

POLINOMIO DE CHEBYCHEV DE 1ª ESPECIE Y DE ORDEN n:

$$C_n\left(\frac{f}{f_0}\right) = \begin{cases} \cos\left[n \cdot \arccos\left(\frac{f}{f_0}\right)\right] & ; \quad 0 \leq \left|\frac{f}{f_0}\right| \leq 1 \\ \cosh\left[n \cdot \operatorname{arccosh}\left(\frac{f}{f_0}\right)\right] & ; \quad \left|\frac{f}{f_0}\right| > 1 \end{cases}$$

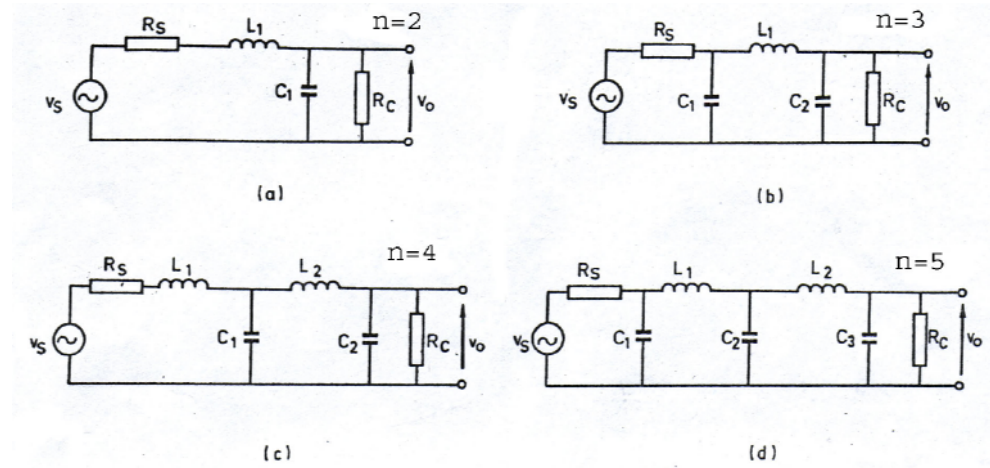


Figura 8 Filtros de Butterworth pasivos de paso bajo, orden 2 a 5; observar que el orden coincide con el número de elementos independientes que almacenan energía. Los valores normalizados de los componentes están en la tabla 3.6.

FILTROS DE BUTTERWORTH PASIVOS LP normalizado con valores de resistencia de fuente de 1Ω y frecuencias de corte de 1 rad/seg .

Tabla 8 Valores normalizados para los componentes de los filtros de Butterworth de la figura 8, para el caso en que están terminados ($R_s = 1\Omega, R_c = 1\Omega$) y para el caso en que no lo están ($R_s = 1\Omega, R_c = \infty$).

Orden	$R_c(\Omega)$	$L_1(H)$	$C_1(F)$	$L_2(H)$	$C_2(F)$	$C_3(F)$
2	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	-	-	-
	∞	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}$	-	-	-
3	1	2	1	-	1	-
	∞	$4/3$	$1/2$	-	$3/2$	-
4	1	0,7654	1,8478	1,8478	0,7654	-
	∞	0,3827	1,0824	1,5772	1,5307	-
5	1	1,6180	0,6180	1,6180	2	0,6180
	∞	0,8944	0,3090	1,6944	1,3820	1,5451

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE UN FILTRO LP DE 2º ORDEN

$$H(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{K \cdot \omega_n^2}{(s - P_1) \cdot (s - P_2)}$$

- $H(0) = K \equiv$ Ganancia en DC (controla la ganancia del filtro – su altura)
- $\omega_n \equiv$ Frecuencia Natural (está estrechamente relacionada con la frec. de corte del filtro - $\omega_c = \omega_n f(\xi)$). Fija, por tanto, el ancho de banda del filtro: a mayor ω_n mayor es la anchura del filtro). Para un LP de 2º orden:

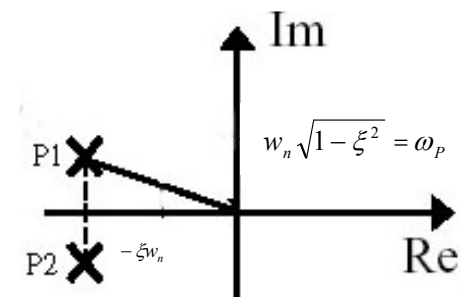
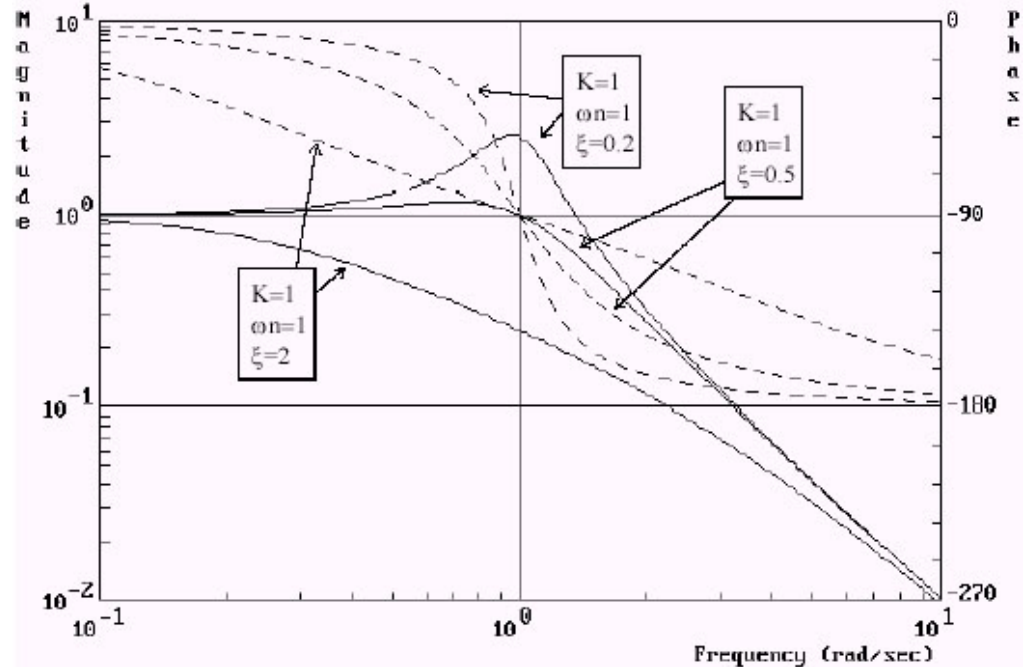
$$BW = \omega_c = \omega_n \cdot \sqrt{(1 - 2\xi^2) + \sqrt{4\xi^4 - 4\xi^2 + 2}}$$

- $\xi = 1/2Q \equiv$ Factor de Amortiguamiento (fija la forma de $|H(s)|$, de manera que dos filtros idénticos salvo escala tendrán el mismo ξ) \Rightarrow Como se observa en la fig. para $\xi < 1/\sqrt{2} = 0.7071$ se produce pico de resonancia. Para $\xi = 0.7071 \Rightarrow \omega_c = \omega_n$

- Los polos de esta función de transferencia: $s^2 + 2\xi\omega_n \cdot s + \omega_n^2 = 0$

$$P_1 = -\xi\omega_n + j \cdot \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = -\xi\omega_n + j \cdot \omega_p$$

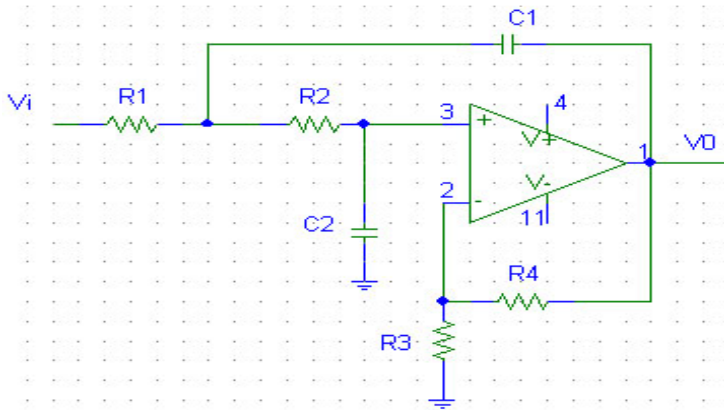
$$P_2 = -\xi\omega_n - j \cdot \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = -\xi\omega_n - j \cdot \omega_p$$



