MÁQUINAS DE ESTADO FINITAS

Dpto. Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Automática y Física Aplicada www.ieef.upm.es

Sistemas secuenciales

Secuencial = combinacional + memoria (biestables)

$$y^k = f(x_1^k, x_2^k, ..., x_n^k, m_1^k, ..., m_m^k)$$

Tipos

- Síncrono: cambio de estado en cada ciclo de reloj.
- Asíncrono: cambio de estado en el instante de tiempo cuando aparece variaciones en las entradas o en las memorias internas.

Máquinas de estado

Moore: las salidas sólo depende del estado de las memorias.

```
 m^{k+\Delta k} = f(x_1^k, ..., x_n^k, m_1^k, ..., m_m^k)
```

$$y^k = f(m_1^k, \dots, m_m^k),$$

Mealy: las salidas depende de las entradas y del estado de las memorias.

$$m^{k+\Delta k} = f(x_1^k, ..., x_n^k, m_1^k, ..., m_m^k)$$

$$y^k = f(x_1^k, ..., x_n^k, m_1^k, ..., m_m^k)$$

MÁQUINA DE MOORE

Modelo MOORE

Máquina de MOORE: Una máquina secuencial de tipo MOORE es una 5-tupla $M=(Q,I,O,\delta,\lambda)$ donde: Q es un conjunto finito de estados (memoria) I es un conjunto finito de entradas binarias O es un conjunto finito de salidas binarias δ : QxI \rightarrow Q es la función de transición de estado $\lambda: Q \to O$ es la función de salida COMBINACIONAL

MÁQUINA DE MEALY

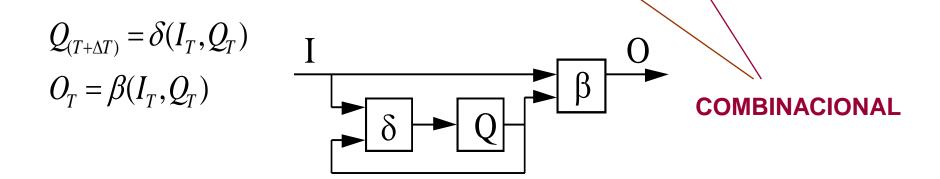
Modelo de MEALY

Máquina de MEALY: Una máquina secuencial de tipo MEALY es una 5-tupla $M=(Q,I,O,\delta,\beta)$ donde:

Q es un conjunto finito de estados (memoria) I es un conjunto finito de entradas binarias O es un conjunto finito de salidas binarias

 δ : QxI \rightarrow Q es la función de transición de estado

 β : QxI \rightarrow O es la función de salida



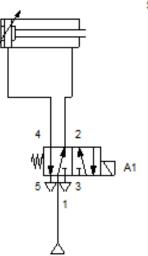
Modelado

Pasos para el diseño secuencial

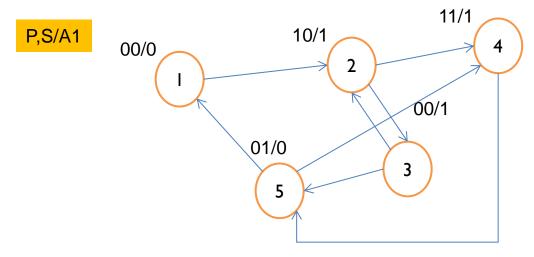
- I. Identificación de entradas y salidas
- 2. Realización del diagrama de estados.
- 3. Comprobación/Reducción de la tabla de fase.
- 4. Determinación del número de biestables o unidades de memoria binarias. Asignación de estados. Máquina de Mealy o de Moore. Comprobación de transiciones asíncronas.
- 5. Realización de las tablas de verdad: Tablas del estado en función del propio estado y las entradas actuales, y tablas de salida en función de las entradas y el estado actual.
- 6. Minimización de las funciones lógicas mediante los mapas de Karnough.
- 7. Realización de la representación del autómata.

Ejercicio 1

Realizar un automatismo para el control de un cilindro de doble efecto con una electroválvula 5/2 monoestable. Se dispone de un pulsador P y un sensor de posición S, que detecta la expansión máxima del cilindro. Al pulsar P se realizará un ciclo completo de expansión/compresión del cilindro. Para la compresión del cilindro P debe estar desactivado



- I. Identificación entradas-salidas: {P, S}, {A I}
- 2. Máquina de estado



3. Tabla de fase

| 00 | 10 | Ш | 01 | AI |
|----|----|---|-----|----|
| | 2 | | | 0 |
| 3 | 2 | 4 | | I |
| 3 | 2 | | 5 | I |
| | | 4 | 5 | I |
| I | | 4 | (5) | 0 |

Reducción de la tabla de fase

- Dos líneas son fusionables si ambas tienen en todas sus columnas alguna de las siguientes combinaciones:
 - 1. Dos estados inestables del mismo número
 - Un estado estable y otro inestable del mismo número, predominando el primero.
 - 3. Dos estados imposibles
 - Un estado estable y otro imposible, predominando el primero.
 - Un estado inestable y otro imposible, predominando el primero.
- Dos líneas son fusionables aunque tengan diferentes salidas, aunque es preferible que tengan idénticas salidas.

