Universidad Rey Juan Carlos

MATEMÁTICAS APLICADAS AL MARKETING

GRADO EN MARKETING

EJERCICIOS PARA EL DESARROLLO DE LA ASIGNATURA

DPTO. ECONOMÍA FINANCIERA Y CONTABILIDAD E IDIOMA MODERNO

Bloque temático 1: Álgebra Lineal

1. Calcula los siguientes productos de matrices:

(a) $$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 6 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

(b) $$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 5 & \sqrt{37} & 429\pi & 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

2. Expresar la componente ij de la matriz dada en función de i y de j

(a) $$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2^2 & 3^2 \\ 1 & 2^3 & 3^3 \end{pmatrix}$$

(b) $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

(a) Estudia si son posibles los siguientes productos

i. $\left(A^t \cdot B\right) \cdot C$

ii. $\left(B \cdot C^t\right) \cdot A^t$

(b) Determina la dimensión de M para que pueda efectuarse el producto $A \cdot M \cdot C$

(c) Determina la dimensión de M para que $C^t \cdot M$ sea una matriz cuadrada

4. Encuentra una matriz K tal que $A \cdot K \cdot B = C$ dadas

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \; C = \begin{pmatrix} 8 & 6 & -6 \\ 6 & -1 & 1 \\ -4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Calcula la expresión matricial $A^2 - A - 2 \cdot I_{3\times3}$, siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

6. Halla A^n con $n \in \mathbb{N}$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

7. Por qué matriz hay que multiplicar (por la izquierda) la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ para que resulte la matriz $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$.

8. Una fábrica produce dos modelos de lavadoras, A y B, en tres terminaciones: N, L y S. Produce del modelo A: 400 unidades en la terminación N, 200 unidades en la terminación L y 50 unidades en la terminación S. Produce del modelo B: 300 unidades en la terminación N, 100 unidades en la terminación L y 30 unidades en la terminación S. La terminación N lleva 25 horas de taller y 1 hora de administración. La terminación L lleva 30 horas de taller y 1.2 horas de administración. La terminación S lleva 33 horas de taller y 1.3 horas de administración.

(a) Representa la información en dos matrices.

(b) Halla una matriz que exprese las horas de taller y de administración empleadas para cada uno de los modelos.

9. Una empresa de muebles fabrica tres modelos de estanterías: A, B y C. En cada uno de los tamaños, grande y pequeño. Produce diariamente 1000 estanterías grandes y 8000 pequeñas de tipo A, 8000 grandes y 6000 pequeñas de tipo B, y 4000 grandes y 6000 pequeñas de tipo C. Cada estantería grande lleva 16 tornillos y 6 soportes, y cada estantería pequeña lleva 12 tornillos y 4 soportes, en cualquiera de los tres modelos.

(a) Representa esta información en dos matrices.

(b) Halla una matriz que represente la cantidad de tornillos y de soportes necesarios para la producción diaria de cada uno de los tres modelos de estantería.

10. Halla los valores de los siguientes determinantes

(a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix}$ (b) $\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ a & x+b & c \\ a & b & x+c \end{vmatrix}$ (c) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b+c & c+a & a+b \\ b\cdot c & a\cdot c & a\cdot b \end{vmatrix}$

11. Siendo p, q y r no nulos, comprueba la siguiente igualdad

$$\begin{vmatrix} 1-p & 1 & 1 \\ 1 & 1-q & 1 \\ 1 & 1 & 1-r \end{vmatrix} = pqr\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}-1\right)$$

12. Resuelve la siguiente ecuación

$$\begin{vmatrix} 1-x & 2-x & 3-x \\ 2-x & 3-x & 4-x \\ 3-x & 4-x & 5-x \end{vmatrix} = 0$$

13. Si el determinante de una matriz cuadrada A de orden 6 es igual a 2, ¿cuál es el valor del determinante de la matriz $3A$?

14. Demuestra que si una matriz A cuadrada de orden n, verifica $A^2+3A-3I_n=0$, donde 0 es la matriz cuadrada de orden n cuyas entradas son todas nulas, entonces dicha matriz tiene inversa.

15. Entre tú y yo tenemos 1260 €. Si lo que yo tengo aumentara en un 14%, entonces tendría el 75% de lo que tienes tú. ¿Cuánto tenemos cada uno?

16. Un grifo A tarda en llenar un depósito el doble de tiempo que otro grifo B. Abiertos simultáneamente, llenan el depósito en dos horas. ¿Cuánto tarda cada uno por separado?

17. Queremos averiguar las edades de una familia formada por los padres y los dos hijos. Si sumamos sus edades de tres en tres obtenemos 100, 73, 74 y 98 años respectivamente. ¿Cuál es la edad de cada uno de ellos?

18. La suma de las tres cifras de un número es 12, la diferencia entre este número y el que resulta al invertir el orden de sus cifras es 198, y la cifra de las decenas es la media aritmética de las otras dos cifras. Halla el número pedido.

