



CEU

*Universidad  
San Pablo*

# TEMA 2: CINEMÁTICA

OET – Curso 2018/2019

Biomedical engineering degree

Ruzica Jevtic

Universidad San Pablo CEU

Madrid

## TEMA 2: CINEMÁTICA

1. **Desplazamiento**
2. **Velocidad**
3. **Aceleración**
4. **Movimiento uniformemente acelerado (MUA)**
  - Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)
  - Movimiento parabólico
5. **Movimiento circular uniforme**

## TEMA 2: CINEMÁTICA

### 1. **Desplazamiento**

### 2. **Velocidad**

### 3. **Aceleración**

### 4. **Movimiento uniformemente acelerado (MUA)**

- Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)
- Movimiento parabólico

### 5. **Movimiento circular uniforme**

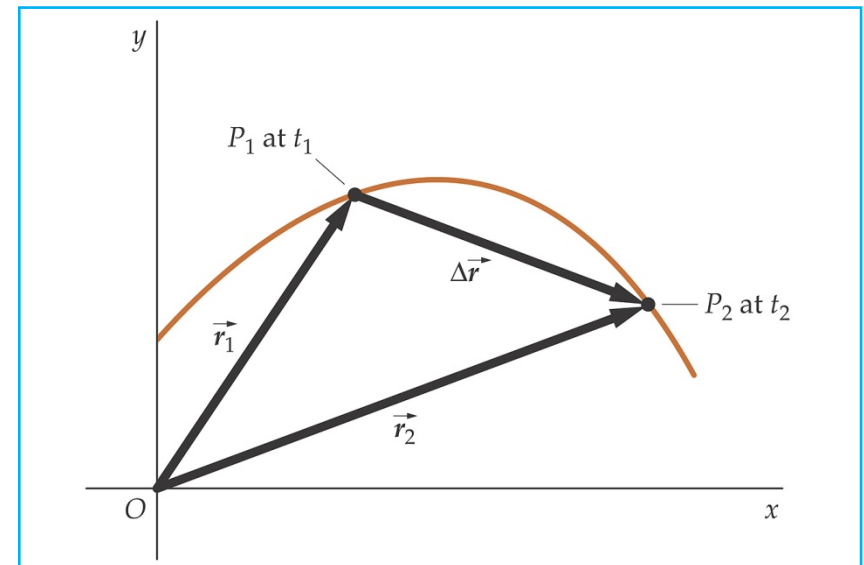
## Definición:

La **CINEMÁTICA** es la parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos

Si un cuerpo se sitúa en el instante  $t_1$  en el punto  $P_1$  (posición definida por el vector  $\mathbf{r}_1$ ) y en el instante  $t_2$  en  $P_2$  (posición definida por  $\mathbf{r}_2$ )



el **DESPLAZAMIENTO** que ha experimentado el cuerpo es el siguiente:  $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$



## TEMA 2: CINEMÁTICA

1. Desplazamiento

2. **Velocidad**

3. Aceleración

4. **Movimiento uniformemente acelerado (MUA)**

- Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)
- Movimiento parabólico

5. **Movimiento circular uniforme**

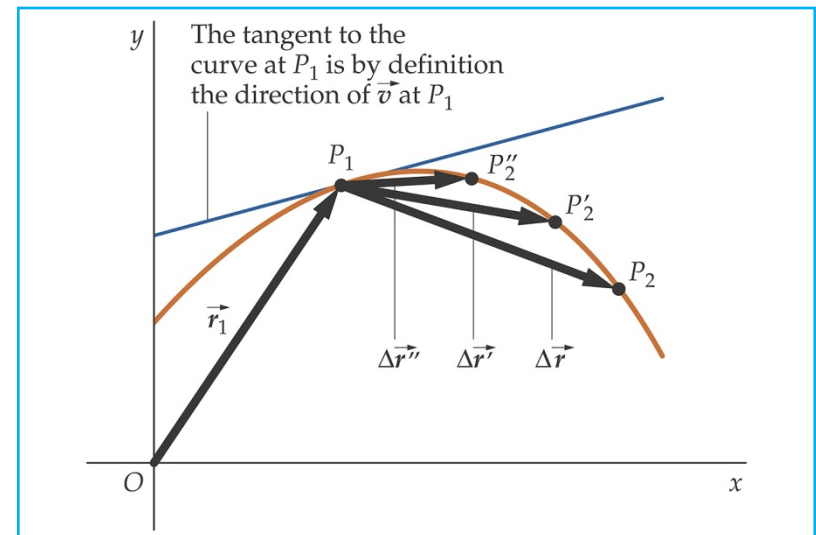
## Definiciones:

- La **velocidad media sobre la trayectoria** de un objeto es el cociente entre la distancia total recorrida ( $\Delta s$ , sobre la curva que describe el objeto) y el tiempo total
- La **velocidad media** se define como el cociente entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo transcurrido  $\rightarrow$  el cociente entre el vector desplazamiento y el intervalo de tiempo  $\Delta t = t_2 - t_1$ , es el **vector velocidad media**

$$\vec{v}_{\text{av}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

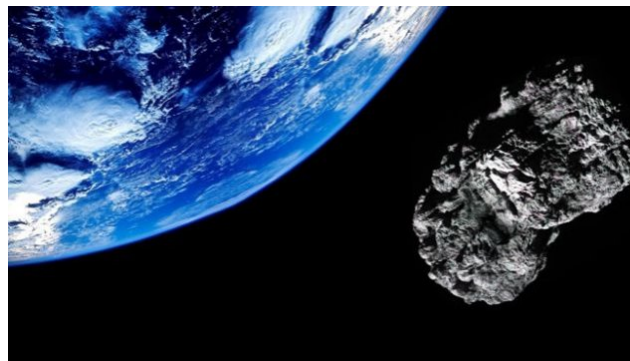
- El **vector velocidad instantánea** es el límite del vector velocidad media cuando  $\Delta t$  tiende a cero

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



## Ejercicios:

1. Un asteroide viaja hacia la tierra y se encuentra a  $38 \cdot 10^6$  km de la tierra. Exactamente un mes después se encuentra  $27 \cdot 10^6$  km de la tierra. ¿Cuál ha sido el desplazamiento y la velocidad media del asteroide?
2. Una persona viaja 3.00 km hacia el este (eje x positivo) y luego 4.00 km en una dirección de  $60^\circ$  al norte con respecto al este. Calcula el desplazamiento total con respecto al origen



**NOTA:** Según la definición anterior, el **vector velocidad instantánea** es la **derivada del vector de posición con respecto al tiempo** → para **derivar el vector de posición**, debemos **expresarlo primero en función de sus componentes**, de manera que:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} = \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j}$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} \right)\hat{i} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta y}{\Delta t} \right)\hat{j}$$

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{v_y}{v_x}$$



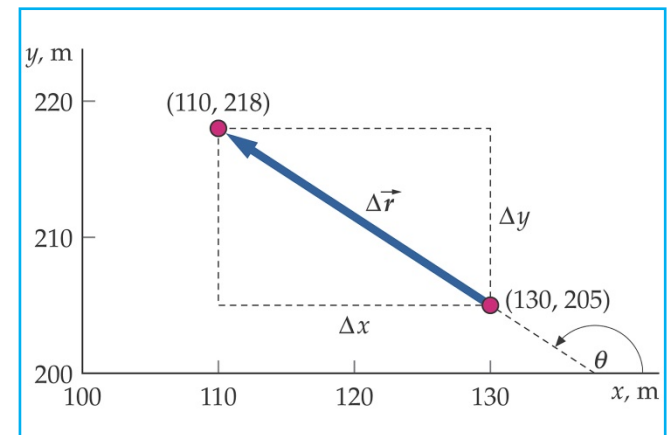
## Ejercicio:

Un barco de vela tiene coordenadas (**130 m, 205 m**) en el instante  $t_1$ , y **dos minutos más tarde**, en el instante  $t_2$ , sus coordenadas son (**110 m, 218 m**)

- Determinar la **velocidad media** en este intervalo de dos minutos expresando dicha velocidad en función de sus componentes vectoriales
- Determinar el **módulo** y la **dirección** de esta velocidad media