4. Fusión de estados Número de memorias: I Máquina de Moore

| 00 | 10 | Ш | 01 | AI | MI |
|----|----|---|----|----|----|
| | 2 | 4 | 5 | 0 | 0 |
| 3 | 2 | 4 | 5 | ı | I |

Número de filas fusionadas ≤ 2ⁿ, siendo n el número de bits de memoria

5. Tabla de verdad y minimización de Karnough

| 00 | 10 | Ш | 01 | AI | MI |
|----|----|---|----|----|----|
| | 2 | 4 | 5 | 0 | 0 |
| 3 | 2 | 4 | 5 | ı | I |

| Estado | Р | S | MI(t) | MI(t+I) | Observaciones |
|--------|---|---|-------|---------|------------------------------|
| | 0 | 0 | 0 | 0 | Reposo |
| 3 | 0 | 0 | I | - 1 | Expandiéndose |
| 5 | 0 | I | 0 | 0 | Empieza a retroceder |
| 5 | 0 | ĺ | I | 0 | Acaba de llegar a expandirse |
| 2 | I | 0 | 0 | - 1 | Acaba de pulsarse |
| 2 | I | 0 | I | - 1 | Expandiéndose |
| 4 | I | I | 0 | - 1 | Pulsado y máxima expansión |
| 4 | I | I | I | - 1 | Pulsado y máxima expansión |

6. Tabla de verdad y minimización de Karnough

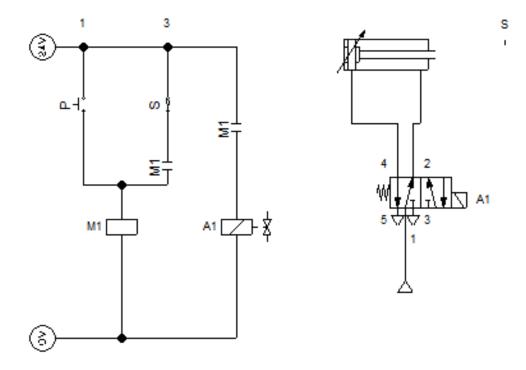
| Estado | Р | S | M(t) | M(t+I) | Observaciones |
|--------|---|---|------|--------|------------------------------|
| | 0 | 0 | 0 | 0 | Reposo |
| 3 | 0 | 0 | I | - 1 | Expandiéndose |
| (5) | 0 | Ī | 0 | 0 | Empieza a retroceder |
| 5 | 0 | Ī | Ī | 0 | Acaba de llegar a expandirse |
| 2 | Ī | 0 | 0 | - 1 | Acaba de pulsarse |
| 2 | ı | 0 | Ī | 1 | Expandiéndose |
| 4 | Ī | Ī | 0 | - 1 | Pulsado y máxima expansión |
| 4 | I | Ī | Ī | 1 | Pulsado y máxima expansión |

| PS/M ¹ | 00 | 10 | Ш | 01 |
|-------------------|----|----|---|----|
| 0 | 0 | I | I | 0 |
| I | I | I | I | 0 |

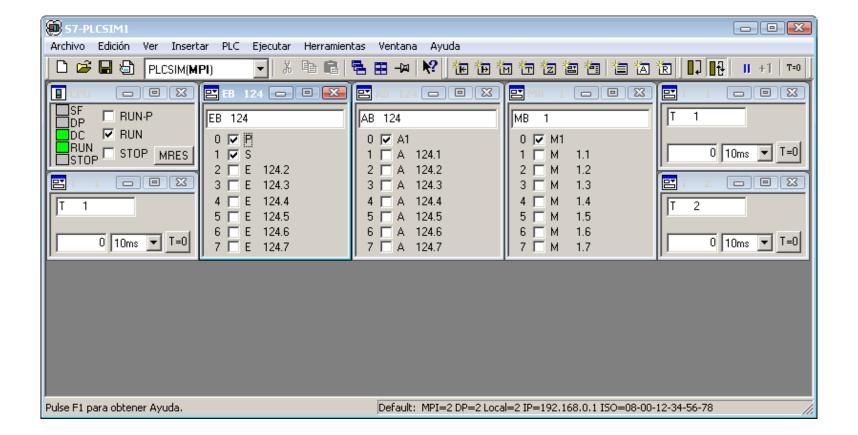
$$M1(t + \Delta t) = P(t) + \overline{S}(t)M1(t)$$

$$A1(t) = M1(t)$$

7. Representación del autómata



```
MAPEO:
                                  OB100:
                                                     OB1:
                                                          "P"
               124.0
                                  SET
          Ε
                                                                         "M1"
S
          Ε
               124.1
                                  R
                                      "M1"
                                                     O(
                                                                         "A1"
                                                           "S"
                                                     UN
A1
               124.0
                                                          "M1"
M1
          M
                1.0
                                                          "M1"
```