19. Discute según los valores del parámetro λ el sistema $\begin{cases} 2x-y=\lambda+1 \\ \lambda x+y=1 \end{cases}$

20. Escribe en forma matricial los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

(a) $\begin{cases} 2x-3y=2 \\ 3y-2z=4 \\ -3x+2z=1 \\ z=0 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} 2x-3y+2z-5t=2 \\ z=0 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} 2x=2 \\ 3y=4 \\ -3x+2z=1 \\ z=0 \\ z=2 \end{cases}$

21. Escribe en la forma habitual los siguientes sistemas de ecuaciones lineales dados en forma matricial:

(a) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

22. Determina el carácter de los siguientes sistemas usando el teorema de Rouchê-Fröbenius.

(a) $\begin{cases} 2x-3y=2 \\ 3y-2z=4 \\ -3x+2z=1 \\ z=0 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} 2x-3y+2z-5t=2 \\ z=0 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} 2x=2 \\ 3y=4 \\ -3x+2z=1 \\ z=0 \\ z=2 \end{cases}$ (d) $\begin{cases} x-3y+5z=0 \\ 2x-4y+2z=0 \\ 5x-11y+9z=0 \end{cases}$

(e) $\begin{cases} x-3y-2z=7 \\ 2x-y+15z=3 \\ x-8y-21z=11 \end{cases}$ (f) $\begin{cases} x+y=3 \\ y+z=5 \\ z-w=-1 \\ -x+w=3 \end{cases}$

23. ¿Para qué valores de a es compatible determinado el siguiente sistema homogéneo?

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ x-y+z=0 \\ 2x+az=0 \end{cases}$$

24. ¿Para qué valores de a y b tiene solución el siguiente sistema?

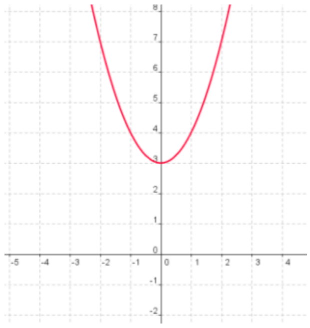
$$\begin{cases} x+by+az=1 \\ ax+by+z=a \\ x+aby+z=b \end{cases}$$

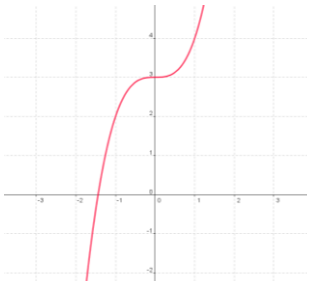
25. Estudia las soluciones de los siguiente sistemas para los distintos valores de a:

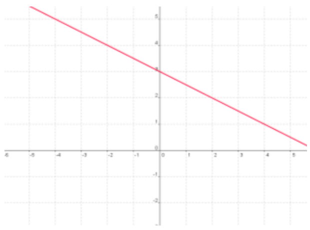
(a) $\begin{cases} -6x-6y+(1-a)z=0 \\ 3x+(12-a)y-6z=0 \\ (2-a)x+3y-6z=0 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x-y+z=0 \\ 2x+az=0 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} 2x+ay=0 \\ ax-3y=0 \\ 3x+y=0 \end{cases}$

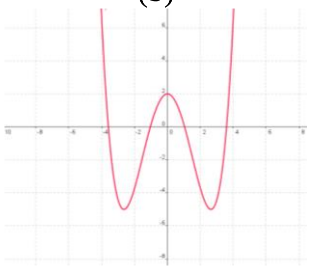
(d) $\begin{cases} 2x+ay=1 \\ 2x+(1-a)y=1 \\ (3-a)x+3y=1+a \end{cases}$ (e) $\begin{cases} 2x+ay=-4 \\ ax-3y=5 \\ 3x+y=-5a \end{cases}$

26. Para cada gráfica de la función f, dibuja una gráfica aproximada de su derivada f'.


(a)


(b)


(c)


(d)

27. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

(a) $f(x)=(x+2)^8\cdot(x-3)^6$

(b) $f(x)=\sqrt[3]{x}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$

(c) $f(x)=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$

(d) $f(x)=\dfrac{(x-1)(x+3)}{(x-2)(x+4)}$

(e) $f(x)=\cos^2(\tan x)$

(f) $f(x)=\dfrac{1}{\sin(x-\sin x)}$

28. Calcula la derivada n-ésima de la función $f(x)=e^{-x}-\sin 2x$.

29. Traza la gráfica de la función $f(x)=x|x|$, halla los valores de x para los cuales es diferenciable. Halla una fórmula para f'.

30. Un astronauta viaja de izquierda a derecha a lo largo de la curva $y=x^2$. Al desconectar el cohete viajará a lo largo de la tangente a la curva en el punto de desconexión. ¿En qué punto deberá parar el motor para alcanzar el punto $(4,9)$? ¿Y para llegar al $(4,-9)$?

