Universidad Francisco de Vitoria UFV Madrid

Fundamentos de la ingeniería informática

Ingeniería de sistemas industriales

Curso 2019-2020

Práctica: Datos y álgebra

Soluciones

Base 3

1.1 Definir el conjunto de símbolos de un sistema de numeración en base 3.

{0,1,2}

1.2 Convertir 1.289 a base 3.

1.289	3					
2	429	3				
	0	143	3			
		2	47	3		
			2	15	3	
				0	5	3
					2	1

1.289 = $202202_{(3}$

1.3 Convertir $2120_{(3}$ a decimal.

2187	729	243	81	27	9	3	1	
				2	1	2	0	
	0	0	0	54	9	6	0	69

$2121_{(3}$ = 69

Base 5

1.1 Definir el conjunto de símbolos de un sistema de numeración en base 5.

{0,1,2,3,4}

1.2 Convertir 1.289 a base 5.

1289	5				
4	257	5			
	2	51	5		
		1	10	5	
			0	2	5
				2	0

1289 = $20124_{(5}$

1.3 Convertir $4134_{(5}$ a decimal.

125	25	5	1	
4	1	3	9	
500	25	15	9	549

$4134_{(5}$ = 549

Base 4

1.4 Convertir 0x223 a base 4.

Aprovechando que 4 = 2^2 y que 16 = 2^4

Hex	2	2	3
Bin	0010	0010	0011
Base 4	02	02	03

0x223 = $20203_{(4}$

1.5 Sumar $22010122_{(4}$ + $21012010_{(4}$

	2	2	0	1	0	1	2	2
	2	1	0	1	2	0	1	0
1	0	3	0	2	2	1	3	2

$22010122_{(4}$ + $21012010_{(4}$ = $103022132_{(4}$

1.6 Multiplicar $2012_{(4}$ x $2100_{(4}$

				2	0	1	2
			X	2	1	0	0
		2	0	1	2		
1	0	0	0	3	0		
1	0	2	1	0	2	0	0

$2012_{(4}$ x $2100_{(4}$ = $10210200_{(4}$

1.3 Convertir 0x2A03 a base 4.

Aprovechando que 4 = 2^2 y que 16 = 2^4

Hex	2	A	0	3
Bin	0010	1010	0000	0011
Base 4	02	22	00	03

0x2A03 = $2220003_{(4}$

1.4 Sumar $21013_{(4}$ + $33120_{(4}$

	2	1	0	1	3
+	3	3	1	2	0
1	2	0	1	3	3

$21013_{(4}$ + $33120_{(4}$ = $120122_{(4}$

1.5 Multiplicar $3313_{(4}$ x $2100_{(4}$

				3	3	1	3
			X	2	1	0	0
		3	3	1	3		
1	3	3	0	2			
2	0	2	3	3	3	0	0

$3313_{(4}$ x $2100_{(4}$ = $20233300_{(4}$

<u>Considerando que se está utilizando la representación de enteros en complemento a 2 y que el tamaño de la palabra es WORD</u>

2.1 Calcular en hexadecimal: 4.223$_{(10}$ + $DABC -%1111.0101.0010.0111

4223	16				
15	263	16			
	7	16	16		
		0	1	16	
			1	0	

4223 = 0x107F

-%1111.0101.0010.0111 = 0000.1010.1101.1001 = 0x0AD9

1	2	2	
1	0	7	F
D	A	B	C
0	A	D	9
F	6	1	4

4.223$_{(10}$ + $DABC -%1111.0101.0010.0111 = 0xF614

2.2 Calcular en binario: 5.122$_{(10}$ * %1101

5122	2												
0	2561	2											
	1	1280	2										
		0	640	2									
			0	320	2								
				0	160	2							
					0	80	2						
						0	40	2					
							0	20	2				
								0	10	2			
									0	5	2		
										1	2	2	
											0	1	2
												1	0

5.122$_{(10}$ = %0001.0100.0000.0010

					1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
													1	1	0	1
				1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
		1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1				
	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1					
~~1~~	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1

5.122$_{(10}$ * %1101 = %0000.0100.0010.0111 (overflow)

