Universidad Carlos III de Madrid Mayo de 2017

Microeconomía

Nombre: Grupo:

1	2	3	4	5	Calif.

Dispone de 2 horas y 45 minutos para contestar todas las preguntas.

1. Preguntas Tipo Test. (Marque su respuesta con una "x". Se obtienen 2 puntos si se marca la respuesta correcta, -0,66 si se marca una respuesta incorrecta y 0 puntos si no se marca respuesta alguna.)

1.1. De acuerdo con las preferencias $\succsim$ sobre cestas de bienes en $\mathbb{R}^2_+$, $(x, y) \succsim (x', y')$ si y solo si $x \geq x'$ e $y \geq y'$. Por tanto, $\succsim$

☒ no satisfacen el axioma $A.1$ (completitud)
☐ no satisfacen el axioma $A.2$ (transitividad)
☐ no satisfacen el axioma $A.3$ (monotonicidad)
☐ satisfacen los axiomas $A.1$, $A.2$ y $A.3$.

1.2. Las preferencias de un consumidor están representadas por la función de utilidad $u(x, y) = 2x+y$. Los precios son $(p_x, p_y) = (1, 1)$. Por tanto, los signos de los efectos renta (ER) y sustitución (ES) sobre la demanda del bien x de un incremento del precio de x a $p'_x = 3/2$ son

☐ $ES < 0$, $ER = 0$ ☐ $ES = 0$, $ER > 0$

☒ $ES = 0$, $ER < 0$ ☐ $ES = 0$, $ER = 0$.

1.3. Si x e y son complementarios perfectos, un impuesto al consumo del bien x

☐ reduce la demanda x y aumenta la demanda de y
☐ aumenta la demanda x y reduce la demanda de y
☒ reduce las demandas x y de y
☐ reduce la demanda x y no altera la demanda de y.

1.4. Los precios de los bienes x, y fueron $(p_x^{2015}, p_y^{2015}) = (2, 1)$ en 2015 y $(p_x^{2016}, p_y^{2016}) = (1, 2)$ en 2016. Por tanto, el índice de precios al consumo (IPC) tipo Laspeyres para un individuo cuya cesta de bienes en 2015 fue $(x, y) = (1, 1)$ es:

☐ $\frac{1}{2}$ ☒ 1 ☐ $\frac{3}{2}$ ☐ 2.

1.5. Si las preferencias del consumidor de la pregunta anterior están representadas por la función de utilidad $u(x,y) = \min\{x,y\}$, entonces el IPC verdadero de este individuo es:

$\square\ \frac{1}{2}$ $\boxtimes\ 1$ $\square\ \frac{3}{2}$ $\square\ 2.$

1.6. Las preferencias sobre loterías de un consumidor están representadas por la función de utilidad de Bernoulli $u(x) = \ln x$. Identifique la utilidad esperada y el equivalente de certeza de la lotería $l = (x,p)$ que paga los premios $x = (1,2,16)$ con probabilidades $p = (\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6})$.

$\square\ Eu(l) = \ln 2,\ EC(l) = 4$ $\boxtimes\ Eu(l) = \ln 2,\ EC(l) = 2$

$\square\ Eu(l) = 2\ln 2,\ EC(l) = 2$ $\square\ Eu(l) = 2\ln 2,\ EC(l) = 4.$

1.7. Si una empresa produce una cantidad positiva al precio de equilibrio competitivo a corto plazo, $\bar{p}$, entonces

$\square$ su coste marginal es mayor o igual que su coste medio
$\square$ su coste medio es menor o igual que $\bar{p}$
$\boxtimes$ su coste medio variable es no decreciente
$\square$ su coste marginal es decreciente.

Las preguntas 8, 9 y 10 se refieren a Lolita, la vaca competitiva de Holstein que produce leche utilizando avena (A) y heno (H), que compra a precios p_A y p_H, respectivamente, de acuerdo con la función de producción $Q = \min\{A, \sqrt{H}\}$.

1.8. La demanda condicional de heno de Lolita, $H(p_A, p_H, Q)$, es

$\square\ Q$ $\square\ \frac{Q^2}{p_H}$ $\square\ \frac{Q}{p_A p_H}$ $\boxtimes\ Q^2.$

1.9. Lolita produce leche con costes

$\square\ (p_A + p_H)\,Q$ $\boxtimes\ p_A Q + p_H Q^2$ $\square\ \frac{p_H}{p_A} Q^2$ $\square\ (p_A + p_H)\,Q^2,$

1.10. y tiene

$\boxtimes$ deseconomías de escala $\square$ coste marginal constante
$\square$ economías de escala $\square$ coste medio decreciente.