31. Sabiendo que f y g son derivables y que $f(1)=1$, $g(1)=1$, $f'(1)=3$ y $g'(1)=0$ determina $(g\circ f)'(1)$, $(f\circ g)'(1)$ y $(f\circ f)'(1)$.

32. Sabiendo que f es una función derivable halla:

(a) $\frac{d}{dx}\left[f\left(\sqrt{2+x^2}\right)\right]$ (b) $\frac{d}{dx}\left[f\left(\sin x^2\right)\right]$ (c) $\frac{d}{dx}\left[\sqrt{2+\left(f(x)\right)^2}\right]$

(d) $\frac{d}{dx}\left[f\left(\frac{1}{1+x}\right)\right]$ (e) $\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{1+f(x)}\right]$ (f) $\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2+\sin\left(f(x)\right)}\right]$

33. Demuestra que la ecuación $1+2x+3x^2+4x^3=0$ tiene una única solución. Determina un intervalo de longitud menor que 1 donde se pueda asegurar que está dicha solución.

34. La ecuación $e^x=1+x$ tiene una solución que es $x=0$. Demuestra que esta ecuación no puede tener otra.

35. Encuentra el error en la siguiente cadena de igualdades:

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{x^3}{1-\cos x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{3x^2}{\sin x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{6x}{\cos x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{6}{-\sin x}=\frac{6}{0^-}=-\infty$$

36. Encuentra los valores máximo y mínimo absoluto de cada función en el intervalo dado:

(a) $f(x)=x^3-x^2-8x+1$ en $[-2,2]$.

(b) $f(x)=x^2+\frac{2}{x}$ en $\left[\frac{1}{2},2\right]$.

(c) $f(x)=|x-1|-1$ en $[-1,2]$.

37. Calcula las asíntotas verticales y horizontales, así como los extremos relativos de la función $y=3x+\frac{3x}{x-1}$.

38. Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los mínimos y máximos de la función $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+6x$.

39. Se pretende fabricar una lata de conserva cilíndrica con tapa de un litro de capacidad. ¿Cuáles deber de ser sus dimensiones para que se utilice la mínima cantidad posible de metal?

40. Se pretende construir un depósito de base cuadrada y con capacidad 1 m^3. Se sabe que el precio del material de la base es 10 euros por m^2, mientras que el de los laterales es 5 euros por m^2. ¿Cuáles deben de ser las dimensiones de ese depósito con forma de paralelepípedo para que el coste sea mínimo?

41. Estudia la concavidad y convexidad de las funciones siguientes

(a) $f(x)=e^{-x^2}$.

(b) $f(x)=e^{-x^2}\left(x^2+6x+8\right)$

42. Estudia los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y de convexidad y concavidad de la función $f(x)=x^3-6x^2+9x-8$.

43. Determina los valores A y B para que la función $f(x)=x^3-Ax^2+9x-B$ tenga un punto de inflexión en el punto $(2,-3)$.

44. Evalúa las siguientes integrales, indicando el método utilizado:

(a) $\int \cos^2(x)\sin(x)\,dx$

(b) $\int x\sin\left(x^2+3\right)dx$

(c) $\int x^3\left(1-x^4\right)^5 dx$

(d) $\int \frac{2}{(t+1)^6}\,dt$

(e) $\int \cos(2\theta)\,d\theta$

(f) $\int \sin^3(x)\cos(x)\,dx$

(g) $\int_1^2 x\sqrt{x-1}\,dx$

(h) $\int \frac{(\ln x)^2}{x}\,dx$

(i) $\int \frac{e^x+1}{e^x}\,dx$

(j) $\int \frac{x+1}{x^2+2x}\,dx$

(k) $\int \frac{e^x}{e^{2x}+1}\,dx$

(l) $\int_e^{e^4} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$

(m) $\int x^2\cos(3x)\,dx$

(n) $\int (\ln x)^2\,dx$

(o) $\int_0^1 te^{-t}\,dt$

(p) $\int \cos(\ln x)\,dx$

(q) $\int x^5e^{x^2}\,dx$

(r) $\int \frac{x^2}{x+1}\,dx$

45. Estudia si la función $f(x)=\ln\left(x^2\right)$ verifica el teorema del valor medio del Cálculo integral en el intervalo $[1,e]$ y halla el punto al que alude el teorema.

46. Determina el área del recinto limitado por la parábola $y^2-x=0$ y la recta que une los puntos $(5,3)$ y $(0,-2)$.

47. Determina el área del recinto limitado por la curva $y=\frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}\right)$, con $a>0$, los ejes coordenados y la recta $x=a$.