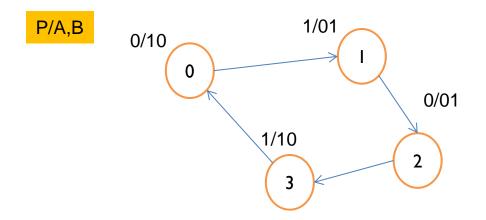
Ejercicio 2

Se desea construir un pulsador *P* con memoria para accionar otros dispositivos. Dicho pulsador tendrá dos salidas *A* y *B*. Siempre que una salida está activa, la otra estará desactiva. Mediante la pulsación de *P* se cambiará de una a otra.



Ejemplo de modelado

- I. Identificación de entradas (P) y salidas (A,B)
- 2. Realización del diagrama de estados.



3. Comprobación/Reducción de la tabla de fase

| P=0 | P=I | A | В |
|-----|-----|---|---|
| 0 | I | I | 0 |
| 2 | | 0 | I |
| 2 | 3 | 0 | I |
| 0 | (3) | 1 | 0 |

Ejemplo de modelado

- 4. Máquinas de Moore
- 5. Tablas de verdad

| P=0 | P=I | A | В | MI | M0 |
|-----|-----|---|---|----|----|
| 0 | I | I | 0 | 0 | 0 |
| 2 | | 0 | I | 0 | I |
| 2 | 3 | 0 | I | I | I |
| 0 | 3 | ı | 0 | I | 0 |

| Estado | MI(t) | M0(t) | Р | MI(t+I) | M0(t+1) | Observaciones |
|--------|-------|-------|---|---------|---------|----------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | A ON, P=0 |
| I | 0 | 0 | Ī | 0 | - 1 | Se pulsa P y se enciende B |
| 2 | 0 | I | 0 | - 1 | I | Se suelta P y B ON |
| | 0 | I | I | 0 | - 1 | B ON, P=I |
| 0 | I | 0 | 0 | 0 | 0 | Se suelta P |
| (3) | I | 0 | Ī | - 1 | 0 | A ON, P=I |
| 2 | I | I | 0 | - 1 | I | B ON, P=0 |
| 3 | Ι | I | Ī | - 1 | 0 | Se pulsa P y se enciende A |

Ejemplo de modelado

6. Minimización de Karnough

| Estado | MI(t) | M0(t) | Р | MI(t+I) | M0(t+1) | Observaciones |
|--------|-------|-------|---|---------|---------|----------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | A ON, P=0 |
| I | 0 | 0 | Ī | 0 | - 1 | Se pulsa P y se enciende B |
| 2 | 0 | I | 0 | - 1 | - 1 | Se suelta P y B ON |
| | 0 | I | I | 0 | - 1 | B ON, P=I |
| 0 | I | 0 | 0 | 0 | 0 | Se suelta P |
| (3) | I | 0 | Ī | - 1 | 0 | P=I y A ON |
| 2 | - 1 | I | 0 | I | 1 | B ON, P=0 |
| 3 | I | I | I | - 1 | 0 | Se pulsa P y se enciende A |

| P/M ¹ M ⁰ | 00 | 01 | -11 | 10 | P/M ¹ M ⁰ | 00 | 01 | Ш | 10 |
|---------------------------------|----|----|-----|----|---------------------------------|----|----|---|----|
| 0 | 0 | 1 | - 1 | 0 | 0 | 0 | I | I | 0 |
| I | I | I | 0 | 0 | ı | 0 | 0 | I | ı |

$$M_{t+\Delta t}^{0} \qquad M_{1}(t+\Delta t) = \overline{P}(t)M_{0}(t) + P(t)M_{1}(t)$$

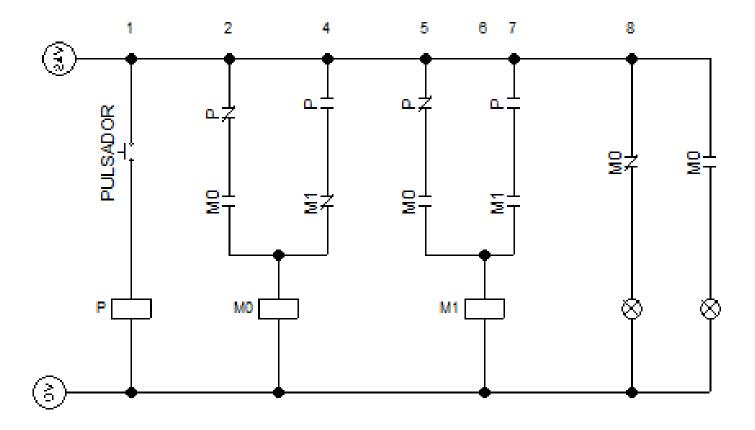
$$M_{t+\Delta t}^{0} \qquad \overline{P}(t)M_{0}(t) + P(t)M_{1}(t)$$