2. Las preferencias de un consumidor sobre alimento (x) y vestido (y) están representadas por la función de utilidad $u(x, y) = x\sqrt{y}$.

(a) (15 puntos) Calcule sus funciones de demanda de alimentos y vestido, $x(p_x, p_y, I)$ e $y(p_x, p_y, I)$. (Verifique la posible existencia de soluciones interiores y de esquina al problema del consumidor.) Represente gráficamente el conjunto presupuestario del consumidor y calcule la cesta óptima y la nivel de utilidad para $(p_x, p_y, I) = (2, 1, 6)$.

Solución: Puesto que

$$RMS(x, y) = \frac{\sqrt{y}}{\frac{x}{2\sqrt{y}}} = \frac{2y}{x},$$

una solución interior al problema del consumidor resuelve el sistema

$$\begin{aligned} \frac{2y}{x} &= \frac{p_x}{p_y} \\ p_x x + p_x y &= I. \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema obtenemos

$$x(p_x, p_y, I) = \frac{2I}{3p_x}, \ y(p_x, p_y, I) = \frac{I}{3p_y}.$$

Como $u(0, y) = u(x, 0) = 0$ *y* $u(x, y) > 0$ *para* $(x, y) \gg 0$, *para* $I > 0$ *no hay soluciones de esquina.*

La restricción presupuestaria para $(p_x, p_y, I) = (2, 1, 6)$ *es*

$$2x + y = 6,$$

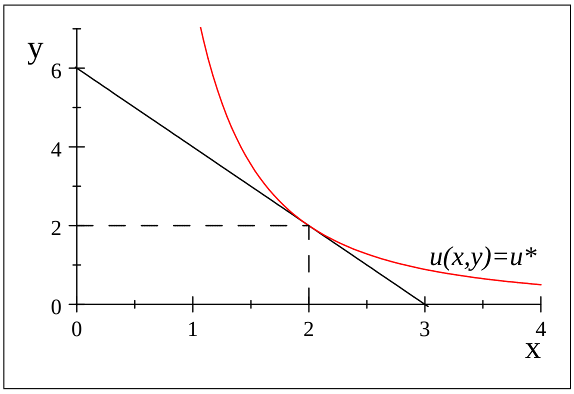
la cesta óptima es

$$(x^*, y^*) = (\frac{2\,(6)}{3\,(2)}, \frac{6}{3\,(1)}) = (2, 2),$$

y la utilidad del consumidor es

$$u(2, 2) = 2\sqrt{2} = u^*$$

El gráfico adjunto ilustra estos cálculos.



(b) (10 puntos) Si a los precios y renta $(p_x, p_y, I) = (2, 1, 6)$, el gobierno introduce un impuesto al consumo de vestido de un euro por unidad, ¿cuánto recaudaría? Calcule la variación equivalente de este impuesto y verifique que es mayor que la recaudación del impuesto.

Solución: El impuesto aumenta el precio del vestido a $p'_y = 2$. Para este precio, las demandas de alimentos y vestido del consumidor son

$$(\frac{2\,(6)}{3\,(2)}, \frac{6}{3\,(2)}) = (2, 1),$$

y la recaudación del gobierno sería $T = 1(1) = 1$ euro.

Para calcular la variación equivalente, calculamos la utilidad del consumidor a los nuevos precios,

$$u(2,1) = 2\sqrt{1} = 2,$$

y resolvemos el sistema

$$\begin{aligned} \bar{x}\sqrt{\bar{y}} &= 2 \\ \frac{2\bar{y}}{\bar{x}} &= 2, \end{aligned}$$

cuya solución es $\bar{x} = \bar{y} = 2^{\frac{2}{3}}$. Sin el impuesto, coste de la cesta $(\bar{x}, \bar{y})$ es

$$C = \bar{x}p_x + \bar{y}p_y = 2^{\frac{2}{3}}\,(2+1)\,.$$

Por tanto, la variación equivalente es

$$VE = I - C = 6 - 2^{\frac{2}{3}}\,(2+1) \simeq 1,24 > 1 = T.$$

3. (15 puntos) Elena estudia en la Carlos III. Su bienestar depende de su ocio semanal (h, medido en días), su consumo semanal (c, medido en euros) y su calificación media ($y \in [0, 10]$). Sus preferencias están representadas por la función de utilidad $u(h, c, y) = 5h + c + y$. Su calificación media depende de cuantos de los 4 días semanales de que dispone dedica al estudio, $x \in [0, 4]$, de acuerdo con la formula $y = 5\sqrt{x}$. (Los 3 días restantes asiste a clase.) Obviamente, Elena dedica al ocio los días de la semana que no dedica al estudio, $4 - x$. La única renta de que Elena dispone para financiar su consumo es una asignación de sus padres de $w \cdot y$ euros semanales. Utilice estas restricciones presupuestarías para calcular la utilidad de Elena en función del número de días de estudio semanales $v(x)$. A partir de este cálculo, describa el problema de maximización de Elena y determine cuantos días dedicará al estudio en función de w, $x(w)$. Utilice la función $x(w)$ obtenida para calcular el ocio y consumo semanales de Elena, $h(w)$, $c(w)$, así como su nota media, $y(w)$.

