TEMA 6: CIRCUITOS EN RÉGIMEN PERMANENTE SINUSOIDAL

6.1. Reducir a una única expresión trigonométrica las siguientes funciones sinusoidales mediante el álgebra fasorial y el álgebra sinusoidal:

a) y = 50cos(500t+60º) + 100cos(500t-30º)
b) y = 200cos(377t+50º) – 100sen(377t+150º)
c) y = 80cos(100t+30º) – 100sen(100t-135º) + 50cos(100t-90º)
d) y = 250cos(ωt) + 250cos(ωt+120º) + 250cos(ωt-120º)

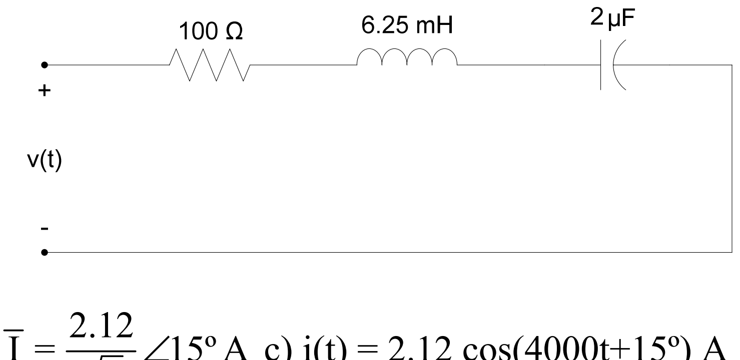
Solución: a) y = 111.80cos(500t – 3.43º); b) y = 102.99cos(377t +40.29º); c) y = 161.59 cos(100t – 29.96º); d) y = 0

6.2. Demostrar que:

$$\frac{1}{T}\int_{t_o}^{t_o+T} V_m^2 \cos^2(\omega t + \phi)dt = \frac{V_m^2}{2}$$

6.3. Una resistencia de 100Ω, una bobina de 6.25mH y un condensador de 2μF están conectados en serie. Estos elementos están energizados por una fuente de tensión sinusoidal de valor v(t)=300cos(4000t-30º) (V).

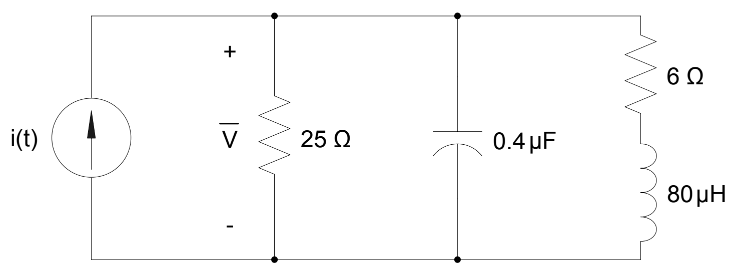
a) Dibujar el circuito en el dominio de la frecuencia.
b) Encontrar el fasor de corriente $\overline{I}$.
c) Encontrar la expresión en régimen permanente para i(t).



Solución: b) $\overline{I} = \frac{2.12}{\sqrt{2}}\angle 15^\circ$ A c) i(t) = 2.12 cos(4000t+15º) A

6.4. En el circuito de la figura la fuente de corriente sinusoidal tiene un valor de i(t)=10cos(10^5t-60º) (A).

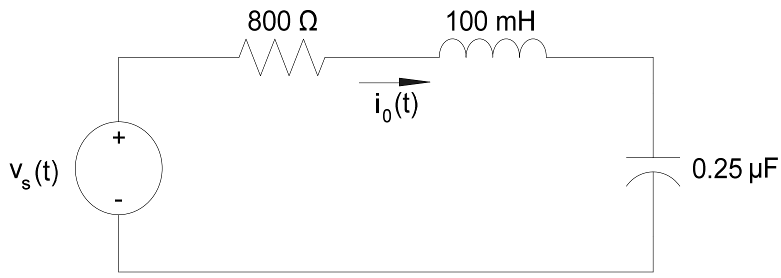
a) Dibujar el circuito en el dominio de la frecuencia.
b) Encontrar el fasor de tensión $\overline{V}$.
c) Encontrar la expresión en régimen permanente para v(t).



Solución: b) $\overline{V} = \dfrac{92.85}{\sqrt{2}}\angle -38.20^{o}$ A c) $v(t) = 92.85\cos(10^5 t - 38.20^{o})$ A

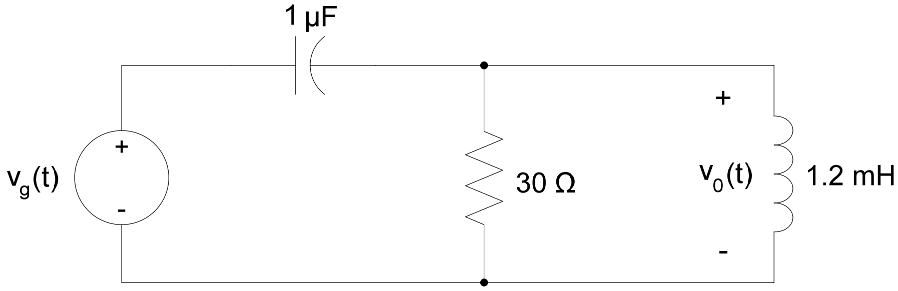
6.5. En el circuito de la figura la fuente de tensión sinusoidal tiene un valor de $v_s(t)$=500sen(4000t) (mV).

a) Encontrar el fasor de corriente $\overline{I}_0$.
b) Encontrar la expresión en régimen permanente para $i_o(t)$.