FILTROS ACTIVOS LP DE 2º ORDEN: ESTRUCTURAS INDICADAS PARA SU IMPLEMENTACIÓN

$$H(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

1.- Estructura VCVS (fuente de tensión controlada por tensión):

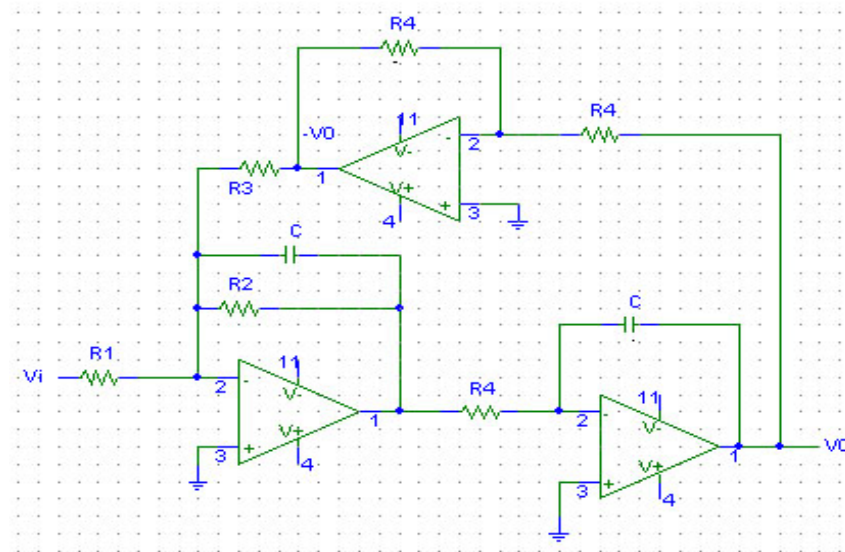


$$K = 1 + \frac{R_4}{R_3} ; \omega_n^2 = \frac{1}{R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2}$$

$$2\xi \cdot \omega_n = -\frac{R_4/R_3}{R_2 \cdot C_2} + \frac{1}{R_1 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_1}$$

2.- Estructura Bicuadrática:

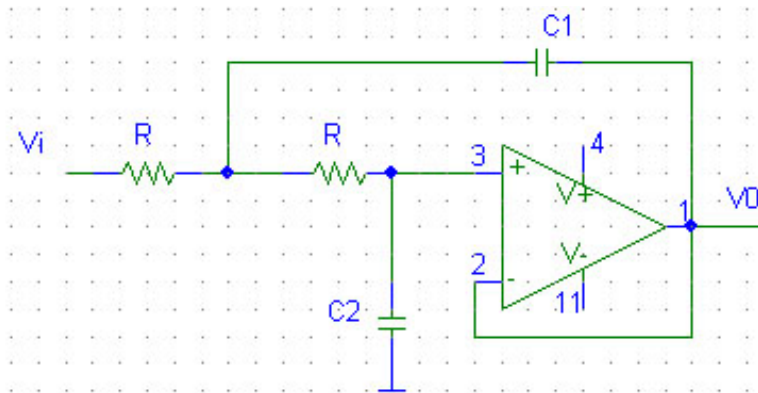
$$K = \frac{R_3}{R_1} ; \omega_n^2 = \frac{1}{R_3 \cdot R_4 \cdot C^2} ; 2\xi \cdot \omega_n = \frac{1}{R_2 \cdot C}$$