$$M_0(t + \Delta t) = \overline{P}(t)M_0(t) + P(t)\overline{M}_1(t)$$

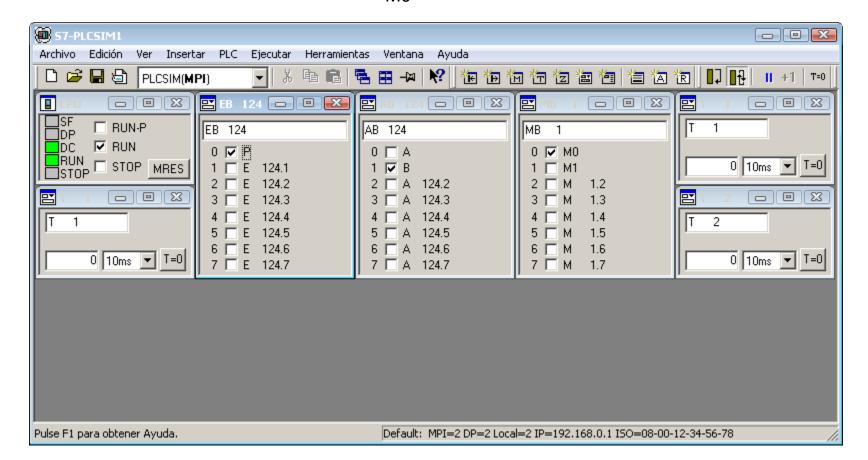
Simulación

7. Implementación

$$A(t) = \overline{M}_0(t)$$
 $B(t) = M_0(t)$

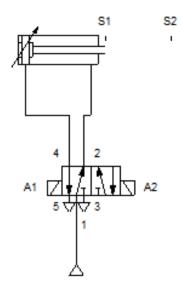


| MAPEO: | | | OB100: | OB1 | : | | | | | | |
|--------|---|-------|--------|-----|------|----|------|----|------|---|------|
| Р | Ε | 124.0 | SET | UN | "P" | UN | "P" | UN | "M0" | U | "M0" |
| Α | Α | 124.0 | R "M0" | U | "M0" | U | "M0" | = | "A" | = | "B" |
| В | Α | 124.1 | R "M1" | 0 | | Ο | | | | | |
| MO | M | 1.0 | | U | "P" | U | "P" | | | | |
| M1 | M | 1.1 | | UN | "M1" | U | "M1" | | | | |
| | | | | = | "M0" | = | "M1" | | | | |

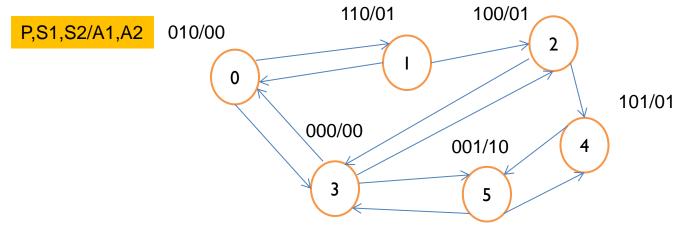


Práctica 1

Realizar un automatismo para el control de un cilindro de doble efecto con una electroválvula 5/2 biestable. Se dispone de un pulsador P y dos sensores de posición SI y S2, que detectan la compresión y expansión del cilindro respectivamente. Al pulsar P se realizará un ciclo completo de expansión/compresión del cilindro. Para la compresión del cilindro P debe estar desactivado



- Identificación entradas-salidas: {P, S1,S2}, {A1,A2}
- 2. Máquina de estado



3. Tabla de estados

| 000 | 010 | 110 | 100 | 101 | 001 | AIA2 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 3 | 0 | I | | | | 00 |
| | 0 | | 2 | | | 01 |
| 3 | | | 2 | 4 | | 01 |
| | | | | 4 | 5 | 01 |
| 3 | | | | 4 | (5) | 10 |
| 3 | 0 | | 2 | | 5 | 00 |

4. Fusión de estados

Número de marcas: 0

Combinacional

| 000 | 010 | 110 | 100 | 101 | 001 | AIA2 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----------|
| 3 | 0 | | 2 | 4 | 5 | 00/10/01 |