48. Determina el área limitada por las curvas definidas por las siguientes ecuaciones:

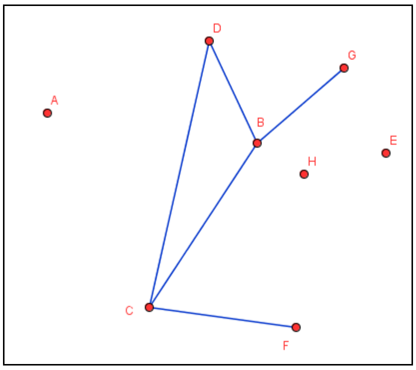
$$y=x^2-2 \qquad x+y=0$$

49. Determina el área de la región limitada por las curvas definidas por las siguientes ecuaciones que está totalmente contenida en el primer cuadrante:

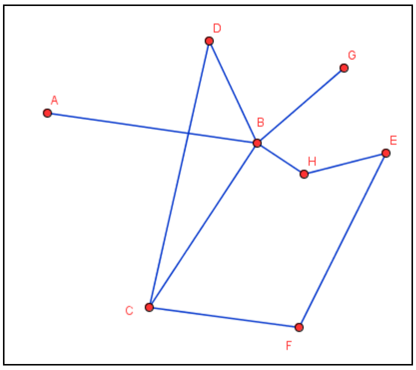
$$y=0 \qquad y=x^2-2 \qquad x+y=4$$

Bloque temático 3: Teoría de Grafos

50. Determina la matriz y tabla de adyacencia de los grafos siguientes:



(a)



(b)

51. Representa gráficamente el grafo con la siguiente tabla de adyacencia:

A	DJH
B	DGH
C	JFH
D	ABH
E	GIH
F	CIH
G	BEH
H	ABCDEFGIJ
I	EFH
J	ACH

52. Representa gráficamente el grafo con la siguiente matriz de adyacencia:

$$\begin{pmatrix} & A & B & C & D & E & F & G & H & I & J \\ A & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ B & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ D & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ F & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ G & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ H & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ J & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

53. El Complementario de un grafo $G=(V,E)$ es el grafo $\bar{G}=(V,\bar{E})$ cuyo conjunto V de vértices es el mismo de G y cuyo conjunto $\bar{E}$ de aristas está formado por todas las aristas uv entre vértices de V que no pertenecen a E (i.e., no son aristas de G). Suponiendo que G tenga n vértices de grados $d_1, d_2, \ldots, d_n$, razona cuáles serán los grados de los vértices de $\bar{G}$.

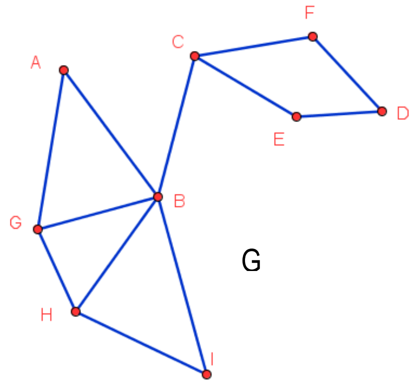
54. Construye un grafo con 5 vértices de grado 2 cuyo complementario tenga la misma forma.

55. Para el grafo G, proporciona:

(a) Dos recorridos que no sean caminos

(b) Dos caminos no circulares de longitudes 5 y 6

(c) Dos ciclos

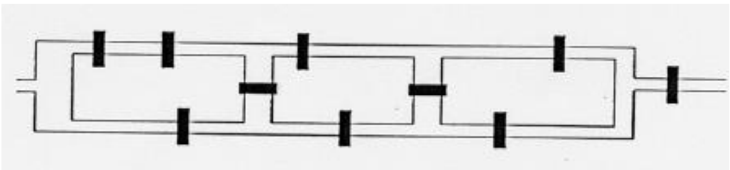


56. ¿Es G hamiltoniano? Justifica tu respuesta.

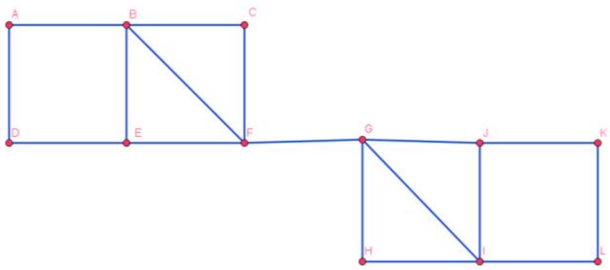
57. ¿Es G euleriano? Justifica tu respuesta.

58. ¿Es G semieuleriano? Justifica tu respuesta.

59. ¿Se pueden cruzar una sola vez los puentes de este mapa recorriéndolos todos y volviendo al lugar de partida? ¿Se pueden cruzar una sola vez recorriéndolos todos sin volver al lugar de partida? Justifica tus respuestas.



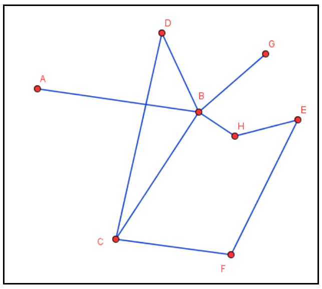
60. ¿Es posible realizar en G un recorrido que pase exactamente una vez por cada arista? Justifica tu respuesta.