Para  $t \geq 120$  s, la posición del barco en función del tiempo es:  $x(t) = b_1 + b_2 t$  e  $y(t) = c_1 + c_2/t$ , donde  $b_1 = 100$  m,  $b_2 = 0.5$  m/s,  $c_1 = 200$  m y  $c_2 = 360$  ms

- Calcular la **velocidad instantánea** en función del tiempo para  $t \geq 120$  s



Siempre que se hable de **desplazamiento o velocidad**, es muy importante indicar el **sistema de referencia del observador**

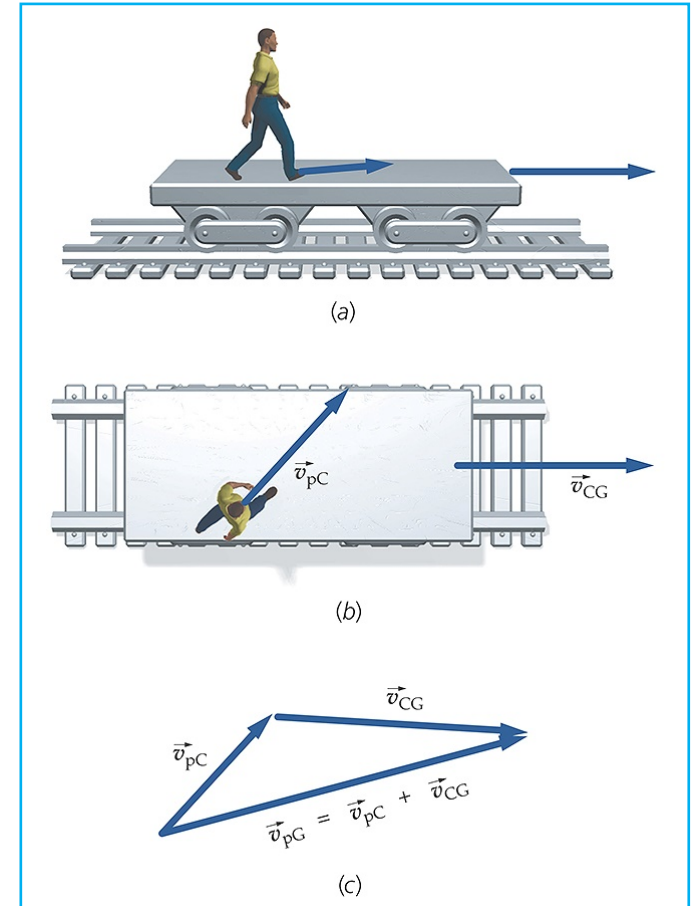
## ¿Qué es la velocidad relativa?

Si...

- Un cuerpo  $p$  se mueve con velocidad  $\mathbf{v}_{pA}$  respecto a un sistema de **coordenadas A**
- El sistema de **coordenadas A** se mueve con velocidad  $\mathbf{v}_{AB}$  respecto a otro sistema de **coordenadas B**

Entonces la velocidad del cuerpo  $p$  respecto al sistema de **coordenadas B** es:

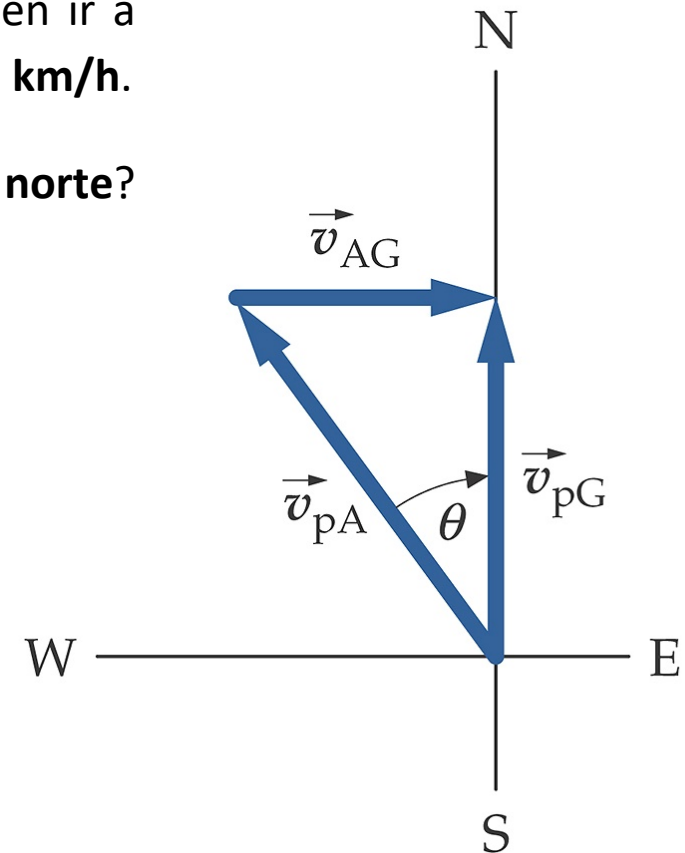
$$\vec{v}_{pB} = \vec{v}_{pA} + \vec{v}_{AB}$$



