C

3) a) $\vec{E}(r > R_2) = 0$; $\vec{E}(R_1 < r < R_2) = 0$; $\vec{E}(r < R_1) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\,\vec{u}_r$

b) $\phi(r > R_2) = 0$; $\phi(R_1 < r < R_2) = 0$; $\phi(r < R_1) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1}\right)$

c) $\sigma_2 = 0$; $\sigma_1 = -\frac{q}{4\pi R_1^2}$

4) a) $Q(R_1) = +2$ nC; $Q(R_2) = -2$ nC

b) Mismo resultado

c) $Q(R_1) = 0$ nC; $Q(R_2) = -2$ nC

d) Primer caso: $Q(R_1) = +2$ nC; $Q(R_2) = 0$ nC. Segundo caso: $Q(R_1) = 0$ nC; $Q(R_2) = 0$ nC.

Nivel medio

5) a) $\sigma_1 = \sigma_4 = 0$; $\sigma_2 = -\sigma_3 = 4Q/S$

b) $\vec{E}(y < 0) = \vec{E}(y > d) = 0$; $\vec{E}(0 < y < d) = 4Q/(\epsilon_0 S)\,\vec{j}$

c) $\phi_A - \phi_B = 4Qd/(\epsilon_0 S)$

6) a) $Q_1 = -1.0$ nC; $Q_2 = +1.0$ nC

b) $\phi_2 = 0$ V; $\phi_1 = -600$ V

7) $\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$

8) $Q_{esf} = -\frac{R}{r}q$

Nivel alto

9) a) $\Phi_E = 11.3$ V.m

b) $q'_{esf\,ext} = 33$ pC; $q_{Sext} = 67$ pC

c) $q'_{esf\,int} = 0$ pC; $q'_{esf\,ext} = 33$ pC; $q_{Sext} = 67$ pC; $E_{ext} = 15$ V/m

10) a) $q_{corteza} = 5$ nC; $\phi_{corteza} = 150$ V

b) $q_{corteza} = 10/3$ nC; $q_{esf\,ext} = 5/3$ nC

c) $q_{esf\,int} = -2$ nC; $q_{cort\,int} = +2$ nC; $q_{cort\,ext} = +3$ nC; $\phi_{corteza} = 90$ V

11) a) $\vec{E}(r < a) = 0$

b) $\vec{E}(a < r < 2a) = \frac{Q_{int}}{4\pi\epsilon_0 r^2}\,\vec{u}_r$

c) $\vec{E}(2a < r < 3a) = \frac{Q+Q_{int}}{4\pi\epsilon_0 r^2}\,\vec{u}_r$

d) $\vec{E}(r > 3a) = 0$; $Q_{ext} = -Q - Q_{int}$

e) $\phi_{2a} = -\frac{Q_{int}}{8\pi\epsilon_0 a}$; $\phi_{2a} = \frac{Q+Q_{int}}{24\pi\epsilon_0 a}$

f) $Q_{int} = -Q/4$; $Q_{ext} = -3Q/4$

Fundamentos Físicos I

Soluciones Problemas Tema 5

Nivel básico

1) a) $\Phi = 0$

b) $\vec{F} = 0$; $\vec{M} = -qlE\sin\alpha\,\vec{k}$

2) $q' = -\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} q$

3) a) $Q_{fin}/Q_{ini} = 1$; $E_{fin}/E_{ini} = 1$; $\phi_{fin}/\phi_{ini} = 7$; $C_{fin}/C_{ini} = 1/7$; $U_{fin}/U_{ini} = 7$

b) $Q_{fin}/Q_{ini} = 1$; $E_{fin}/E_{ini} = 1/7$; $\phi_{fin}/\phi_{ini} = 1/7$; $C_{fin}/C_{ini} = 7$; $U_{fin}/U_{ini} = 1/7$

c) $Q_{fin}/Q_{ini} = 1/7$; $E_{fin}/E_{ini} = 1/7$; $\phi_{fin}/\phi_{ini} = 1$; $C_{fin}/C_{ini} = 1/7$; $U_{fin}/U_{ini} = 1/7$

d) $Q_{fin}/Q_{ini} = 7$; $E_{fin}/E_{ini} = 1$; $\phi_{fin}/\phi_{ini} = 1$; $C_{fin}/C_{ini} = 7$; $U_{fin}/U_{ini} = 7$