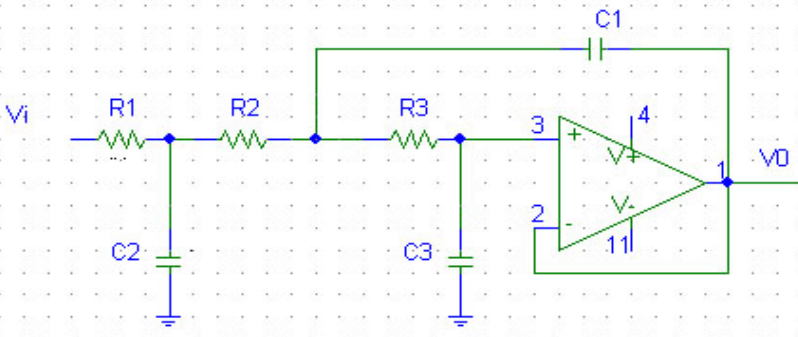
DISEÑO DE FILTROS ACTIVOS PASO DE BAJO

Filtros Activos LP basados en la estructura VCVS Normalizados a $K=1$ y $\overline{\omega_c} = 1\text{rad/s}$. Los valores de las resistencias \overline{R}_i son de 1Ω y los de los condensadores \overline{C}_i están tabulados en la siguiente tabla (en Faradios).

K = 1 y orden n=2



K = 1 y orden n=3

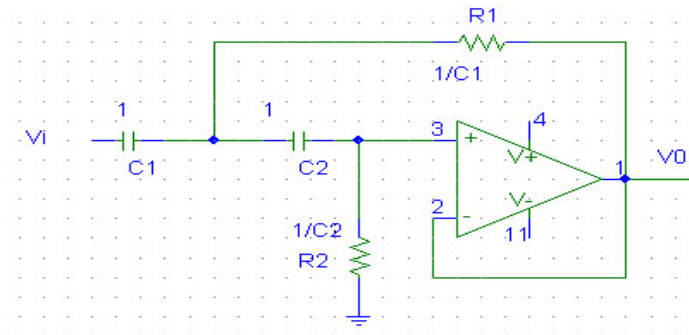


Orden	2	3	4	5	6
Butterworth					
C_1	1,414 +0	3,546 +0	1,082 +0 2,613 +0	1,753 +0 3,235 +0	1,035 +0 1,414 +0 3,863 +0
C_2	7,071 -1	1,392 +0	9,241 -1 3,825 -1	1,354 +0 3,089 -1	9,660 -1 7,071 -1 2,588 -1
C_3		2,024 -1		4,214 -1	
Chebyshev 2 dB					
C_1	2,672 +0	2,782 +0	4,021 +0 9,707 +0	1,240 +1 1,499 +1	5,750 +0 7,853 +0 2,146 +1 1,769 +0
C_2	5,246 -1	3,113 +0	1,163 +0 1,150 -1	4,953 +0 7,169 -2	2,426 -1 4,902 -2
C_3		3,892 -2		1,963 -1	
Chebyshev 1 dB					
C_1	2,218 +0	1,618 +1	3,125 +0 7,546 +0	8,884 +0 1,155 +1	4,410 +0 6,024 +0 1,646 +1 1,904 +0
C_2	6,061 -1	2,567 +0	1,269 +0 1,489 -1	3,935 +0 9,355 -2	3,117 -1 6,425 -2
C_3		6,428 -2		2,540 -1	
Chebyshev 0,25 dB					
C_1	1,778 +0	8,551 +0	2,221 +0 5,363 +0	5,543 +0 8,061 +0	3,044 +0 4,159 +0 1,136 +1 1,875 +0
C_2	6,789 -1	2,018 +0	1,285 +0 2,084 -1	2,898 +0 1,341 -1	4,296 -1 9,323 -2
C_3		1,109 -1		3,425 -1	
Chebyshev 0,1 dB					
C_1	1,638 +0	6,653 +0	1,901 +0 4,592 +0	4,446 +0 6,810 +0	2,553 +0 3,487 +0 9,531 +0