## Ejercicio:

Un avión debe volar hacia el **norte**. Sus motores le permiten ir a **200 km/h respecto al aire**. El **viento sopla de oeste a este 90 km/h**.

¿Cuál debe ser el **rumbo** del avión para **viajar al norte**?  
¿Qué **velocidad** lleva respecto al **suelo**?



## TEMA 2: CINEMÁTICA

1. Desplazamiento

2. Velocidad

3. **Aceleración**

4. **Movimiento uniformemente acelerado (MUA)**

- Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)
- Movimiento parabólico

5. **Movimiento circular uniforme**

## Definiciones:

- **Vector aceleración media:** cociente entre la variación del vector velocidad instantánea y el intervalo de tiempo transcurrido

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

- **Vector aceleración instantánea:** límite de la relación anterior (cociente entre la variación del vector velocidad instantánea y el intervalo de tiempo transcurrido) cuando el intervalo de tiempo tiende a cero

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

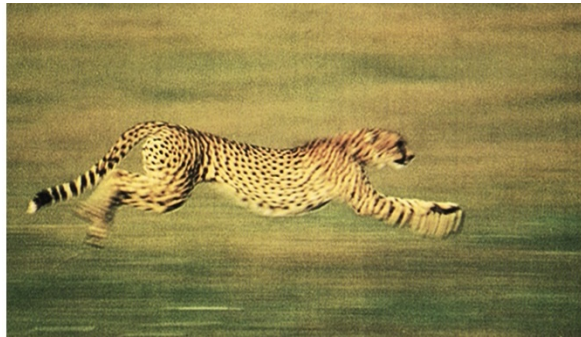
**NOTA:** Para calcular la **aceleración instantánea**, es necesario **expresar el vector velocidad instantánea** en función de sus **coordenadas** rectangulares

$$\begin{aligned}\vec{v} &= v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k} = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j} + \frac{dz}{dt} \hat{k} \\ \vec{a} &= a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k} = \frac{dv_x}{dt} \hat{i} + \frac{dv_y}{dt} \hat{j} + \frac{dv_z}{dt} \hat{k} \\ &= \frac{d^2x}{dt^2} \hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \hat{k}\end{aligned}$$

**NOTA:** Para que un **vector sea constante**, tanto su **módulo** como su **dirección** deben **permanecer constantes** → si un coche toma una curva con el módulo de la velocidad constante, experimenta una aceleración, ya que se está modificando la dirección

## Ejercicios:

1. Un guepardo puede acelerar de 0 a 96 km/hora en dos segundos. Una moto requiere 4.5 segundos para acelerar a la misma velocidad. Calcula las aceleraciones medias del guepardo y de la moto