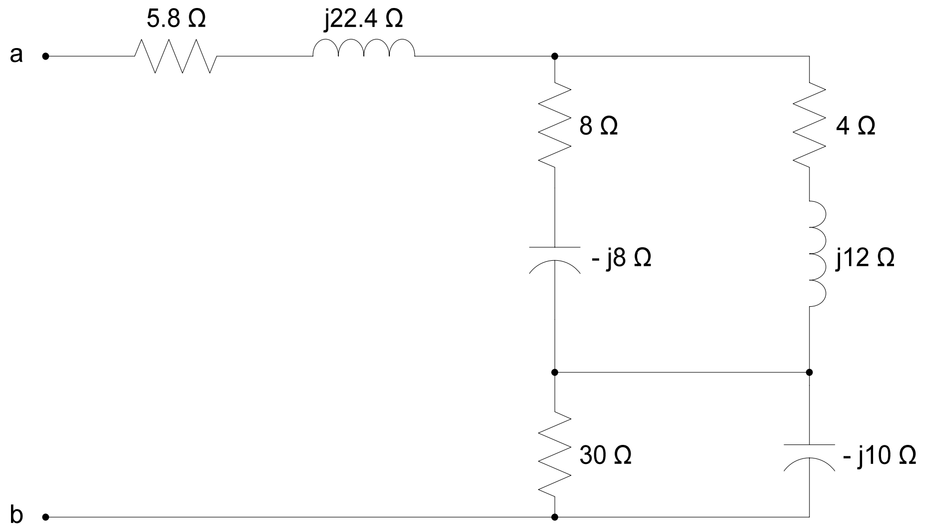
Solución: a) $\overline{I}_0 = \dfrac{500}{\sqrt{2}}\angle -53.13^{o}$ μA b) $i_0(t) = 500\cos(4000t - 53.13^{o})$ μA

6.6. Encontrar la expresión en régimen permanente para $v_o(t)$ si $v_g(t)$=40cos(5·10^{4}t) (V).



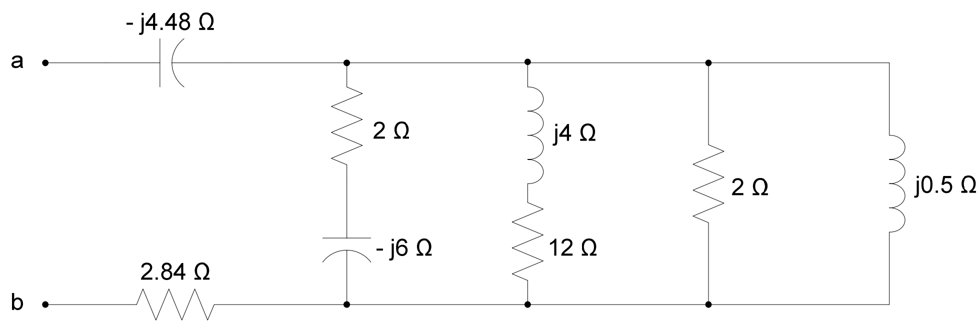
Solución: $v_0(t) = 42.43\cos(5\cdot10^4 t + 45^{o})$ V

6.7. Encontrar la impedancia Z_{ab} del circuito de la figura.



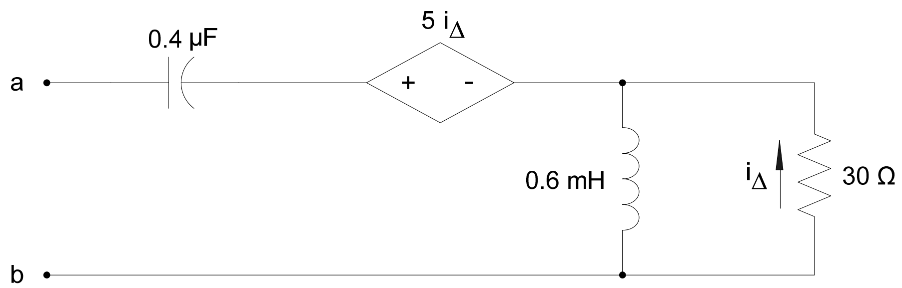
Solución: $Z_{ab} = 25\angle 36.87^{o}\ \Omega$

