# ECUACIONES DIFERENCIALES
**(Hoja 3)**

**1** *Estudiar la estabilidad del origen para los sistemas*

$$a)\ \begin{cases} x' = -5x + y, \\ y' = x - 5y; \end{cases} \qquad b)\ \begin{cases} x' = y, \\ y' = -2x + 2y; \end{cases} \qquad c)\ \begin{cases} x' = x - y, \\ y' = -y; \end{cases}$$

$$d)\ \begin{cases} x' = 3x + 2y, \\ y' = 3x + 2y; \end{cases} \qquad e)\ \begin{cases} x' = 2x - 4y, \\ y' = x - 2y; \end{cases} \qquad f)\ \begin{cases} x' = -x + 2y, \\ y' = -2x - y, \\ z' = 2z; \end{cases}$$

$$g)\ \begin{cases} x' = x + 2y + 3z, \\ y' = x + 2y + 3z, \\ z' = x + 2y + 3z; \end{cases} \quad h)\ \begin{cases} x' = x - y, \\ y' = \alpha y. \end{cases} \qquad i)\ \begin{cases} x' = -(5 + e^{-t})x + y, \\ y' = x(1 - e^{-2t}) - (5 + e^{-3t})y; \end{cases}$$

**2** *Estudiar la estabilidad del origen como punto de equilibrio de los siguientes sistemas:*

$$a)\ \begin{cases} x' = x - y + xy^2, \\ y' = 3x - 2y - 2xy; \end{cases} \qquad b)\ \begin{cases} x' = x + x^2 + y^3, \\ y' = 2y - x^2y^2; \end{cases}$$

$$c)\ \begin{cases} x' = -x + y^2 + z^2, \\ y' = -2x - y + xy, \\ z' = -y - z - xyz; \end{cases} \qquad d)\ \begin{cases} x' = -\alpha y + x^2, \\ y' = e^x - \cos x - \sin^2 y, \\ z' = -z + 2\sin x. \end{cases}$$

**3** *Sean $a > 0$ y $b > 0$.*

*a) Probar que todas las soluciones de*

$$x'' + \left(a + \frac{c}{1 + t^2}\right) x = 0$$

*son estables.*

*b) Probar que todas las soluciones de*

$$x'' + ax' + (b + ce^{-t}\sin t)x = 0$$

*son asintóticamente estables.*

**4** *Hallar los puntos de equilibrio de los siguientes sistemas, y estudiar su estabilidad por el método de la primera aproximación, en el caso de que sea posible:*

$$a)\ \begin{cases} x' = x + y, \\ y' = x^2 + y; \end{cases} \qquad b)\ \begin{cases} x' = y + 1, \\ y' = x^2 + \alpha y^2 \quad (\alpha \neq 0); \end{cases}$$

$$c)\ \begin{cases} x' = 1 - xy, \\ y' = y - x^3; \end{cases} \qquad d)\quad x'' + \alpha(1 - x^2)x' + x = 0 \quad (\alpha \neq 0);$$

$$e)\quad x'' + \sin x = 0; \qquad f)\quad x''' + 3x'' + 3x' + \sin x = 0.$$