4. Tabla de verdad y minimización de Karnough

| 000 | 010 | 110 | 100 | 101 | 001 | AIA2 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----------|
| 3 | 0 | | 2 | 4 | 5 | 00/10/01 |

| Estado | Р | SI | S 2 | AI | A2 | Observaciones |
|--------|---|----|------------|-----|----|--------------------|
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Estado estable |
| 5 | 0 | 0 | ı | - 1 | 0 | Máxima expansión |
| 0 | 0 | I | 0 | 0 | 0 | Reposo, comprimido |
| - | 0 | I | ı | X | X | Imposible (avería) |
| 2 | I | 0 | 0 | 0 | 1 | En expansión |
| 4 | I | 0 | ı | 0 | 1 | Máxima expansión |
| I | I | I | 0 | 0 | 1 | Inicio a expandir |
| - | I | I | - 1 | x | × | Imposible (avería) |

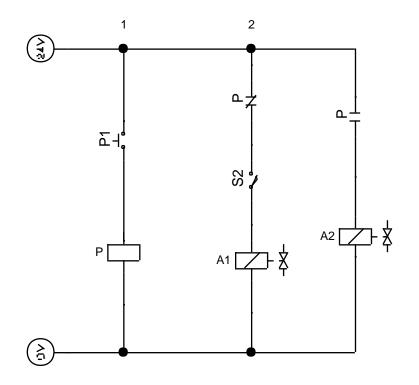
| P/SIS2 | 00 | 01 | Ш | 10 |
|--------|----|----|---|----|
| 0 | 0 | ı | X | 0 |
| 1 | 0 | 0 | x | 0 |

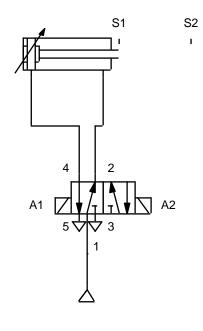
$$A1 = \overline{P} \cdot S2$$

| P/SIS2 | 00 | 01 | Ш | 10 |
|--------|----|-----|---|----|
| 0 | 0 | 0 | X | 0 |
| I | 1 | - 1 | x | I |

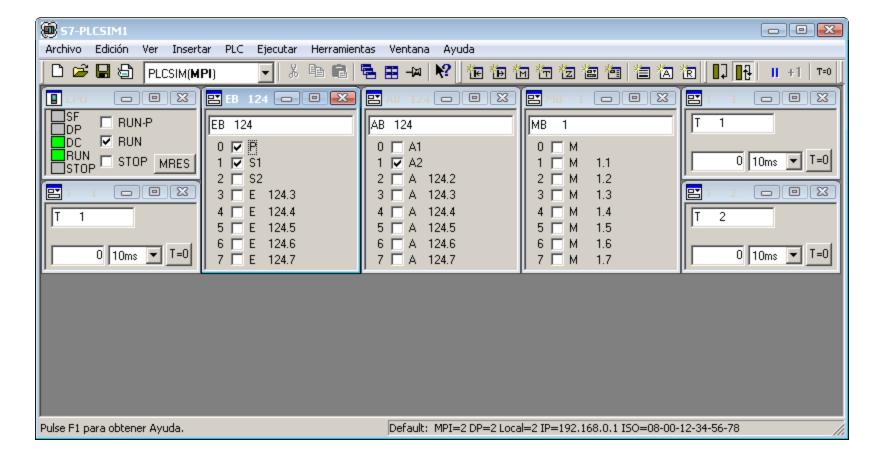
$$A2 = P$$

Simulación en fluidSim





| MAPEO: | | | OB1: | | |
|--------|---|-------|--------|---|------|
| Р | Ε | 124.0 | UN "P" | U | "P" |
| S1 | Ε | 124.1 | U "S2" | = | "A2" |
| S2 | Ε | 124.2 | = "A1" | | |
| A1 | Α | 124.0 | | | |
| A2 | Α | 124.1 | | | |
| M | M | 1.0 | | | |



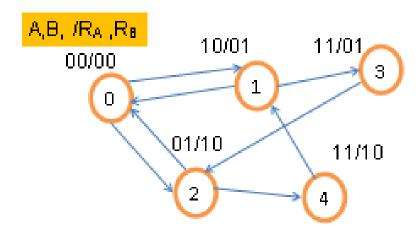
Ejercicio de examen

Diseñar un sistema de control de señalización de un cruce de vías. Cuando un tren es detectado por la vía A, se activa el semáforo en la vía B, $R_{\rm B}$. En el caso de detectar un tren por la vía B, el semáforo $R_{\rm A}$ se encenderá. Se pide:

В

 R_A

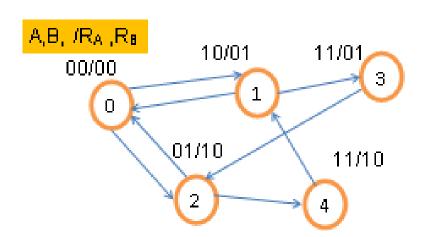
- I. Tabla de fase
- 2. Número de memorias y elección de modelo
- 3. Tablas de verdad de las memorias y de las salidas
- 4. Funciones lógicas de las memorias y las salidas.
- 5. Esquema de contactos.
- 6. Implementación en AWL de S5 con mapeo en E32 y A32