6.8. Encontrar la admitancia Y_{ab} del circuito de la figura.



Solución: $Y_{ab} = 200\angle 53.13^{o}\ m\Omega^{-1}$

6.9. Encontrar Z_{ab} cuando el circuito opera a una frecuencia de 100krad/s.

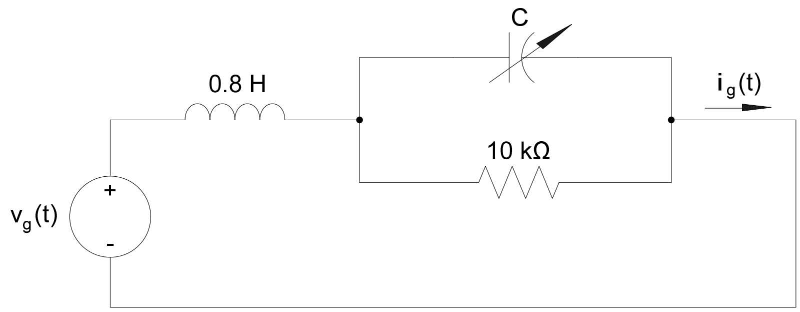


Solución: $Z_{ab} = 20 - j15\ \Omega$

6.10. El circuito de la figura está operando en régimen permanente sinusoidal. El condensador se ajusta hasta que la corriente $i_g(t)$ está en fase con la tensión sinusoidal $v_g(t)$.

a) ¿Cuánto vale la capacidad del condensador si $v_g(t)=80\cos(5000t)$ (V)?

b) Dar la expresión en régimen permanente para $i_g(t)$ usando la capacidad calculada en el apartado anterior.

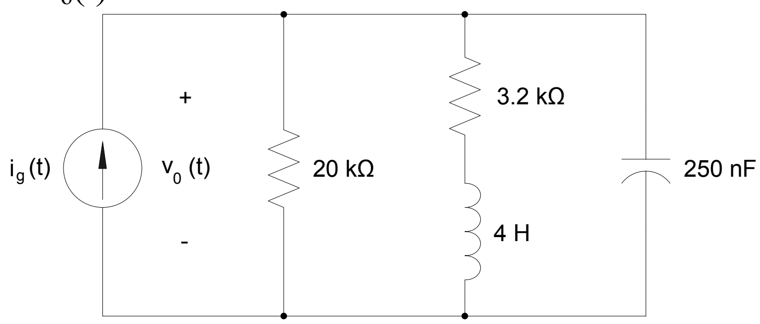


Solución: a) C = 40 ó 10 nF; b) $i_g(t) = 40\cos(5000t)$ ó $10\cos(5000t)$ mA

6.11. La frecuencia de la fuente de corriente sinusoidal se ajusta hasta que $v_o(t)$ se encuentra en fase con $i_g(t)$.

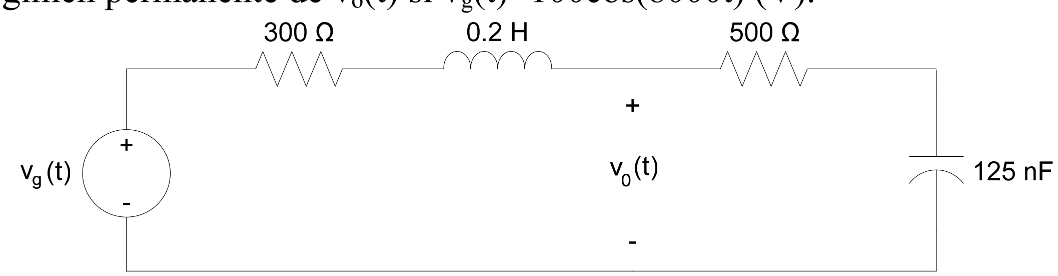
a) ¿Cuál será el valor de ω?

b) Si $i_g(t)=0.75\cos(\omega t)$ (mA), donde ω es la frecuencia calculada en el apartado anterior, ¿cuál es la expresión en régimen permanente para $v_o(t)$?



Solución: a) ω = 600 rad/s; b) $v_o(t) = 3\cos(600t)$ V

6.12. Usar el concepto de divisor de tensión para encontrar la expresión en régimen permanente de $v_o(t)$ si $v_g(t)=100\cos(8000t)$ (V).