2.1 Calcular en hexadecimal: 4.013$_{(10}$ + $FABC - %1101.0100.1001.1100

4013	16		
13	250	16	
	10	15	16
		15	0
			0

4.013$_{(10}$ = $0FAD

- %1101.0100.1001.1100 = %0010.1011.0110.0100 = $2B64

	2	1	1	
	0	F	A	D
	F	A	B	C
	2	B	6	4
~~1~~	3	5	C	D

4.013$_{(10}$ + $FABC - %1101.0100.1001.1100 = $35CD

2.3 Calcular en binario: 7.142$_{(10}$ * %1011

7142	2												
0	3571	2											
	1	1785	2										
		1	892	2									
			0	446	2								
				0	223	2							
					1	111	2						
						1	55	2					
							1	27	2				
								1	13	2			
									1	6	2		
										0	3	2	
											1	1	2
												1	0

7142 = %0001.1011.1110.0110

				1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0
													1	0	1	1
				1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0
			1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	
	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0			
~~1~~	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0

7.142$_{(10}$ * %1011 = %0011.0010.1110.0010 (overflow)

<u>En base a la norma IEEE 754 Single precisión</u>

3.1 Obtener el valor hexadecimal de la representación de $1{,}33 \cdot 10^{-5}$.

1,33E-05 =	0,0000133	0,	0,0000133	4	1,8921216	1	0,8921216
	0,0000266	0	0,0000266	5	1,7842432	1	0,7842432
	0,0000532	0	0,0000532	6	1,5684864	1	0,5684864
	0,0001064	0	0,0001064	7	1,1369728	1	0,1369728
	0,0002128	0	0,0002128	8	0,2739456	0	0,2739456
	0,0004256	0	0,0004256	9	0,5478912	0	0,5478912
	0,0008512	0	0,0008512	10	1,0957824	1	0,0957824
	0,0017024	0	0,0017024	11	0,1915648	0	0,1915648
	0,0034048	0	0,0034048	12	0,3831296	0	0,3831296
	0,0068096	0	0,0068096	13	0,7662592	0	0,7662592
	0,0136192	0	0,0136192	14	1,5325184	1	0,5325184
	0,0272384	0	0,0272384	15	1,0650368	1	0,0650368
	0,0544768	0	0,0544768	16	0,1300736	0	0,1300736
	0,1089536	0	0,1089536	17	0,2601472	0	0,2601472
	0,2179072	0	0,2179072	18	0,5202944	0	0,5202944
	0,4358144	0	0,4358144	19	1,0405888	1	0,0405888
	0,8716288	0	0,8716288	20	0,0811776	0	0,0811776
	1,7432576	1	0,7432576	21	0,1623552	0	0,1623552
1	1,4865152	1	0,4865152	22	0,3247104	0	0,3247104
2	0,9730304	0	0,9730304	23	0,6494208	0	0,6494208
3	1,9460608	1	0,9460608				

1,33E-05 = $1{,}10111110010001100010000 \cdot 2^{-17}$

s = 0

e = -17 +127 = 110 =0110.1110

m = 1011.1110.0100.0110.0010.000

<table>
<tr><td>s</td><td colspan="8">e</td><td colspan="23">m</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="4">3</td><td colspan="4">7</td><td colspan="4">5</td><td colspan="4">F</td><td colspan="4">2</td><td colspan="4">3</td><td colspan="4">1</td><td colspan="4">0</td></tr>
</table>

IEEE754($1{,}33 \cdot 10^{-5}$) = $375.F2310

3.2 Obtener el valor real representado por $3AA11000

<table>
<tr><td colspan="4">3</td><td colspan="4">A</td><td colspan="4">A</td><td colspan="4">1</td><td colspan="4">1</td><td colspan="4">0</td><td colspan="4">0</td><td colspan="4">0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>s</td><td colspan="8">e</td><td colspan="23">m</td></tr>
</table>

s = 0

e = %0111.0101 = 117 → exponente = 117-127 = -10

m = %01000010001000000000000 → mantisa = = %1,01000010001000000000000

N = + %1,01000010001 · 2^{-10} = 0,000000000101000010001

0,	1	0
0	0,5	0
0	0,25	0
0	0,125	0
0	0,0625	0
0	0,03125	0
0	0,015625	0
0	0,0078125	0
0	0,00390625	0
0	0,00195313	0
1	0,00097656	0,00097656
0	0,00048828	0
1	0,00024414	0,00024414
0	0,00012207	0
0	6,1035E-05	0
0	3,0518E-05	0
0	1,5259E-05	0
1	7,6294E-06	7,6294E-06
0	3,8147E-06	0
0	1,9073E-06	0
0	9,5367E-07	0
1	4,7684E-07	4,7684E-07
		0,00122881