61. Proporciona un grafo con 8 vértices que sea euleriano pero no hamiltoniano y otro con 10 vértices que sea hamiltoniano pero no euleriano.

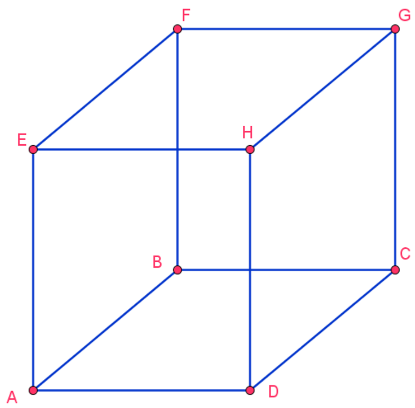
62. Aplica el algoritmo voraz de coloreado de vértices al grafo G del ejercicio 55 usando el orden alfabético de sus vértices. ¿Usa este coloreado el número mínimo de colores necesario para colorear G?

63. Proporciona un coloreado para el grafo de la figura que no se pueda obtener aplicando el algoritmo voraz de coloreado sea cual sea el orden de sus vértices que se considere.

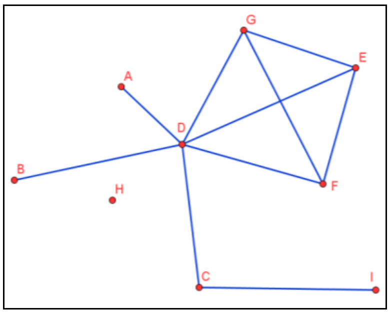


64. En un seminario se van a impartir 8 talleres: t1, t2, t3, t4, t5, t6, t7 y t8, sobre distintos temas. Se han seleccionado los asistentes según su currículo y ha resultado que hay asistentes que son adecuados para asistir a varios talleres distintos. Tienen asistentes comunes los siguientes talleres: t1 y t2; t2 y t3; t4 y t5; t6 y t8; t1 y t5; t7 y t8. La organización del seminario ha recibido la consigna de poner simultáneamente el máximo número de talleres. ¿Cuántos talleres no simultáneos se han de tener si todos los asistentes han de poder asistir a todos los talleres para los que son están capacitados? Representa el resultado gráficamente.

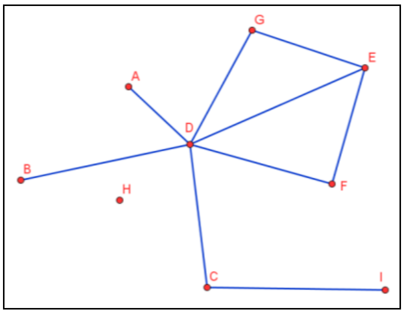
65. Encuentra ordenaciones de los vértices del grafo Q3 (formado por los vértices y las aristas de un cubo) para los cuales el algoritmo voraz de coloreado de vértices requiera, respectivamente, 2, 3 y 4 colores.



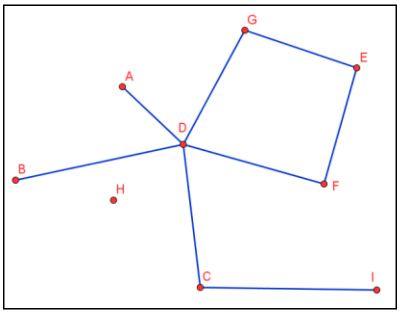
66. Halla el número cromático de los siguientes grafos



(a)



(b)



(c)

Bloque temático 4: Matemáticas Financieras

(Del libro *Cálculo Financiero*, Aparicio A., Gallego R., Ibarra J. A. y Monrobel, J. R., Paraninfo)

En cada uno de los siguientes ejercicios, determina la **única afirmación cierta**:

67. Los capitales financieros (1.171; 2001) y (800; 2005), donde la cuantía se expresa en euros y el tiempo en años:

(a) Son financieramente equivalentes si valoramos en capitalización compuesta al 10% efectivo anual.

(b) Son financieramente equivalentes si valoramos utilizando descuento compuesto con un tanto d = 11,6% anual.

(c) No existe ninguna ley financiera que los haga equivalentes.

(d) Son equivalentes si se descuenta utilizando un tanto de interés del 5,5% efectivo anual.

68. Al invertir 5000 € durante n años se obtienen unos intereses de 3000 € trabajando a interés constante:

(a) Los intereses al cabo de 2n años ascenderían a 6000 € en capitalización compuesta

(b) Los intereses al cabo de n+1 años ascenderían a 2000 €

(c) Los intereses al cabo de 2n años ascenderían a 7.800 € en capitalización compuesta.

(d) Los intereses al cabo de 2n años ascenderían a 7.800 € en capitalización simple.

69. Hace un año cierta persona que disponía de unos ahorros invirtió la cuarta parte de éstos en bolsa obteniendo una rentabilidad del 7% anual al vender hoy las acciones. El resto de sus ahorros los ingresó en una cuenta que le ofrecía un interés del 8% anual. La rentabilidad que ha obtenido esta persona por sus ahorros ha sido de

(a) i = 7,50% anual.