4) a) $\vec{D}(r_1 = 1.2\,cm) = -2.76 \times 10^{-6}\,\vec{u}_r$ C/m^2; $\vec{E}(r_1 = 1.2\,cm) = -7.81 \times 10^{4}\,\vec{u}_r$ V/m; $\vec{P}(r_1 = 1.2\,cm) = -2.07 \times 10^{-6}\,\vec{u}_r$ C/m^2

b) $\vec{D}(r_2 = 2.2\,cm) = 0$ C/m^2; $\vec{E}(r_2 = 2.2\,cm) = 0$ V/m; $\vec{P}(r_2 = 2.2\,cm) = 0$ C/m^2

c) $q' = -3.75 \times 10^{-9}$ C

5) a) $q_{1,izq} = +C\Delta\phi$; $q_{1,der} = -C\Delta\phi$; $q_{2,izq} = +C\Delta\phi$; $q_{2,der} = -C\Delta\phi$

b) $\vec{E}_1 = \Delta\phi/d\,\vec{i}$; $\vec{E}_2 = \Delta\phi/d\,\vec{i}$

c) $q_{1,izq} = +C\Delta\phi$; $q_{1,der} = -C\Delta\phi$; $q_{2,izq} = +\epsilon_r C\Delta\phi$; $q_{2,der} = -\epsilon_r C\Delta\phi$

d) $\vec{E}_1 = \Delta\phi/d\,\vec{i}$; $\vec{E}_2 = \Delta\phi/d\,\vec{i}$

6) a) $\phi = 4$ V

b) $\vec{E} = 4000\,\vec{i}$ V/m; $\vec{D} = 8.85 \times 10^{-8}\,\vec{i}$ C/m^2; $\vec{D} = 5.31 \times 10^{-8}\,\vec{i}$ C/m^2; $U = 2 \times 10^{-8}$ J

c) $U = 7 \times 10^{-8}$ J

Nivel medio

7) a) $C = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 d_2 + \epsilon_2 d_1} S$

b) $\sigma' = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 d_2 + \epsilon_2 d_1} \epsilon_0 \phi$

8) a) $C_0 = 8.85$ pF

b) $Q_0 = 8.85 \times 10^{-10}$ C

c) $E_{hueco} = 10^4$ V/m; $E_{diel} = 1.43 \times 10^3$ V/m

d) $\Delta\phi = 57$ V

e) $C_0 = 15.5$ pF

f) $D_{hueco} = 8.85 \times 10^{-8}$ C/m^2; $D_{diel} = 8.85 \times 10^{-8}$ C/m^2; $P_{hueco} = 0$ C/m^2; $P_{diel} = 7.59 \times 10^{-8}$ C/m^2

9) $\vec{E}(r > R_1) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\vec{u}_r$; $\phi(r > R_1) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$
$\vec{E}(R_2 < r < R_1) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2}\vec{u}_r$; $\phi(R_2 < r < R_1) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}[1/r + (\epsilon_r - 1)/R_1]$
$\vec{E}(r < R_2) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\vec{u}_r$; $\phi(r < R_2) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}[1/r + 1/(\epsilon_r R_2) + (\epsilon_r - 1)/(\epsilon_r R_1) - 1/R_2]$

10) a) $\vec{E}(r < R_1) = \vec{E}(r > R_2) = 0$; $\vec{E}(R_1 < r < R_2) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r L r}\vec{u}_r$
b) $C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r L}{\ln(R_2/R_1)}$
c) $\sigma'(R_1) = -\frac{\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\phi}{R_1 \ln(R_2/R_1)}$; $\sigma'(R_2) = +\frac{\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\phi}{R_2 \ln(R_2/R_1)}$