N = 0,00122881

3.3 Obtener el valor real representado por 58.737$_{(10}$

58737	16				
1	3671	16			
	7	229	16		
		5	14	16	
			14	0	

58.737$_{(10}$ = $0000.E571

0				0				0				0				E				5				7				1			
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1
s	e								m																						

s = 0 e = 0 → exponente = 0-127 = 2^{-127}

m= %0000.0001.1100.1010.1110.001 → mantisa = 1,0000.0001.1100.1010.1110.001

N = 1,0000.0001.1100.1010.1110.001 · 2^{-127}

1,	1	1
0	0,5	0
0	0,25	0
0	0,125	0
0	0,0625	0
0	0,03125	0
0	0,015625	0
0	0,0078125	0
1	0,00390625	0,00390625
1	0,00195313	0,001953125
1	0,00097656	0,000976563
0	0,00048828	0
0	0,00024414	0
1	0,00012207	0,00012207
0	6,1035E-05	0
1	3,0518E-05	3,05176E-05
0	1,5259E-05	0
1	7,6294E-06	7,62939E-06
1	3,8147E-06	3,8147E-06
1	1,9073E-06	1,90735E-06
0	9,5367E-07	0
0	4,7684E-07	0
0	2,3842E-07	0
1	1,1921E-07	1,19209E-07
		1,007001996

Mantisa = 1,007001996

N = 1,007001996 · 2^{-127} = 5,91863·10^{-39}

3.1 Obtener el valor hexadecimal de la representación de 12,4101.

12 = %1100

	0,4101	0,	0,4101
4	0,8202	0	0,8202
5	1,6404	1	0,6404
6	1,2808	1	0,2808
7	0,5616	0	0,5616
8	1,1232	1	0,1232
9	0,2464	0	0,2464
10	0,4928	0	0,4928
11	0,9856	0	0,9856
12	1,9712	1	0,9712
13	1,9424	1	0,9424
14	1,8848	1	0,8848
15	1,7696	1	0,7696
16	1,5392	1	0,5392
17	1,0784	1	0,0784
18	0,1568	0	0,1568
19	0,3136	0	0,3136
20	0,6272	0	0,6272
21	1,2544	1	0,2544
22	0,5088	0	0,5088
23	1,0176	1	0,0176

0,4101 =% 0,0110.1000.1111.1100.0101

12,4101. =%1100,0110.1000.1111.1100.010 = %1,1000.1101.0001.1111.1000.101 · 2^3

s = 0

exponente = 3 → e = 3+127 = 130 = %1000.0010

mantisa = %1,1000.1101.0001.1111.1000.101 → m = %1000.1101.0001.1111.1000.101

s	e								m																						
0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1
4				1				4				6				8				F				C				5			

IEEE754(12,4101) = $4146.8FC5

3.2 Obtener el valor real representado por $AA01.0000

<table>
<tr><td colspan="4">A</td><td colspan="4">A</td><td colspan="4">0</td><td colspan="4">1</td><td colspan="4">0</td><td colspan="4">0</td><td colspan="4">0</td><td colspan="4">0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>s</td><td colspan="8">e</td><td colspan="23">m</td></tr>
</table>

s = 1

e = %0101.0100 = 84 → exponente = 84-127 = -43

m = %00000010000000000000000 → mantisa =%1,0000001

1,	1	1
0	0,5	0
0	0,25	0
0	0,125	0
0	0,0625	0
0	0,03125	0
0	0,015625	0
1	0,0078125	0,0078125
		1,0078125

mantisa = 1,0078125

N = $-1{,}0078125 \cdot 2^{-43} = 1{,}14575 \cdot 10^{-13}$

Se define el operador ϕ como un operador binario (a ϕ b) que vale 0 si y solo si que el operando izquierdo (a) es 1 y el derecho (b) 0:

4.1 Tabla de verdad

a	b	aϕb
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

4.3 Expresión en forma de suma de productos

$$a\phi b = \bar{a}\bar{b} + \bar{a}b + ab$$

4.4 Simplificar la expresión anterior

directamente de la tabla de verdad como producto de sumas:

$$a\phi b = \bar{a} + b$$

o algebraicamente:

$$a\phi b = \bar{a}\bar{b} + \bar{a}b + ab = \bar{a}\left(b + \bar{b}\right) + ab = \bar{a} + ab$$

4.2 Proponer y verificar las propiedades y teoremas que se puedan establecer a partir de este operador.

$a\phi b \neq b\phi a$ (no conmutativa)

a	b	aϕb	bϕa
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	1	1

$a\phi b = \bar{b}\phi\bar{a}$

a	b	aϕb		$\bar{b}$	$\bar{a}$	$\bar{b}\phi\bar{a}$
0	0	1		1	1	1
0	1	1		0	1	1
1	0	0		1	0	0
1	1	1		0	0	1

$a\phi(b\phi c) \neq (a\phi b)\phi c$ (no asociativa)

a	b	c	bϕc	$a\phi(b\phi c)$		$(a\phi b)$	$(a\phi b)\phi c$
0	0	0	1	1		1	0
0	0	1	1	1		1	1
0	1	0	0	1		1	0
0	1	1	1	1		1	1
1	0	0	1	1		0	1
1	0	1	1	1		0	1
1	1	0	0	0		1	0
1	1	1	1	1		1	1

$a\phi 0 = \bar{a}; 0\phi a = 1$

a	0	aϕ0		0	a	0ϕa
0	0	1		0	0	1
1	0	0		0	1	1

$a\phi 1 = 1; 1\phi a = a$

a	1	aϕb		1	a	1ϕa
0	1	1		1	0	0
1	1	1		1	1	1

$a\phi\bar{a} = \bar{a}; \ \bar{a}\phi a = a$

a	$\bar{a}$	$a\phi\bar{a}$		$\bar{a}$	a	$\bar{a}\phi a$
0	1	1		1	0	0
1	0	0		0	1	1

<u>Se define el operador ϕ como un operador binario (a ϕ b) que vale 1 si y solo si que el operando izquierdo (a) ≥ derecho (b):</u>

4.1 Tabla de verdad

a	b	aϕb
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

4.3 Expresión en forma de suma de productos

$$a\phi b = \bar{a}\bar{b} + a\bar{b} + ab$$

4.4 Simplificar la expresión anterior

directamente de la tabla como producto de sumas

$$a\phi b = \bar{a} + b$$

4.2 Proponer y verificar las propiedades y teoremas que se puedan establecer a partir de este operador.

$a\phi b \neq b\phi a$ (no conmutativa)

a	b	aϕb	bϕa
0	0	1	1
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	1	1

$a\phi b = \bar{b}\phi\bar{a}$

a	b	aϕb		$\bar{b}$	$\bar{a}$	$\bar{b}\phi\bar{a}$
0	0	1		1	1	1
0	1	0		0	1	0
1	0	1		1	0	1
1	1	1		0	0	1

$a\phi(b\phi c) \neq (a\phi b)\phi c$ (no asociativa)

a	b	c	$b\phi c$	$a\phi(b\phi c)$		$(a\phi b)$	$(a\phi b)\phi c$
0	0	0	1	0		1	1
0	0	1	0	1		1	1
0	1	0	1	0		0	1
0	1	1	1	0		0	0
1	0	0	1	1		1	1
1	0	1	0	1		1	1
1	1	0	1	1		1	1
1	1	1	1	1		1	1

$a\phi 0 = 1; 0\phi a = \bar{a}$

a	0	aϕ0		0	a	0ϕa
0	0	1		0	0	1
1	0	1		0	1	0

$a\phi 1 = a; 1\phi a = a$

a	1	aϕb		1	a	1ϕa
0	1	0		1	0	0
1	1	1		1	1	1

$a\phi\bar{a} = a;\ \ \bar{a}\phi a = \bar{a}$

a	$\bar{a}$	$a\phi\bar{a}$		$\bar{a}$	a	$\bar{a}\phi a$
0	1	0		1	0	1
1	0	1		0	1	0