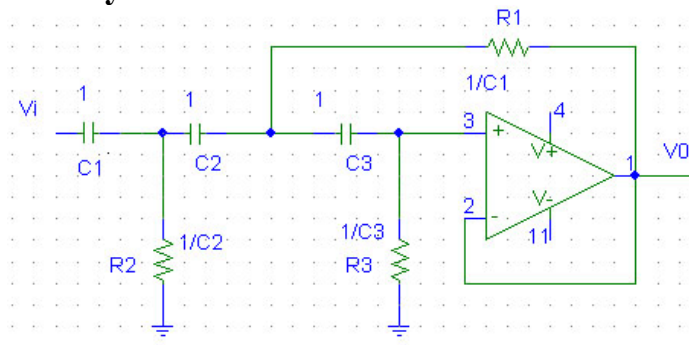
DISEÑO DE FILTROS ACTIVOS PASO DE ALTA

Filtros Activos HP basados en la estructura VCVS Normalizados a $K=1$ y $\overline{\omega_c} = 1\text{rad/s}$. Los condensadores son de 1F , $\overline{C_i} = 1\text{F}$, y las resistencias se calculan según $\overline{R_i} = 1/C_i^{\text{tab}}$, donde C_i^{tab} son los valores que aparecen tabulados en la tabla de la página anterior (página 4).

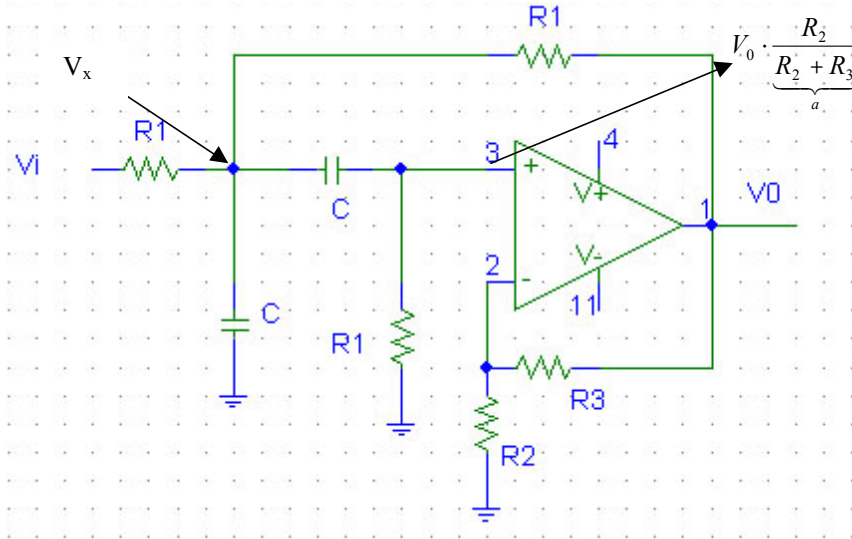
K = 1 y orden n=2



K = 1 y orden n=3



DISEÑO DE FILTROS ACTIVOS BP: a partir de estructura VCVS (para Q < 4)



$$H(s) = \frac{V_0}{V_i} = \frac{K\omega_0 s}{s^2 + Bs + \omega_0^2},$$

$$\text{con: } K = \frac{1 + \frac{R_3}{R_2}}{\sqrt{2}} ; B = [2\sqrt{2} - K] \cdot \omega_0 \text{ y } \omega_0 = \frac{\sqrt{2}}{R_1 C}$$

de estructura Bicuadrática (Q↑↑ hasta 100)

$$H(s) = \frac{V_0}{V_i} = \frac{K\omega_0 s}{s^2 + Bs + \omega_0^2},$$

$$\text{con: } K = \frac{\sqrt{R_3 R_4}}{R_1} ; B = \frac{1}{R_2 C} \text{ y } \omega_0^2 = \frac{1}{R_3 R_4 C^2}$$