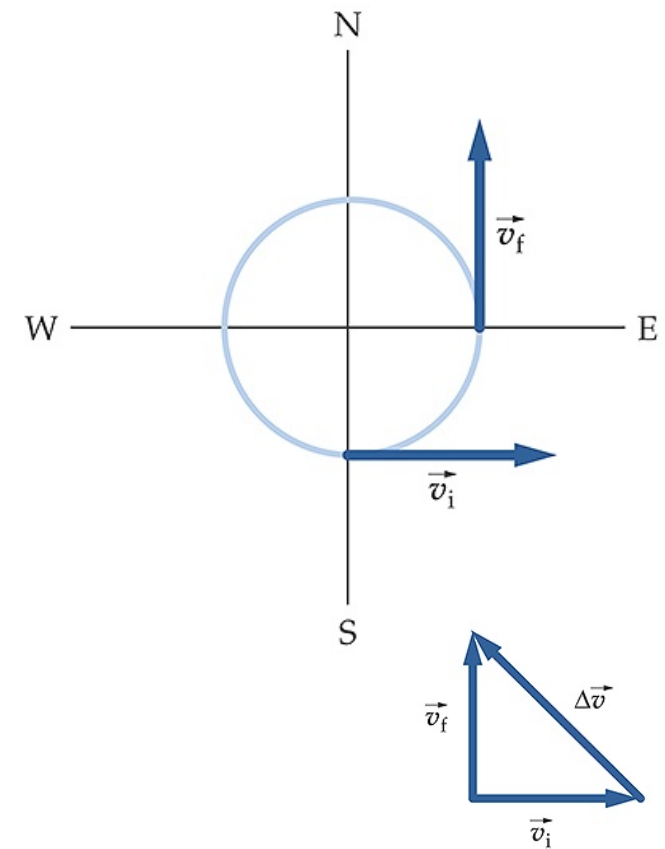
2. La posición de una pelota de béisbol golpeada por un bateador viene dada por  $r = 1,5 i + (12 i + 16 j)t - 4.9 j t^2$

Determine su velocidad y aceleración instantáneas

## Ejercicios:

3. Un coche se mueve hacia el este a 60km/h, después toma una curva y 5 segundos más tarde viaja hacia el norte a 60 km/h

Determine la aceleración media del coche





## TEMA 2: CINEMÁTICA

1. Desplazamiento

2. Velocidad

3. Aceleración

4. **Movimiento uniformemente acelerado (MUA)**

- Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)
- Movimiento parabólico

5. Movimiento circular uniforme

# Movimiento uniformemente acelerado

En física, todo **movimiento uniformemente acelerado (MUA)** es aquel en el que la **aceleración** que experimenta un cuerpo **permanece constante** (en magnitud y dirección) **en el tiempo**

- **Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA):** aquel en el que la trayectoria es rectilínea → la aceleración y la velocidad inicial tienen la misma dirección

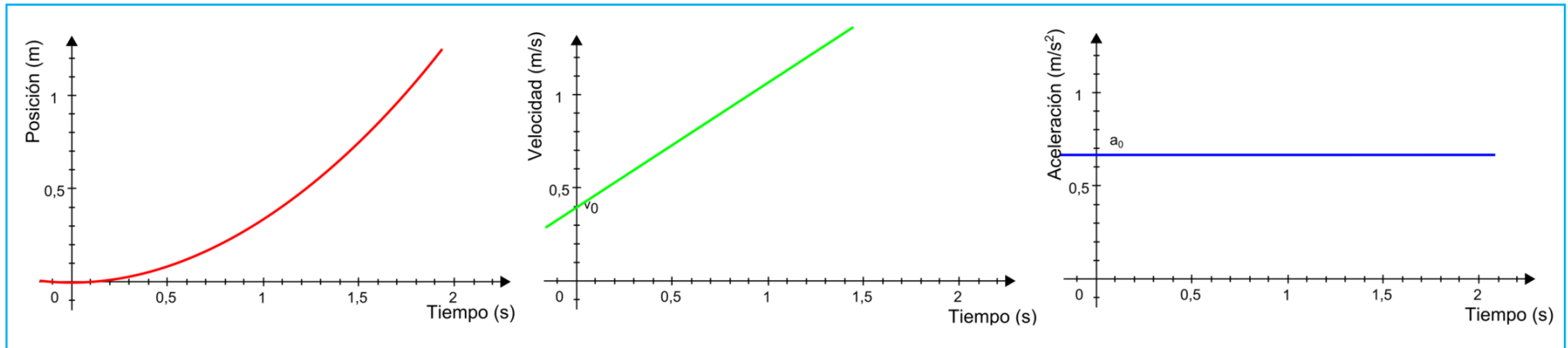


- **Movimiento parabólico:** aquel en el que la trayectoria descrita es una parábola → la aceleración y la velocidad inicial no tienen la misma dirección