Ejercicio de examen

| 00 | 01 | 11 | 10 | $R_{\rm A}/R_{\rm B}$ |
|----|----|----|----|-----------------------|
| 0 | 2 | | 1 | 0 0 |
| 0 | | 3 | 1 | 0 1 |
| 0 | 2 | 4 | | 1 0 |
| | 2 | 3 | | 0 1 |
| | | 4 | 1 | 1 0 |
| | | | | |

| 00 | 01 | 11 | 10 | M |
|----|----|----|----|---|
| 0 | 2 | 3 | 1 | 0 |
| 0 | 2 | 4 | 1 | 1 |



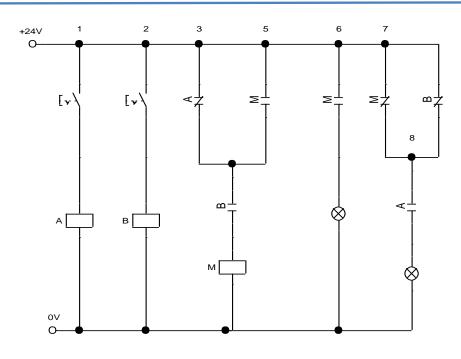
| Estado | A | В | М | $M(\underline{t+\Delta t})$ | $\mathbf{R}_{\mathbf{A}}$ | R_{B} |
|--------|---|---|---|-----------------------------|---------------------------|---------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

$$M(t + \Delta t) = B(t)(\overline{A}(t) + M(t))$$

$$R_A(t) = M(t)$$

$$R_B(t) = A(t)(\overline{B}(t) + \overline{M}(t))$$

Ejercicio de examen



| MAPEO: | | | OB100: | OB1: | | |
|--------|---|-------|--------|--------|--------|--------|
| Α | Ε | 124.0 | SET | U "B" | U "M" | U "A" |
| В | Ε | 124.1 | R "M" | U(| = "RA" | U(|
| RA | Α | 124.0 | | ON "A" | | ON "B" |
| RB | Α | 124.1 | | O "M" | | ON "M" |
| M | M | 1.0 | |) | |) |
| | | | | = "M" | | = "RB" |

Reset y Set preferentes

Tabla de verdad

| R | S | Q(t) | Set Pref. Q(t+1) | Reset Pref. Q(t+1) |
|---|---|------|---------------------|-----------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | I | I | Í |
| 0 | I | 0 | 1 | I |
| 0 | I | I | I | I |
| I | 0 | 0 | 0 | 0 |
| I | 0 | I | 0 | 0 |
| I | I | 0 | I | 0 |
| I | I | I | I | 0 |

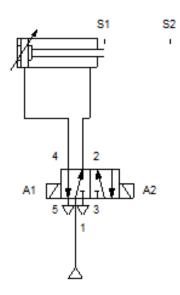
Minimización de Karnough

$$Q(t + \Delta t) = S(t) + \overline{R}(t)Q(t) \quad Set \quad pref.$$

$$Q(t + \Delta t) = \overline{R}(t)(S(t) + Q(t)) \quad Reset \quad pref.$$

Diseño con marcar: ejercicio

Realizar un automatismo para el control de un cilindro de doble efecto con una electroválvula 5/2 biestable. Se dispone de un pulsador de inicio (I) y otro de parada (P), junto con dos sensores de posición SI y S2, que detectan la compresión y expansión del cilindro respectivamente. Al pulsar I se realizará ciclos completos de expansión/compresión del cilindro hasta pulsar P. Al pulsar P el cilindro volverá a reposo. En reposo siempre estará comprimido el cilindro. La parada siempre será preferente.



Marca de Marcha-Paro

$$M1 \begin{cases} R_p : P \\ S : I \end{cases}$$

Tabla de verdad

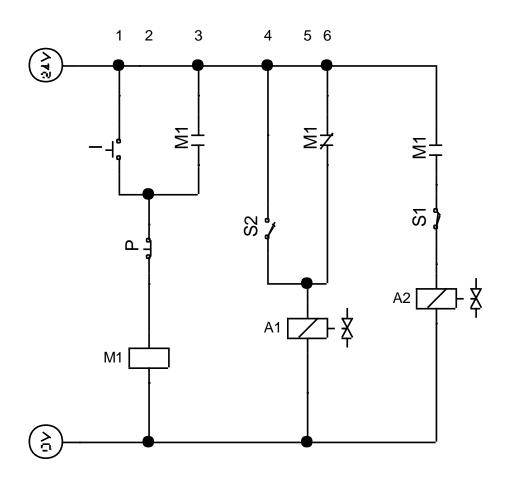
| MI | SI | S 2 | AI | A2 | Observaciones |
|----|----|------------|----|-----------|-------------------------------|
| 0 | 0 | 0 | ı | 0 | En movimiento. A comprimir |
| 0 | 0 | I | ı | 0 | Máxima expansión. A comprimir |
| 0 | I | 0 | ı | 0 | En reposo |
| 0 | I | I | X | × | Avería |
| ı | 0 | 0 | 0 | 0 | En movimiento |
| I | 0 | I | ı | 0 | A comprimir |
| I | I | 0 | 0 | ı | A expandir |
| I | I | I | X | × | Avería |