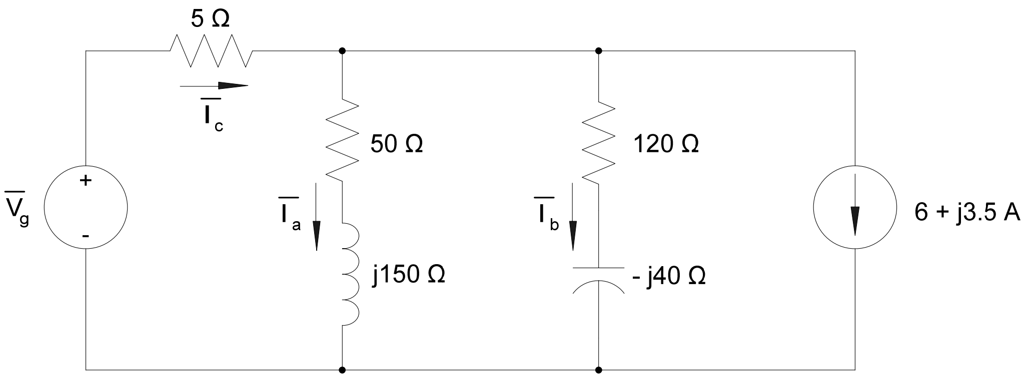


Solución: $v_o(t) = 111.8\cos(8000t – 100.30º)$ V

6.13. El fasor de corriente $\overline{I}_a$ en el circuito de la figura es $2\angle 0^{\circ}$ (A).

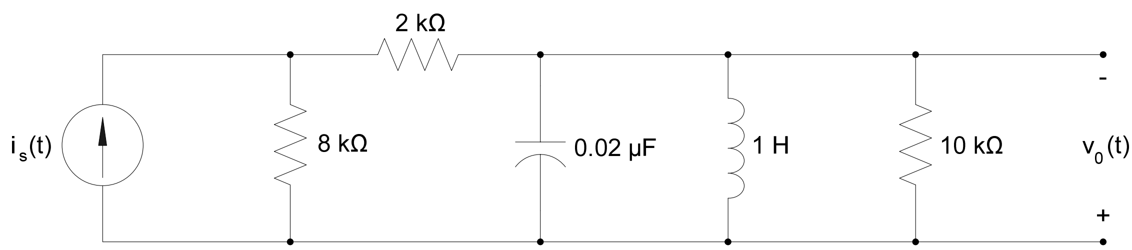
a) Encontrar los fasores $\overline{I}_b$, $\overline{I}_c$ y $\overline{V}_g$.

b) Si ω = 800rad/s, escribir las expresiones para $i_b(t)$, $i_c(t)$ y $v_g(t)$.



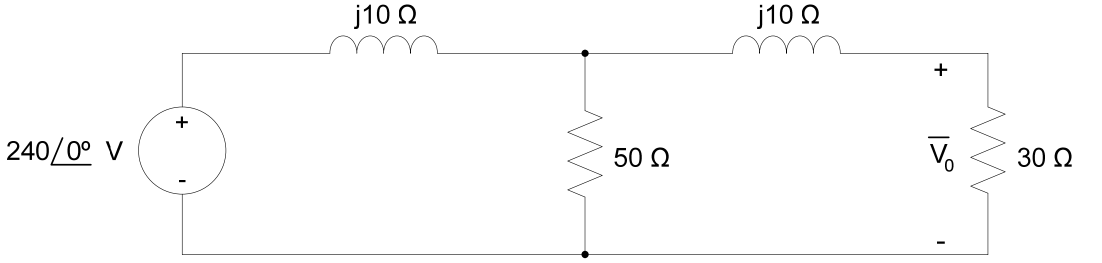
Solución: a) $\overline{I}_b = j2.5$ A, $\overline{I}_c = 10\angle 36.87^{\circ}$ A, $\overline{V}_g = 358.47\angle 67.01^{\circ}$ V; b) $i_b(t) = 3.54\cos(800t+90^{\circ})$ A, $i_c(t) = 14.14\cos(800t+36.87^{\circ})$ A, $v_g(t) = 506.95\cos(800t+67.01^{\circ})$ V,

6.14. El circuito de la figura se encuentra operando en régimen permanente sinusoidal. Encontrar $v_o(t)$ si $i_s(t)=12.5\cos(5000t)$ (mA).



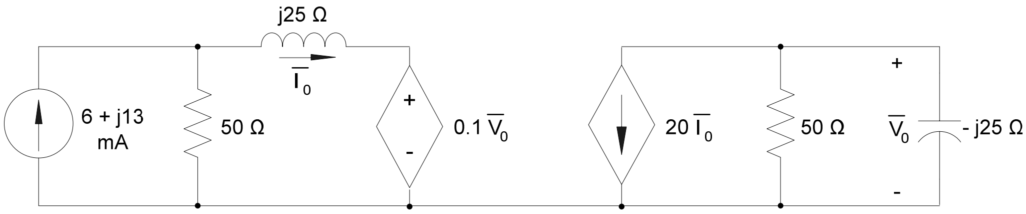
Solución: $v_o(t) = 44.72\cos(5000t+26.57^{\circ})$ V

6.15. Encontrar el fasor de tensión $\overline{V}_0$.



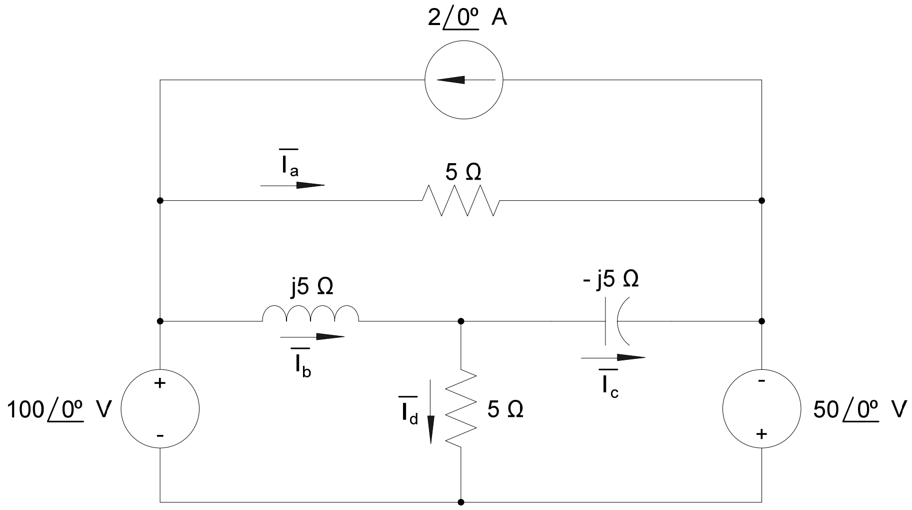
Solución: $\overline{V}_0 = 188.43\angle -42.88^{\circ}$ V