# Movimiento uniformemente acelerado II

## Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado:



Ecuaciones  
del MRUA



$$r(t) = r_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$
$$v(t) = v_0 + a t$$
$$a(t) = a_0 = \text{constante}$$

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x \Delta x$$

# Movimiento uniformemente acelerado III

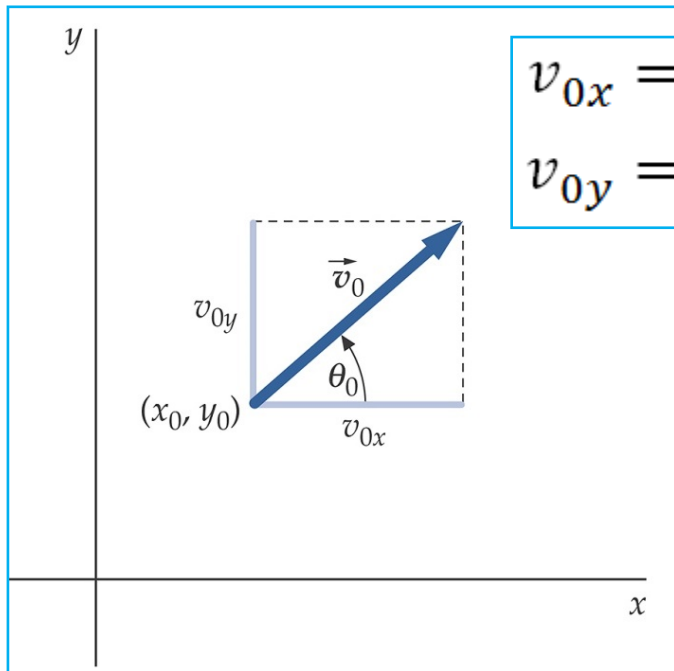
## Ejercicios:

1. Un coche frena con una aceleración de  $5.0 \text{ m/s}^2$  ¿Cuál es la distancia de frenado si el coche va a  $15 \text{ m/s}$ ?, ¿y a  $30 \text{ m/s}$ ?
2. Un estudiante de física al graduarse lanza su birrete hacia arriba con una velocidad de  $14.7 \text{ m/s}$ . Si la aceleración de la gravedad es  $9.81 \text{ m/s}^2$ , ¿cuánto tiempo tardará el birrete en alcanzar el punto más alto?, ¿cuál es la altura máxima alcanzada? Suponiendo que el birrete es recogido de vuelta por el estudiante a la misma altura desde la cual lo lanzó, ¿cuánto tiempo permanece en el aire?
3. Un electrón en un tubo de rayos catódicos acelera desde el reposo a  $5.33 \cdot 10^{12} \text{ m/s}^2$  durante  $0.15 \mu\text{s}$ , después se mueve con velocidad constante durante  $0.2 \mu\text{s}$  y finalmente alcanza el reposo con una aceleración de  $-2.67 \cdot 10^{13} \text{ m/s}^2$ , ¿qué distancia total ha recorrido?

# Movimiento uniformemente acelerado IV

## Movimiento parabólico:

Si se lanza un objeto con velocidad inicial  $v_0$  formando un ángulo  $\theta_0$  con el eje horizontal, pueden utilizarse las ecuaciones cinemáticas estudiadas anteriormente pero particularizándolas para las componentes  $x$  e  $y$  del movimiento