(b) i = 15% anual.

(c) i = 7,75% anual.

(d) i = 7,25% anual.

70. Un capital de C € se colocó a interés compuesto durante un cierto número de años. Si se hubiese retirado un año antes, se habrían percibido 1.763,19 € menos, mientras que si se hubiese retirado un año después la cantidad percibida hubiese aumentado en 1.904,25 €. El tipo de interés constante de la operación ha sido

(a) i = 7% anual.

(b) i = 8% anual.

(c) i = 9% anual.

(d) i = 10% anual.

71. La entidad financiera A viene ofreciendo a sus clientes en sus cuentas a plazo fijo a un año y medio un tipo del 4% efectivo anual los seis primeros meses, un 6% efectivo anual los seis siguientes y un 8% efectivo anual los últimos seis. La entidad B ofrece un tanto de interés fijo durante el año y medio del 5,9874% efectivo anual.

(a) La entidad a es preferible financieramente a la entidad B.

(b) Ambas opciones son financieramente indiferentes.

(c) La entidad B es preferible financieramente a la entidad A.

(d) No es posible comparar financieramente las dos opciones.

72. A una persona que necesita 90.000 € le ofrecen disponer de esta cantidad en préstamo a un año con reembolso único y pago de intereses anticipados a un tanto efectivo anual prepagable del 10%. Para disponer exactamente de la cantidad mencionada el importe del préstamo debe ascender a:

(a) 90.000 €.

(b) 99.000 €.

(c) 100.000 €.

(d) 81.000 €.

73. Se concede un préstamo de importe 10.000 € a reembolsar mediante un solo pago dentro de 1 año y 3 meses a un interés efectivo anual del 10%. La operación supone unos gastos iniciales del 1% del importe del préstamo y de 100 € en el momento de cancelación ambos a cargo del prestatario. El coste real para el prestatario, medido a través del tanto de interés efectivo anual, es:

(a) r = 9,90%.

(b) r = 10,00%.

(c) r = 11,56%.

(d) r = 11,67%.

74. Un inversor dispone de 13.400 € que desea rentabilizar durante 2 años. Estudia la posibilidad de ingresar el capital en uno de los dos bancos siguientes

- El banco A aplica una comisión al inicio de la operación del 2% sobre el capital depositado.

- El banco B aplica una comisión al final de la operación del 2% sobre el montante final alcanzado.

Para que al inversor le resulte financieramente equivalente depositar el capital en uno u otro banco, el tipo de interés aplicado en ambos bancos ha de ser

(a) $i < 10\%$ efectivo anual.

(b) $i = 10\%$ efectivo anual.

(c) $i > 10\%$ efectivo anual.

(d) A cualquier tipo de interés las dos alternativas son indiferentes.

75. A una persona se le ofrece la posibilidad de elegir entre percibir dentro de un año 100.000 €, o bien, percibir dentro de un año 80.000 € más 25.000 € un año más tarde. El tanto de valoración efectivo anual que hace ambas alternativas financieramente equivalentes es:

(a) $i = 31{,}25\%$.

(b) $i = 25{,}00\%$.

(c) $i = 20{,}00\%$.

(d) $i = 21{,}43\%$.

76. Un especulador compró hace 2 años un piso pagando al contado 100.000 € y hace un año otro piso por 150.000 € también al contado. Hoy acaba de vender los dos pisos recibiendo por ambos 300.000 €. La rentabilidad obtenida por la venta de ambos pisos ha sido:

(a) $i = 13{,}75\%$ efectivo anual.

(b) $i = 20{,}00\%$ efectivo anual.

(c) $i = 14{,}29\%$ efectivo anual.

(d) $i = 9{,}55\%$ efectivo anual.

77. Sea una renta prepagable de cuantía a €, duración 12 años y tipo de interés constante, cuyo valor actual es de 10.000 € y su valor final de 17.958,56 €.

(a) $a = 1.158{,}25$ €.

(b) $a = 1.184{,}66$ €.

(c) $a = 628{,}25$ €.

(d) $a = 1.074{,}53$ €.

78. El valor final de una renta es un 21% superior a su valor actual. La renta es de dos términos anuales constantes. El tanto de valoración aplicado es:

(a) El 10% efectivo anual si la renta es pospagable, y distinto del 10% si la renta fuera prepagable.

(b) No es posible calcularlo si no disponemos de más datos.

(c) El 10% efectivo anual, sea la renta prepagable o pospagable.

(d) El 21% efectivo anual. Se trata de una renta geométrica.

79. Data una renta de n términos periódicos de cuantía constante, si el tanto efectivo de valoración aumenta

(a) El valor actual y el valor final de la renta disminuyen.

(b) El valor actual y el valor final de la renta aumentan.