6.16. Usar el método de las tensiones de nudo para encontrar los fasores $\overline{V}_0$ e $\overline{I}_0$.



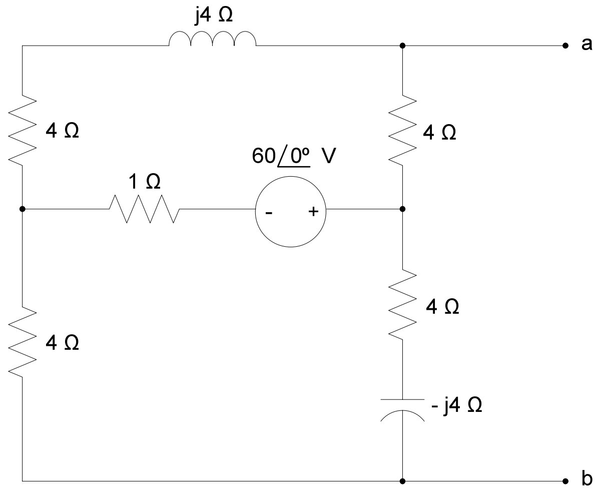
Solución: $\overline{V}_0 = 4.47\angle 116.57^{\circ}$ V , $\overline{I}_0 = 10\angle 0^{\circ}$ mA

6.17. Usar el método de las corrientes de malla para encontrar las corrientes de rama $\overline{I}_a$, $\overline{I}_b$, $\overline{I}_c$ e $\overline{I}_d$.



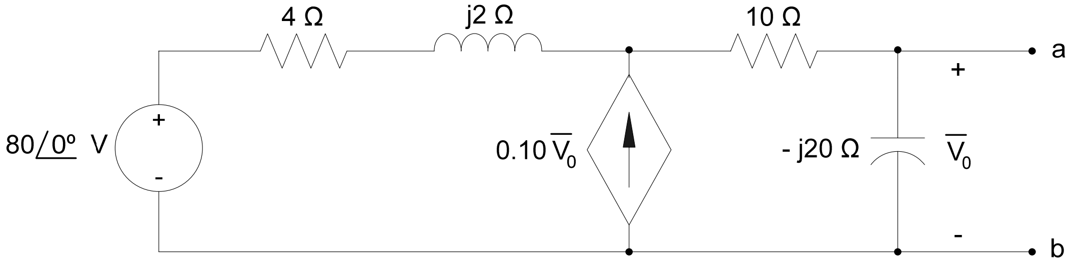
Solución: $\overline{I}_a = 30$ A , $\overline{I}_b = 30 - j20$ A , $\overline{I}_c = 30 + j10$ A , $\overline{I}_d = -j30$ A

6.18. Encontrar el equivalente Helmholtz-Thévenin respecto a los terminales a y b del circuito de la figura.



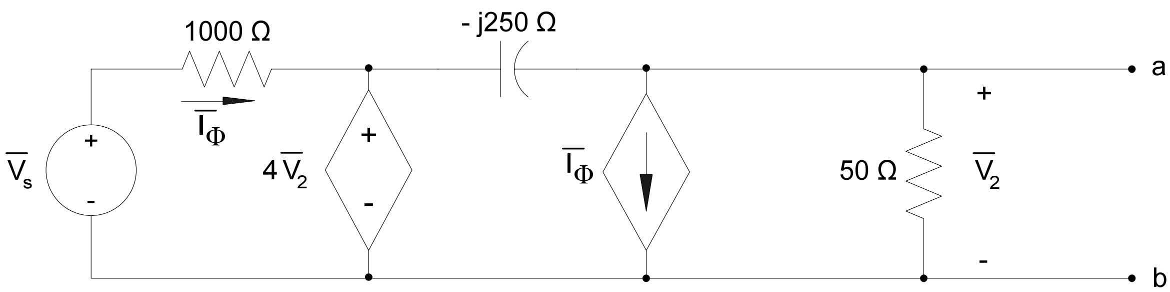
Solución: $\overline{V}_{Th} = 10\angle 0^{\circ}$ V , $Z_{Th} = 4.83\ \Omega$

6.19. Encontrar el equivalente Helmholtz-Thévenin respecto a los terminales a y b del circuito de la figura.



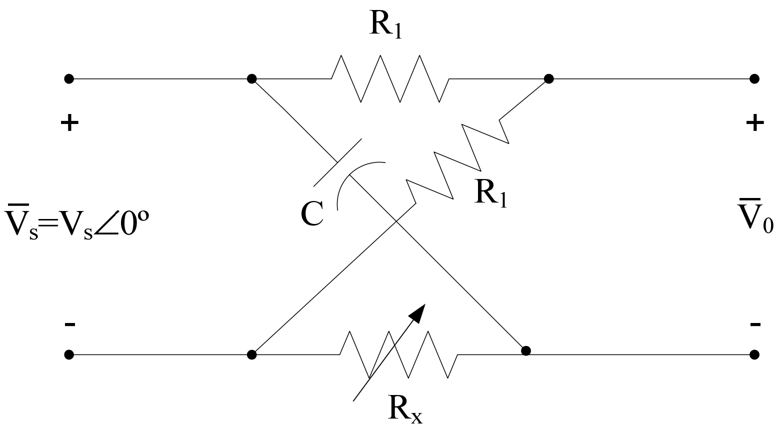
Solución: $\overline{V}_{Th} = 80 - j80\ V$, $Z_{Th} = 16 - j12\ \Omega$