Solución: Puesto que $h + x = 4$, $y = 5\sqrt{x}$ y $c = wy = 5w\sqrt{x}$, podemos escribir la utilidad de Elena en función del número de días que dedica al estudio x como

$$v(x) = u(4 - x, 5w\sqrt{x}, 5\sqrt{x}) = 5\,(4 - x) + 5w\sqrt{x} + 5\sqrt{x}.$$

El problema de Elena es

$$\max_{x \in [0,4]} v(x).$$

Una solución interior resuelve la ecuación

$$v'(x) = -5 + \frac{5}{2\sqrt{x}}\,(w + 1) = 0,$$

cuya solución es

$$x^* = \frac{(w+1)^2}{4}.$$

Como se debe cumplir la restricción $x \leq 4$, la solución al problema de Elena es

$$x(w) = \begin{cases} \frac{(w+1)^2}{4} & \text{si } w \leq 3 \\ 4 & \text{si } w > 3, \end{cases}$$

y su ocio, consumo y nota media son

$$\begin{aligned} h(w) &= \begin{cases} 4 - \frac{(w+1)^2}{4} & \text{si } w \leq 3 \\ 0 & \text{si } w > 3, \end{cases} \\ c(w) &= \begin{cases} \frac{5}{2}w\,(w+1) & \text{si } w \leq 3 \\ 10w & \text{si } w > 3, \end{cases} \\ y(w) &= \begin{cases} \frac{5}{2}\,(w+1) & \text{si } w \leq 3 \\ 10 & \text{si } w > 3. \end{cases} \end{aligned}$$

4. La demanda de un bien es $D(p) = \max\{180 - 5p, 0\}$. Existen dos tecnologías alternativas, A y B, que permiten producir $q > 0$ unidades con un coste total $C^A(q) = 8 + 2q^2$ y $C^B(q) = 3 + 3q^2$, respectivamente, mientras que $C^A(0) = C^B(0) = 0$.

(a) (15 puntos) Halle las funciones de oferta de empresas competitivas con las tecnologías A y B y calcule el equilibrio competitivo suponiendo que hay 20 empresas de tipo A y 30 empresas de tipo B.

Solución: Oferta de las empresas con la tecnología A. La condición de cierre requiere $p \geq \min CM_e^A(q)$. La función de coste medio es $CM_e^A(q) = \frac{8}{q} + 2q$. Como

$$\frac{dCM_e^A(q)}{dq} = -\frac{8}{q^2} + 2 = 0 \Leftrightarrow \bar{q}^A = 2,$$

tenemos $\min CM_e^A(q) = 8$. Obtenemos la oferta de la empresa resolviendo la ecuación

$$CM_a^A(q) = p \Leftrightarrow 4q = p.$$

Puesto que para $p < 8$ tenemos $q = p/4 < 2$ no satisface la condición de cierre, la oferta de la empresa es

$$s^A(p) = \begin{cases} \dfrac{p}{4} & \text{si } p \geq 8 \\ 0 & \text{si } p < 8. \end{cases}$$

Oferta de las empresas con la tecnología B. La condición de cierre requiere $p \geq \min CM_e^B(q)$. La función de coste medio es $CM_e^B(q) = \frac{3}{q} + 3q$. Como

$$\frac{dCM_e^B(q)}{dq} = 3 - \frac{3}{q^2} = 0 \Leftrightarrow \bar{q}^B = 1.$$

tenemos $\min CM_e^B(\bar{q}^B) = 6$. Obtenemos la oferta de la empresa resolviendo la ecuación

$$CM_a^B(q) = p \Leftrightarrow 6q = p.$$

Puesto que para $p < 6$ tenemos $q = p/6 < 1$ no satisface la condición de cierre, la oferta de la empresa es

$$s^B(p) = \begin{cases} \dfrac{p}{6} & \text{si } p \geq 6 \\ 0 & \text{si } p < 6. \end{cases}$$

La oferta de mercado es

$$20s^A(p) + 30s^B(p) = S(p) = \begin{cases} 10p & \text{si } p \geq 8 \\ 5p & \text{si } 6 \leq p < 8 \\ 0 & \text{si } p < 6. \end{cases}$$

En el equilibrio competitivo oferta y demanda coinciden

$$180 - 5p = 10p \Rightarrow p^* = 12,\ q^* = 120,\ q_A^* = 3,\ q_A^* = 2.$$

(b) (5 puntos) Determine el precio y el número de empresas con la tecnología A y B en el equilibrio competitivo a largo plazo. (Las funciones de coste dadas son las de largo plazo.)