(c) El valor actual aumenta y el valor final disminuye.

(d) El valor actual disminuye el valor final aumenta.

80. El valor actual de una renta mensual de cuantías constantes de 1.000 € pospagables y duración un año es de 10.000 €. El tanto efectivo anual de valoración es:

(a) $i > 20\%$.

(b) $i < 20\%$.

(c) $i = 20\%$.

(d) No puede responderse a esta pregunta.

81. El valor final de una renta mensual de cuantías constantes de 1.000 € pospagables y duración un año es de 14.000 €. El tanto efectivo anual de valoración es

(a) $i > 20\%$.

(b) $i < 20\%$.

(c) $i = 20\%$.

(d) No puede responderse a esta pregunta con los datos aportados.

82. Sea una operación de constitución de capital con las siguientes características

- Montante o capital constituido que se desea alcanzar: 140.000 €.
- Horizonte temporal de la operación: 5 años.
- Rentabilidad de la operación: los cuatro primeros años un 7% efectivo anual y el 5º año un 12% efectivo anual.
- Aportaciones prepagables semestrales constantes por importe C €.

La cuantía C asciende a

(a) 11.568,95 €.

(b) 11.307,68 €.

(c) 9.672,75 €.

(d) 11.073,35 €.

83. Un ahorrador prevé ingresar al principio de cada trimestre una cantidad de C € durante dos años con el fin de obtener un cierto montante M al final del segundo año. Le ofrecen dos alternativas

- Alternativa 1: El primer año un interés del 6% efectivo anual y el segundo año un 8% efectivo anual
- Alternativa 2: El primer año un interés del 8% efectivo anual y el segundo año un 6% efectivo anual.

(a) Es preferible la alternativa 1ª.

(b) Es preferible la alternativa 2ª.

(c) Ambas alternativas son equivalentes financieramente.

(d) La elección de una alternativa u otra depende de la cantidad C a ingresar.

84. Un señor decidió al nacer su hijo ingresar cada mes C €, ingresando la última cantidad al cumplir el hijo los 15 años y la primera un mes después del nacimiento. Al cumplir los 18 años el hijo pudo retirar de la cuenta un montante de 75.000 €. Si el Padre hubiera ingresado al nacer su hijo 8742,68 €, en lugar de las mensualidades de C €, el hijo hubiera podido retirar el mismo montante al cumplir los 18 años. Si el tipo de interés ofrecido fue constante durante los 18 años, la cantidad ingresada C fue de:

(a) C = 98,96 €.

(b) C = 104,93 €.

(c) C = 110,89 €.

(d) C = 150,13 €.

85. Un negocio cuyo desembolso inicial es de 120.000 € produce unos ingresos de 6.500 € al final de cada bimestre. Si estos ingresos se depositan en una entidad bancaria al 12% efectivo anual, la rentabilidad de la inversión al cabo de 4 años es:

(a) 13,05% efectivo anual.

(b) 12,98% efectivo anual.

(c) 12,61% efectivo anual.

(d) 9,77% efectivo anual.

86. Durante 10 años se han venido ingresando 1.000 € a principio de año (1 de enero) y otros 1.000 € a mitad de año (1 de julio). Además 3 meses después de cada entrega de 1.000 € se ha ingresado otra de 2.000 € (1 de abril y 1 de octubre). Si el tanto efectivo semestral ofrecido fue el 5%, calcule el montante obtenido al final del 10º año (31 de diciembre del 10º año).

(a) M = 104.157,75 €.

(b) M = 102.484,29 €.

(c) M = 100.851,16 €.

(d) M = 95.624,55 €.

87. En estos momentos un señor ingresa en una entidad bancaria P € para tener derecho a cobrar una renta trimestral constante de 750 €, cobrando la primera cuantía dentro de 3 años y la última dentro de 7 años. Si el tipo de interés ofrecido por la entidad es del 6% efectivo anual, la cantidad ingresada hoy es

(a) P = 8.922,11 €.

(b) P = 9.053,03 €.

(c) P = 9.413,69 €.

(d) P = 9.551,82 €.

88. Un señor decide ingresar hoy 2.500 € y realizar este mismo ingreso cada año, efectuando el último dentro de 5 años. ¿Cuánto tiempo ha de transcurrir desde el momento que hizo el último ingreso hasta poder retirar de la cuenta 26.926,80 €, si el tipo de interés ofrecido es del 10% efectivo anual durante toda la operación?

(a) n = 3,5 años.

(b) n = 2,5 años.

(c) n = 6 años.

(d) n = 5 años.

89. ¿Dentro de cuánto tiempo podemos empezar a retirar 2.500 € anualmente durante 10 años si ingresamos hoy una única cantidad de C = 9.994,10 € en un banco que abona un 13% de interés efectivo anual?

(a) n = 2,5 años.

(b) n = 3 años.

(c) n = 3,5 años.

(d) Depositando solo C € no es posible retirar la renta de 2.500 € durante 10 años.

