# RELACIONES TRIGONOMÉTICAS Y PROPIEDADES MATEMÁTICAS DE INTERÉS

**Relaciones Trigonométricas:**

$$\operatorname{sen}(a \pm b) = \operatorname{sen}a \cos b \pm \cos a \operatorname{sen}b \quad ; \quad \cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \operatorname{sen}a \operatorname{sen}b$$

$$\operatorname{sen}a \operatorname{sen}b = \frac{1}{2}\left[\cos(a-b) - \cos(a+b)\right] \; ; \; \cos a \cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a-b) + \cos(a+b)\right]$$

$$\operatorname{sen}a \cos b = \frac{1}{2}\left[\operatorname{sen}(a-b) + \operatorname{sen}(a+b)\right] \quad ; \quad \cos^2 a = \frac{1+\cos 2a}{2} \quad ; \quad \operatorname{sen}^2 a = \frac{1-\cos 2a}{2}$$

**Propiedades Matemáticas:**

$$1.- \int_{to}^{to+T} \operatorname{sen}(\omega t + \alpha)dt = 0 \quad ; \quad 2.- \int_{to}^{to+T} \cos(\omega t + \alpha)dt = 0 \quad ; \quad 3. \int_{to}^{to+T} \operatorname{sen}(n\omega t + \alpha)dt = \{0 \;\; \forall n \neq 0 \; ; \; \operatorname{sen}\alpha \, T \;\; \text{si} \;\; n = 0\}$$

$$4. \int_{to}^{to+T} \cos(n\omega t + \alpha)dt = \{0 \;\; \forall n \neq 0 \; ; \; \cos\alpha \, T \;\; \text{si} \;\; n = 0\} \; ; \; 5. \int_{to}^{to+T} \operatorname{sen}^2(\omega t + \alpha)dt = \frac{T}{2} \; ; \; 6. \int_{to}^{to+T} \cos^2(\omega t + \alpha)dt = \frac{T}{2}$$

$$7. \int_{to}^{to+T} \operatorname{sen}(n\omega t + \alpha)\cos(m\omega t + \beta)dt = \left\{0 \;\; \text{si} \;\; n \neq m \; ; \; \frac{T}{2}\operatorname{sen}(\alpha - \beta) \;\; \text{si} \;\; n = m\right\}$$

$$8. \int_{to}^{to+T} \cos(n\omega t + \alpha)\cos(m\omega t + \beta)dt = \left\{0 \;\; \text{si} \;\; n \neq m \; ; \; \frac{T}{2}\cos(\alpha - \beta) \;\; \text{si} \;\; n = m\right\}$$

**Recordar también:** $e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\operatorname{sen}\alpha \; ; \; \cos\alpha = \dfrac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} \; ; \; \operatorname{sen}\alpha = \dfrac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j}$

# PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER

## 1.- Linealidad

$$g_1(t) \leftrightarrow G_1(\omega) \;\text{ y }\; g_2(t) \leftrightarrow G_2(\omega)$$

$$a\, g_1(t) + b\, g_2(t) \leftrightarrow a\, G_1(\omega) + b\, G_2(\omega)$$

## 2.- Simetría

$$g(t) \leftrightarrow G(\omega) \;\Rightarrow\; G(t) \leftrightarrow 2\pi\, g(-\omega)$$

## 3.- Escalado en el tiempo

$$g(t) \leftrightarrow G(\omega) \;\Rightarrow\; g(kt) \leftrightarrow \frac{1}{|k|} G\left(\frac{\omega}{k}\right)$$

## 4.- Desplazamiento en el tiempo

$$g(t) \leftrightarrow G(\omega) \;\Rightarrow\; g(t\text{-}t_o) \leftrightarrow G(\omega)\, e^{-j\omega t_0}$$

## 5.- Desplazamiento en frecuencia

$$g(t) \leftrightarrow G(\omega) \;\Rightarrow\; g(t)\, e^{j\,\omega o\, t} \leftrightarrow G(\omega\text{-}\omega o)$$

## 6.- Diferenciación

$$g(t) \leftrightarrow G(\omega) \;\Rightarrow\; \begin{array}{l} \dfrac{d^n g(t)}{dt^n} \leftrightarrow (j\omega)^n G(\omega) \\[2ex] (-jt)^n g(t) \leftrightarrow \dfrac{d^n G(\omega)}{d\omega^n} \end{array}$$

## 7.- Convolución en el tiempo

$$g_1(t) \leftrightarrow G_1(\omega) \;\text{ y }\; g_2(t) \leftrightarrow G_2(\omega)$$

$$g_1(t) * g_2(t) \leftrightarrow G_1(\omega).G_2(\omega)$$

## 8.- Convolución en la frecuencia

$$g_1(t) \leftrightarrow G_1(\omega) \;\text{ y }\; g_2(t) \leftrightarrow G_2(\omega)$$

$$g_1(t).g_2(t) \leftrightarrow (1/2\pi)\, [G_1(\omega)*G_2(\omega)]$$

## 9.- Integración

$$g(t) \leftrightarrow G(\omega) \;\Rightarrow\; \int_{-\infty}^{t} g(\tau)\, d\tau \leftrightarrow \pi\delta(\omega) G(0) + \frac{G(\omega)}{j\omega}$$