6.20. Encontrar el equivalente Norton respecto a los terminales a y b del circuito de la figura, cuando $\overline{V}_s = 100\angle 0º$ (mV).



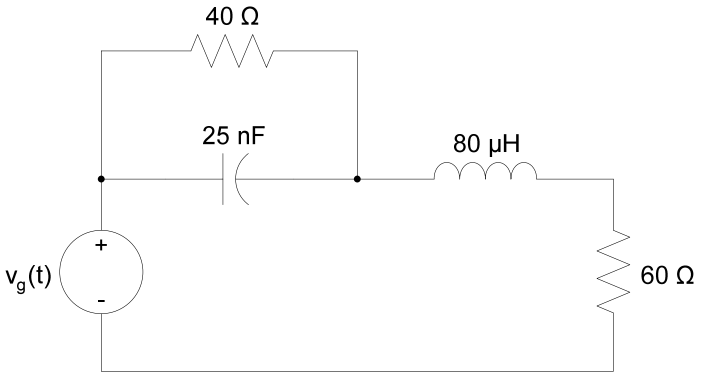
Solución: $\overline{I}_N = -100\ \mu A$, $Z_N = 40 + j30\ \Omega$

6.21. Mostrar usando un diagrama fasorial como varía $\overline{V}_0$ al variar R_x. Supóngase que el módulo y el ángulo de la fuente $\overline{V}_s$ se mantiene constante al variar R_x.



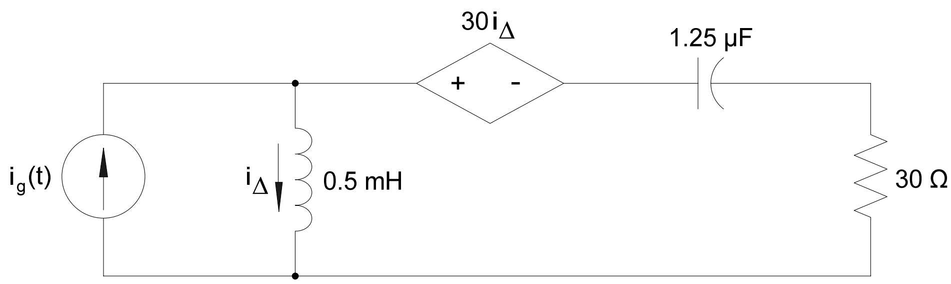
RÉGIMEN PERMANENTE SINUSOIDAL: POTENCIA Y ENERGÍA

6.22. Calcular la potencia compleja suministrada por la fuente de tensión si $v_g(t)=40\cos(10^6 t)$ (V).



Solución: S_g = 6.4+j4.8 VA

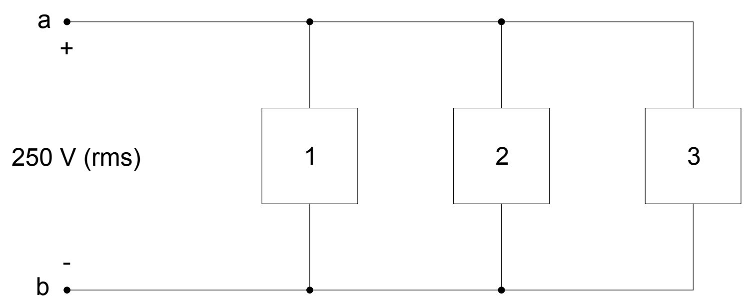
6.23. Encontrar la potencia activa disipada en la resistencia de 30 si $i_g(t)=6\cos(2\cdot 10^4 t)$ (A).



Solución: P = 600 W

6.24. Tres cargas están conectadas en paralelo a lo largo de una línea de 250V (rms). La carga 1 absorbe 3kW y 4kVAR. La carga 2 absorbe 2.5kVA siendo cos φ = 0.6 (receptor capacitivo). La carga 3 absorbe 1.5kW siendo el factor de potencia igual a la unidad.

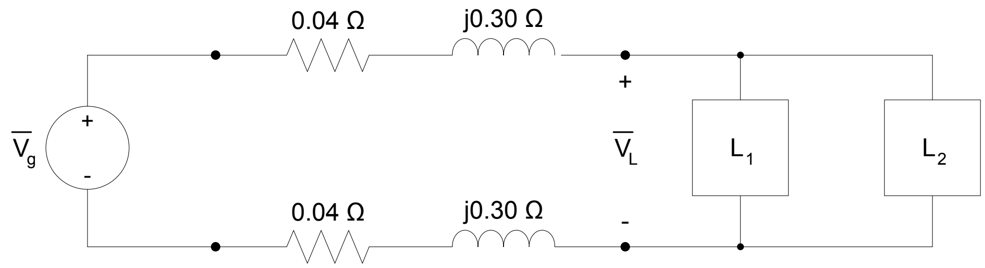
a) Encontrar la impedancia equivalente a las tres cargas en paralelo.
b) Encontrar el factor de potencia de la carga equivalente en bornes del suministro.