90. Se concede un préstamo de 5.000 € pudiendo amortizarse mediante un solo pago de 5.940,50 € al cabo de 2 años o mediante el pago de 5 términos amortizativos constantes anuales. Si el tanto de interés es fijo, el término amortizativo a pagar será:

(a) a = 1.219,45 €.

(b) a = 1.252,28 €.

(c) a = 1.285,46 €.

(d) a = 1.318,98 €.

91. Un préstamo de principal 10.000 € se contrata a tipo de interés fijo del 11,5% efectivo anual, amortizable mediante pagos constantes anuales de 1.647 € los s primeros años y b € los restantes. Si el capital vivo al cabo de s años es de 3.997,51 €

(a) s = 3 años.

(b) s = 4 años.

(c) s = 5 años.

(d) s = 8 años.

92. Se amortiza un préstamo de 10.000 € mediante 10 pagos anuales constantes. Si el tipo de interés aplicado es del 10% efectivo anual, la deuda pendiente a los 2 años y 6 meses es:

(a) 8.872,50 €.

(b) 9.505,20 €.

(c) 8.683,00 €.

(d) 9.106,12 €.

93. Para la amortización de un préstamo se deben abonar durante 10 años, a mitad y a final de cada año, 2.000 €. Adicionalmente, tres meses antes de cada uno de los pagos anteriores tendrán que abonarse 2500 €. Si el tipo de interés semestral efectivo es del 6%, el principal del préstamo es

(a) C_0 = 50.132,58 €.

(b) C_0 = 51.199,96 €.

(c) C_0 = 52.462,36 €.

(d) C_0 = 52.035,42 €.

94. Un préstamo de principal 10.000 € se amortiza por el sistema americano en 10 años mediante pagos semestrales al 15% efectivo anual. La deuda pendiente a los tres años y nueve meses es

(a) 11.700,72 €.

(b) 11.101,23 €.

(c) 10.900,00 €.

(d) 10.355,58 €.

95. A un señor le ofrecen dos opciones para devolver un préstamo de principal 10.000 €.

- Opción A: pagar al final de cada semestre 400 € y al cabo de dos años pagar, además de los 400 €, el principal del préstamo
- Opción B: pagar al final de cada trimestre 200 € y al cabo de dos años pagar, además de los 200 €, el principal del préstamo

Siguiendo un criterio puramente financiero

(a) El deudor elegirá la opción A.

(b) El deudor elegirá la opción B.

(c) El deudor se mostrará indiferente ante ambas opciones.

(d) La elección de una opción u otra dependerá del principal del préstamo.

96. Se concede un préstamo de 100.000 €, duración 12 años, tipo de interés del 15% efectivo anual y amortizable mediante el sistema americano con pagos semestrales. Al finalizar el 4º año se pagan, junto con el término correspondiente, 20.000 € con el fin de reducir la deuda y se decide amortizar la cantidad pendiente mediante pagos anuales constantes, manteniendo la duración y el tipo de interés. El importe de estos pagos es

(a) 17.828,01 €.

(b) 19.873,31 €.

(c) 20.681,11 €.

(d) 15.302,06 €.

97. Un individuo tiene concedido un préstamo de 100.000 € a un tipo de 8% efectivo anual y duración cuatro años. Durante los dos primeros años acuerda pagar solamente los intereses. Al final del tercer año, además de los intereses, pagará la mitad del principal del préstamo y en el último año amortizará la deuda pendiente mediante pagos trimestrales constantes. El último término amortizativo será

(a) 13.112,92 €.

(b) 12.500,00 €.

(c) 12.742,83 €.

(d) 17.863,04 €.

98. Hace 2 años y 9 meses se concedió un préstamo de importe 10.000 € a interés variable y 3 años de duración. Durante el primer año no se hizo pago alguno, siendo el tipo efectivo anual que se aplicó el 8%. En el segundo año se abonaron sólo los intereses generados en ese año y para el tercero se acordó efectuar 12 pagos mensuales con la misma cuota de amortización. El capital en vivo en este momento asciende a

(a) 2.700,00 €.

(b) 2.500,00 €.

(c) 6.400,00 €.

(d) 2.778,41 €.

99. En un préstamo de n términos amortizativos anuales constantes y tipo de interés fijo, se sabe que la cuota de amortización del primer año este 1.235 € y la del segundo año 1.346,15 €, siendo el capital vivo al final del segundo año 12.153,68 €. El principal del préstamo es:

(a) C_0 = 14.734,83 €.

(b) C_0 = 12.495,56 €.

(c) C_0 = 14.419,74 €.

(d) C_0 = 14.623,68 €.

100. Un préstamo de principal 100.000 € se concede a un tipo de interés del 5% efectivo semestral. Los dos primeros términos amortizativos semestrales son de 4.000 €. El capital vivo al cabo de un año es:

(a) 97.950 €.

(b) 98.000 €.

(c) 102.000 €.

(d) 102.050 €.