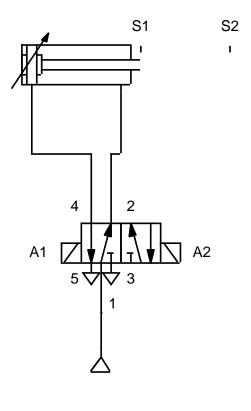
Ecuaciones (Mealy):

$$A_1 = \overline{M}_1 + S_2$$
$$A_2 = M_1 S_1$$

$$A_2 = M_1 S_1$$

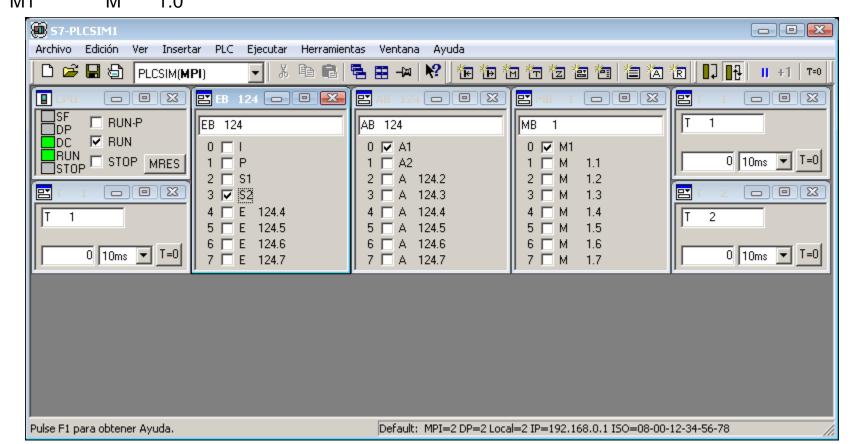
Simulación con diseño de marcar





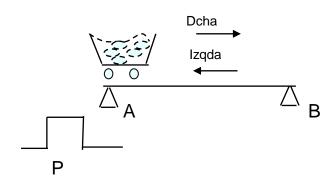
S7

| MAPEO: | | | OB100: | OB1: | | | | |
|--------|---|-------|--------|--------|----|------|---|------|
| 1 | Ε | 124.0 | SET | U "I" | ON | "M1" | U | "M1" |
| Р | Ε | 124.1 | R "M1" | S "M1" | 0 | "S2" | U | "S1" |
| S1 | Ε | 124.2 | | U "P" | = | "A1" | = | "A2" |
| S2 | Ε | 124.3 | | R "M1" | | | | |
| A1 | Α | 124.0 | | | | | | |
| A2 | Α | 124.1 | | | | | | |
| M1 | M | 1.0 | | | | | | |



Control de un carro

Dado un pulsador P y un carro, el cual está inicializado siempre en posición de reposo (parado y en el A). Al pulsar P el carro hace el ciclo de ir a la derecha, llegar al final de B y volver a posición inicial. Si en el ciclo, se vuelve a pulsar P, no se modifica el comportamiento del ciclo, i.e. sólo es tenido en cuenta el pulsador cuando el carro está en reposo.



| Entradas | Salidas |
|----------------|---------|
| Р | Izq |
| S _A | Dcha |
| S _B | |

Control mediante marcas

- Se propone utilizar dos marcas:
 - MI: el carro está en movimiento.
 - M2: el carro se desplaza hacia la izquierda

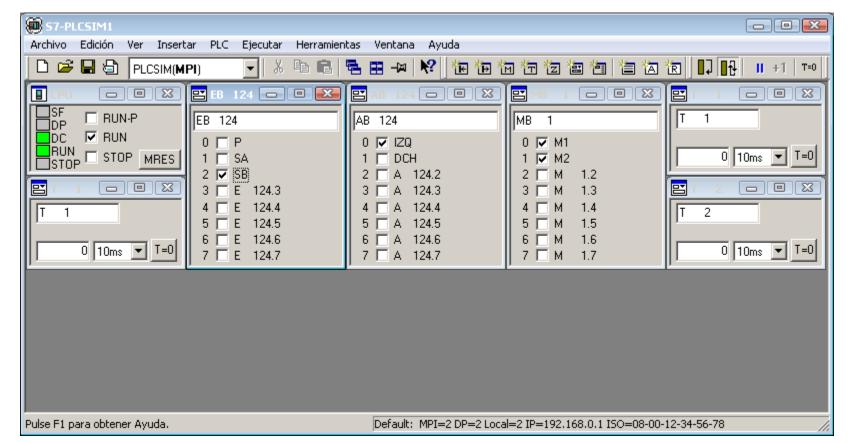
$$M_1 \begin{cases} R_p : M_2 S_A \\ S : P S_A \end{cases} \qquad M_2 \begin{cases} R_p : \overline{M}_1 \\ S : M_1 S_B \end{cases}$$