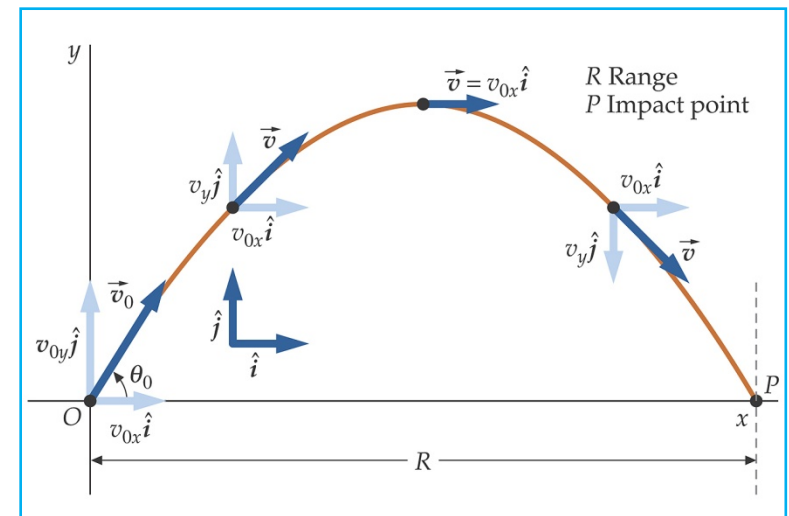


$$v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$$
$$v_{0y} = v_0 \sin \theta_0$$

$$a_x(t) = a_x = 0$$
$$a_y(t) = a_y = -g$$
$$v_x(t) = v_x = v_{0x}$$
$$v_y(t) = v_{0y} - gt$$

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$



# Movimiento uniformemente acelerado V

## Ejercicios:

1. Un estudiante de física lanza su birrete al aire con una velocidad inicial de  $24.5 \text{ m/s}$  formando un ángulo de  $36.9^\circ$  con horizontal y posteriormente otro estudiante lo recoge a la misma altura ¿Cuál es el tiempo total que ha estado el birrete en el aire? ¿Cuál es la distancia total recorrida?
2. Un helicóptero deja caer un paquete cuando se encuentra a  $100 \text{ m}$  por encima del suelo y volando  $25 \text{ m/s}$ . El paquete forma inicialmente un ángulo de  $36.9^\circ$  sobre la horizontal. ¿Cuánto tiempo estará el paquete en el aire? ¿Dónde cae? Si el helicóptero se mueve a velocidad constante ¿Dónde estará el helicóptero cuando el paquete llegue al suelo?



## TEMA 2: CINEMÁTICA

1. Desplazamiento
2. Velocidad
3. Aceleración
4. **Movimiento uniformemente acelerado (MUA)**
  - Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)
  - Movimiento parabólico
5. **Movimiento circular uniforme**

# Movimiento circular uniforme

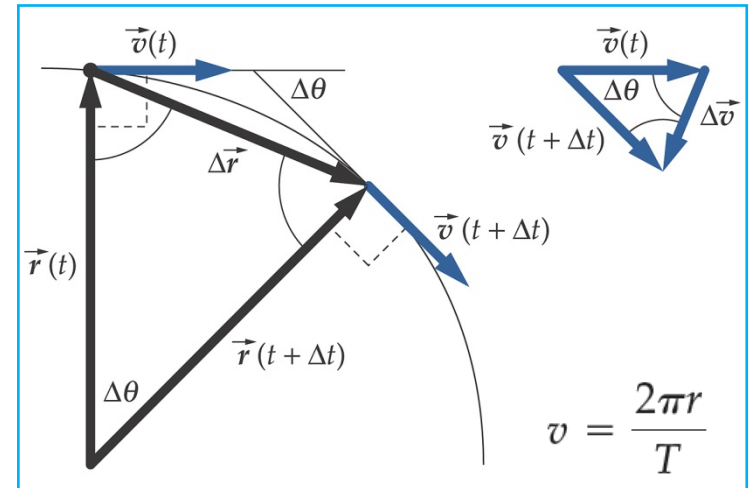
El **movimiento circular uniforme** describe el movimiento con **trayectoria circular de un objeto con velocidad escalar constante** → aunque el módulo de la velocidad sea constante, este movimiento es acelerado

La **aceleración centrípeta** es la componente del vector aceleración en la dirección centrípeta (hacia el centro del círculo descrito por el objeto)

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

## NOTA:

- En el movimiento circular uniforme, la componente de la aceleración tangente a la trayectoria del objeto es cero, por ser la velocidad escalar constante
- En movimientos circulares no uniformes (la velocidad es variable), deben considerarse los dos componentes de la aceleración: tangencial y centrípeta





## Ejercicio:

Un satélite se mueve con velocidad constante en una órbita circular alrededor del centro de la Tierra y cerca de su superficie

Si su aceleración es  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  y el radio de la Tierra es 6370 Km

- Determinar su velocidad escalar
- Determinar el tiempo que invierte en una revolución completa