Solución: a) $Z = 9.88\angle 18.43^{o}\,\Omega$; b) $\cos\varphi = 0.9487$ inductivo

6.25. Las dos cargas mostradas en el circuito de la figura pueden ser descritas del siguiente modo: La carga 1 absorbe 218.24kW y 56.32kVAR; la carga 2 tiene una impedancia de 40-j30 Ω. La tensión en bornes de las cargas es $v_L(t) = 4400\sqrt{2}\cos(120\pi t)$ (V).

a) Encontrar $\overline{V}_g$.
b) Calcular (en rad y μs) el desfase entre la tensión de la fuente y la tensión en la carga.
c) ¿La tensión en la carga está adelantada o retrasada frente a la tensión de la fuente?

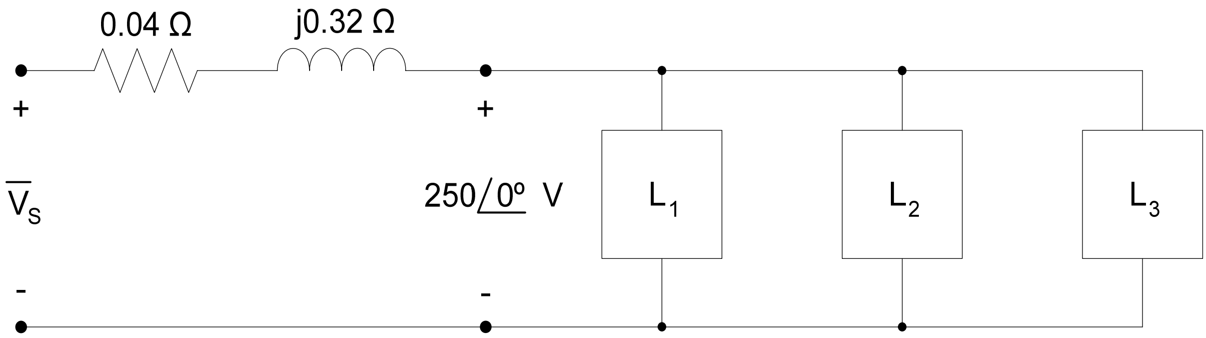


Solución: a) $\overline{V}_g = 4386.24\angle 0.98^{o}$ V; b) 0.0171 rad, 45.36 μs; c) Retrasada

6.26. Las tres cargas del problema 6.24 se alimentan desde una línea con una impedancia de 0.04+0.32j Ω.

a) Encontrar el fasor de la tensión en el extremo suministrador ($\overline{V}_s$).
b) Calcular la potencia activa y la potencia reactiva en la línea.
c) Calcular la potencia compleja en el extremo suministrador de la línea (S_s).
d) Calcular la eficiencia (η) de la línea si ésta se define:

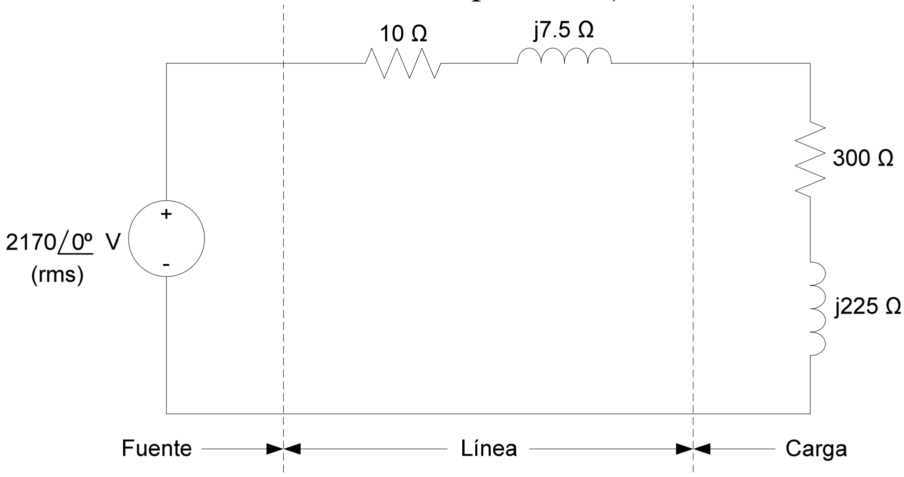
$$\eta = \frac{\text{P carga}}{\text{P extremo suministr.}} \cdot 100\,[\%]$$



Solución: a) $\overline{V}_s = 253.63\angle 1.66º$ V ; b) P_L = 25.60 W, Q_L = 204.80 VAR; c) $S_s = 6025.6 + j2204.8$ VA ; d) 99.58 %