DISEÑO DE FILTROS ACTIVOS BP: a partir

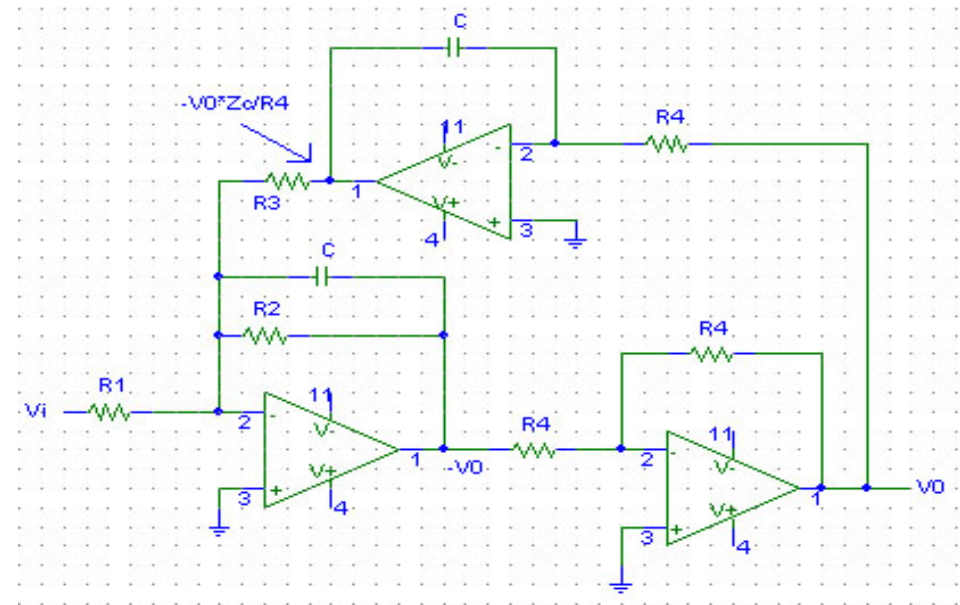


TABLA DE TRANSFORMADA DE LAPLACE (I):

	$f(t)$	$F(s)$
1	Impulso unitario $\delta(t)$	1
2	Escalón unitario $1(t)$	$\frac{1}{s}$
3	t	$\frac{1}{s^2}$
4	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{1}{s^n}$
5	$t^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
6	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
7	te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
8	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{-at} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{1}{(s+a)^n}$
9	$t^n e^{-at} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
10	$\text{sen } \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
11	$\text{cos } \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
12	$\text{senh } \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 - \omega^2}$
13	$\text{cosh } \omega t$	$\frac{s}{s^2 - \omega^2}$
14	$\frac{1}{a} (1 - e^{-at})$	$\frac{1}{s(s+a)}$
15	$\frac{1}{b-a} (e^{-at} - e^{-bt})$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$
16	$\frac{1}{b-a} (be^{-bt} - ae^{-at})$	$\frac{s}{(s+a)(s+b)}$
17	$\frac{1}{ab} \left[1 + \frac{1}{a-b} (be^{-at} - ae^{-bt}) \right]$	$\frac{1}{s(s+a)(s+b)}$

TABLA DE TRANSFORMADA DE LAPLACE (II):

18	$\frac{1}{a^2} (1 - e^{-at} - ate^{-at})$	$\frac{1}{s(s+a)^2}$
19	$\frac{1}{a^2} (at - 1 + e^{-at})$	$\frac{1}{s^2(s+a)}$
20	$e^{-at} \text{ sen } \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$
21	$e^{-at} \text{ cos } \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$
22	$\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \text{ sen } \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t$	$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$
23	$-\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \text{ sen } (\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t - \phi)$ $\phi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$	$\frac{s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$
24	$1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \text{ sen } (\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \phi)$ $\phi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$	$\frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$
25	$1 - \text{ cos } \omega t$	$\frac{\omega^2}{s(s^2 + \omega^2)}$
26	$\omega t - \text{ sen } \omega t$	$\frac{\omega^3}{s^2(s^2 + \omega^2)}$
27	$\text{ sen } \omega t - \omega t \text{ cos } \omega t$	$\frac{2\omega^3}{(s^2 + \omega^2)^2}$
28	$\frac{1}{2\omega} t \text{ sen } \omega t$	$\frac{s}{(s^2 + \omega^2)^2}$
29	$t \text{ cos } \omega t$	$\frac{s^2 - \omega^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$
30	$\frac{1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} (\text{ cos } \omega_1 t - \text{ cos } \omega_2 t) \quad (\omega_1^2 \neq \omega_2^2)$	$\frac{s}{(s^2 + \omega_1^2)(s^2 + \omega_2^2)}$
31	$\frac{1}{2\omega} (\text{ sen } \omega t + \omega t \text{ cos } \omega t)$	$\frac{s^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$