Solución. En el equilibrio competitivo a largo plazo solo sobreviven las empresas con tecnología B, las más eficientes, ya que

$$\min CM_e^A(q) = 8 > 6 = \min CM_e^B(q).$$

Puesto que las empresas tienen beneficios nulos, el precio de equilibrio competitivo a largo plazo es $p^* = 6$ *y la demanda es* $D(6) = 216$. *Puesto que la escala óptima de las empresas con tecnología B es* $\bar{q}^B = 1$, *el número de empresas de cada tipo es* $n_A = 0$ *y*

$$n_B = \frac{D(6)}{\bar{q}^B} = \frac{150}{1} = 150.$$

5. Una empresa farmacéutica debe decidir si realizar una inversión para desarrollar una nueva vacuna contra una enfermedad común en algunos países en desarrollo. El coste de desarrollar la vacuna es de 700 millones de euros, y su coste medio variable de producción y distribución es 10 euros. Por tanto, la función de costes totales de la empresa es $C(q) = 700 + 10q$ si decide desarrollar la vacuna, donde q viene expresada en millones de unidades, y $C(0) = 0$ si decide no hacerlo. La demanda potencial de la vacuna, en millones de unidades, al precio de p euros por unidad es $D(p) = \max\{60 - p, 0\}$.

(a) (10 puntos) Determine si la empresa desarrollará la vacuna. (Observe que la empresa tendría una patente y, por tanto, monopolizaría el mercado.)

Solución: Calculemos el equilibrio de monopolio suponiendo que la empresa desarrolla la vacuna. La empresa produce la cantidad q que resuelve el problema

$$\max_{q>0} P(q)q - C(q),$$

donde $P(q)$ es la demanda inversa, que podemos obtener a partir de $D(p)$ como $P(q) = 60 - q$ para $q \in [0, 60]$ (para $q > 60$ no está definida). La condición de primer orden que identifica la solución a este problema es

$$P'(q)q + P(q) = C'(q),$$

es decir

$$(-1)q + (60 - q) = 10.$$

Resolviendo esta ecuación obtenemos

$$q^* = \frac{60 - 10}{2} = 25 \text{ millones de unidades}$$

y

$$p^* = P(q^*) = 60 - q^* = 35 \text{ euros/unidad.}$$

El beneficio de la empresa en el equilibrio de monopolio es

$$\pi^* = p^*q^* - C(q^*) = 35\,(25) - 700 - 10\,(25) = -75 \text{ millones de euros.}$$

Por tanto, la empresa no desarrollará la vacuna.

(b) (10 puntos) Determine el impacto sobre el beneficio de la empresa y el excedente del consumidor, así como el coste para el estado de una subvención a la empresa de 10 euros por cada vacuna que venda. (Mantenga la notación p para el precio que se paga por la vacuna y tenga en cuenta que la empresa recibe $p + 10$ euros por cada vacuna que venda.)

Solución: Con la subvención, si la empresa desarrolla la vacuna produciría la cantidad q que resuelve el problema

$$\max_{q>0}(P(q) + 10)q - C(q),$$

La condición de primer orden que identifica la solución a este problema es ahora

$$P'(q)q + (P(q) + 10) = C'(q),$$

es decir

$$(-1)q + (60 - q + 10) = 10.$$

Resolviendo esta ecuación obtenemos

$$q_s^* = \frac{60}{2} = 30 \text{ millones de unidades}$$

y

$$p_s^* = P(q_s^*) = 60 - q_s^* = 30 \text{ euros/unidad.}$$

El beneficio de la empresa en el equilibrio de monopolio es ahora

$$\pi^* = (p_s^* + 10)q_s^* - C(q_s^*) = (30 + 10)\,(30) - 700 - 10\,(30) = 200 \text{ millones de euros.}$$

Por tanto, con la subvención la empresa desarrollaría la vacuna. El excedente del consumidor que generaría este programa sería

$$EC = \frac{1}{2}\,(60 - p^*)\,q^* = 450 \text{ millones de euros.}$$

El coste del programa sería de

$$10q^* = \textit{300 millones de euros}.$$

Por tanto, la subvención generaría un excedente neto del coste del programa igual a

$$200 + 450 - 300 = 550 \text{ millones de euros.}$$