6.27. Dado el circuito de la figura:

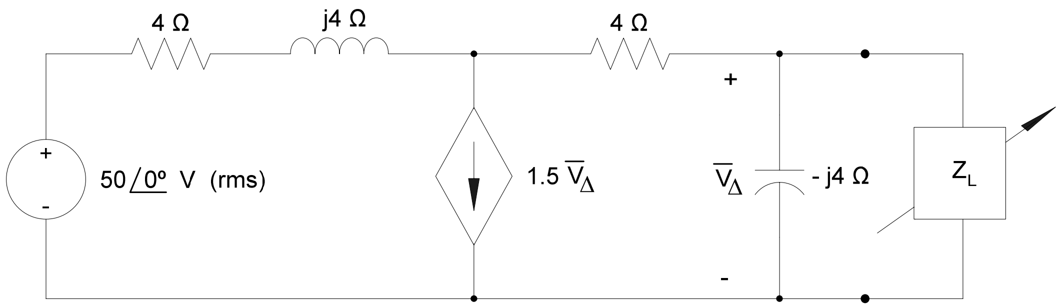
a) Encontrar la potencia activa disipada en la línea.
b) Encontrar la reactancia X_c de un condensador necesaria para que al conectar dicho condensador en paralelo con la carga haga que ésta sea puramente resistiva.
c) Encontrar la impedancia equivalente de la carga del apartado anterior.
d) Encontrar la potencia activa disipada en la línea en las condiciones descritas en el apartado b).



Solución: a) P_L = 313.60 W; b) X_c = -625 W; c) $Z_{carga} = 468.75\,\Omega$; d) P_L = 205.40 W

6.28. La impedancia Z_L de la carga del circuito de la figura se ajusta hasta conseguir que la potencia activa entregada a la carga sea máxima.

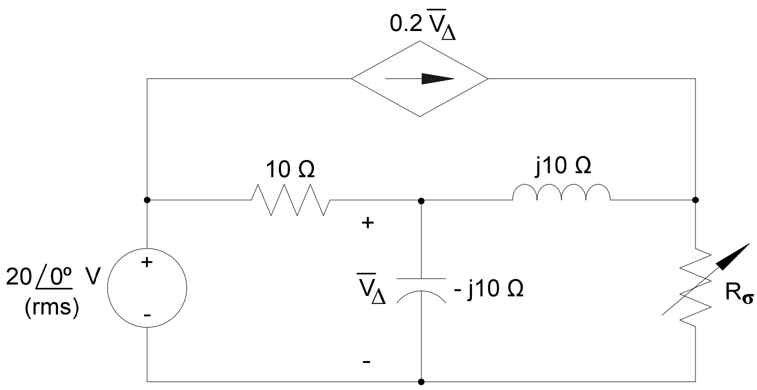
a) Encontrar la máxima potencia activa entregada a la carga.
b) ¿Qué porcentaje de la potencia total suministrada por el circuito es entregado a la carga?



Solución: a) P = 7.8125 W; b) 2.63 %

6.29. La resistencia variable R_σ del circuito de la figura se ajusta hasta que la potencia activa entregada a dicha resistencia es máxima.

a) Calcular el valor de R_σ.
b) Calcular la potencia activa entregada a R_σ.
c) Si R_σ se reemplaza por una impedancia variable Z_σ, ¿cuál es la máxima potencia activa que puede ser entregada a Z_σ?
d) ¿Qué porcentaje de la potencia suministrada por el circuito se entrega a la carga Z_σ del apartado anterior?

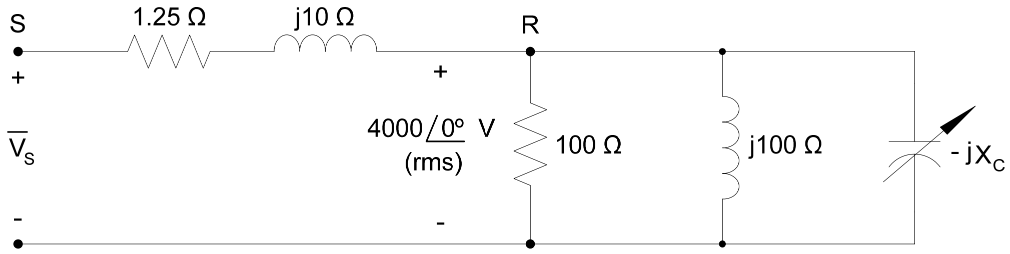


Solución: a) R_σ = 7.07 Ω; b) P = 41.42 W; c) P = 50 W; d) 50 %

6.30. El fasor de la tensión del extremo suministrador $\overline{V}_s$ del circuito de la figura se ajusta continuamente para que la tensión en la carga sea siempre 4000V. La reactancia del condensador se ajusta hasta que la potencia activa disipada en la línea es mínima. Si la frecuencia de la fuente sinusoidal es de 60Hz:

a) Encontrar el valor de la capacidad en μF.
b) Si se quita el condensador del circuito, ¿cuánto aumentará la magnitud $\overline{V}_s$ para seguir manteniendo los 4000V de tensión en la carga?

c) Si se quita el condensador del circuito, ¿cuánto aumentará la potencia disipada en la línea?



Solución: a) C= 26.53 μF; b) 9.68 %; c) 100 %