Con estas dos marcas, se hace una máquina de Moore

| MI | M2 | IZ Q | DC H | Observaciones |
|----|----|---------|---------|-------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | En reposo |
| 0 | 1 | 0 | 0 | En reposo |
| ı | 0 | 0 | I | Moviéndose a derechas |
| I | I | I | 0 | Moviéndose a izquierdas |

S7

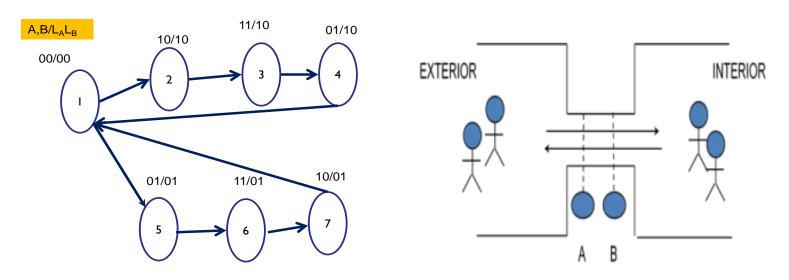
| MAPEO | | | OB ² | 100: | OB | 1: | | | | | | |
|-------|---|-------|-----------------|------|----|------|----|------|----|-------|---|-------|
| Р | Ε | 124.0 | SET | Γ | U | "P" | U | "M1" | U | "M1" | U | "M1" |
| SA | Ε | 124.1 | R | "M1" | U | "SA" | U | "SB" | UN | "M2" | U | "M2" |
| SB | Ε | 124.2 | R | "M2" | S | "M1" | S | "M2" | = | "DCH" | = | "IZQ" |
| IZQ | Α | 124.0 | | | U | "M2" | UN | "M1" | | | | |
| DCH | Α | 124.1 | | | U | "SA" | R | "M2" | | | | |
| M1 | M | 1.0 | | | R | "M1" | | | | | | |
| M2 | M | 1.1 | | | | | | | | | | |



Examen marzo16

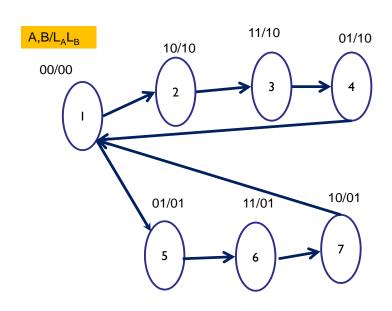
Se desea implementar el control de entradas y salidas de un recinto mediante dos sensores ópticos A y B situados en un estrechamiento que sólo puede estar ocupado por una única persona (bien para entrar en el recinto, bien para salir del mismo). Se considera el diagrama de estados que se adjunta, de manera que la luz L_A se activa cuando una persona entra en el recinto y L_B es encendida al salir una persona del recinto. Se pide:

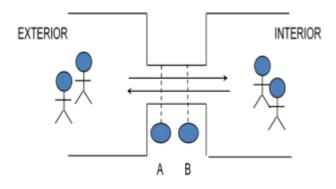
- 1. Tabla de fase (5 puntos)
- 2. Número de bits de memoria y su codificación entre las líneas fusionadas. Indíquese qué tipo de máquina secuencial resuelve el problema de control (5 puntos).
- 3. Tablas de verdad de las memorias y de las salidas (5 puntos).
- 4. Funciones lógicas de las memorias y las salidas (5 puntos).
- 5. Esquema de contactos (5 puntos).
- 6. Implementación en AWL de S5 con mapeo en E32 y A32 (5 puntos).



Examen marzo16

- 1. Tabla de fase (5 puntos)
- 2. Número de bits de memoria y su codificación entre las líneas fusionadas. Indíquese qué tipo de máquina secuencial resuelve el problema de control (5 puntos).
- 3. Tablas de verdad de las memorias y de las salidas (5 puntos).
- 4. Funciones lógicas de las memorias y las salidas (5 puntos).
- 5. Esquema de contactos (5 puntos).
- 6. Implementación en AWL de S5 con mapeo en E32 y A32 (5 puntos).





| 00 | 10 | 11 | 01 | M1 | M2 | LA | LB |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 7 | 6 | 5 | 1 | 0 | 0 | 1 |