11) $U_{ini} = \frac{1}{2}(C_1\phi_1^2 + C_2\phi_2^2)$
$U_{fin} = \frac{1}{2}\frac{(C_1\phi_1 + C_2\phi_2)^2}{C_1 + C_2}$;
$U_{fin} < U_{ini}$

12) a) $q_1^{fin} = 0$; $q_2^{fin} = q_1 + q_2$
b) $U_{fin} - U_{ini} = -\frac{q_1^2(R_2 - R_1)}{8\pi\epsilon_0 R_1 R_2}$

Nivel alto

13) a) $\epsilon_2 = 10\epsilon_0$

b) $Q = 2.2$ nC

c) $C' = 3.3$ pF; $U_{sin\,diel} - U_{con\,diel} = -1.05 \times 10^{-7}$ J

14) a) $\sigma'(R) = \frac{q}{12\pi R^2}$; $\sigma'(2R) = -\frac{q}{48\pi R^2}$
b) $U_{fin} - U_{ini} = 0$

15) a) $Q_1 = \frac{2\epsilon_r C_0\phi_0}{1+\epsilon_r}$; $Q_2 = \frac{2C_0\phi_0}{1+\epsilon_r}$
b) $\phi_1 = \phi_2 = \frac{2\phi_0}{1+\epsilon_r}$
c) $U_{fin} - U_{ini} = -C_0\phi_0^2\,\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1}$
d) $D_1 = Q_1/A$; $D_2 = Q_2/A$

Fundamentos Físicos I

Soluciones Problemas Tema 6

Nivel básico

1) a) $I = 3.33 \times 10^{-4}$ A

b) $j = 424$ A/m^2

c) $u = 4.57 \times 10^{-8}$ m/s

2) $R = 7$ m

3) a) N a potencial positivo; $v = 10^5$ m/s

b) $P_I = 4.35$ cm

4) a) 2 positiva; 1 y 3 negativas. $\vec{E} = -\frac{q_1 R_1 B^2}{m_1}\vec{j}$

b) $v_1 = 4v_3$; $v_2 = 32v_3$

c) $w_1 = w_2 = w_3$

5) a) $F = 0$

b) $F = 0$

6) a) $\vec{F} = -2IB_0(l + R)\,\vec{j}$

b) $\vec{B}(\vec{r} = 0) = -\mu_0 I/(4R)\,\vec{k}$

Nivel medio

7) a) $I = 3.5$ A

b) $\vec{B}(r > R) = \frac{7\times10^{-7}}{r}\vec{u}_\phi$ T

c) $\vec{B}(r < R) = 2.2 \times 10^7 r^4\,\vec{u}_\phi$ T; $\vec{B}(r = R/3) = 4.34\,\vec{u}_\phi$ μT

8) a) $W_E = eE(x_B - x_A)$

b) $W_{col} = -eE(x_B - x_A)$

c) $v = eE/k$

9) a) $e/m = 1.75 \times 10^{11}$ C/kg

b) Plano XY; sentido giro antihorario (visto desde Z positivo); $T = 17.9$ ns

c) $\vec{j} = -6.37 \times 10^9\,\vec{i}$ A/m^2

d) $n = 9.94 \times 10^{21}$ e-/m^3

10) $F/l = 8 \times 10^{-5}$ N/m

11) $B = 3$ T

Nivel alto

12) a) 1 saliente; 2 entrante

b) $L = 30$ cm

c) $x_M = 30$ cm

d) $B_y(x_M) = 2$ nT

13) $\vec{F} = \mu_0 \frac{I' I_1 l^2}{2\pi d(d+l)}(\vec{i} + \vec{j}) = 3.33 \times 10^{-8}(\vec{i} + \vec{j})$ N

14) a) $\vec{F} = -|q| u B_0 \vec{i}$

b) $\vec{E} = -u B_0 \vec{i} = -\frac{I B_0}{|q| n a d}\vec{i}$

c) $\Delta\phi = \frac{I B_0}{|q| n d}$

d) En semiconductores (suponiendo igual intensidad en los dos materiales)