

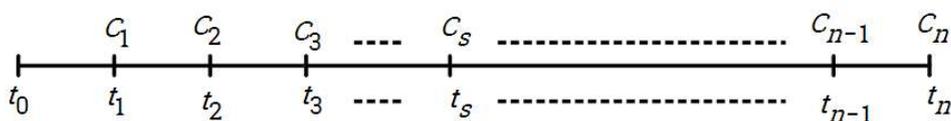
Tema 9: Rentas financieras

Matemáticas Aplicadas al Marketing

Grado en Marketing

- **Conjunto de capitales financieros asociados a intervalos de tiempo**

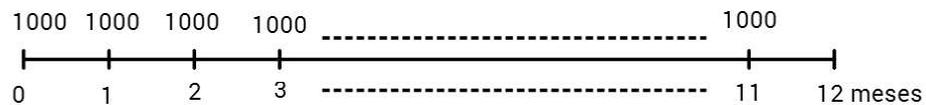
$$\{(C_1, t_1), (C_2, t_2), \dots, (C_s, t_s), \dots, (C_n, t_n)\}$$



- C_i : términos de una renta
 - Son los cobros/pagos que se realizan en la operación financiera.
- n : número de términos de una renta.
- Origen de la renta: instante inicial del primer periodo (t_0)
- Final de la renta: instante final del último periodo: (t_n)

▪ **Ejemplo:**

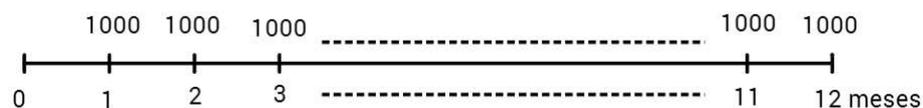
- Fondo de ahorro en el que se ingresan 1000 € al principio de cada mes durante un año.



- Origen de la renta: primer día del mes 1
- Final de la renta: último día del mes 12

▪ **Ejemplo:**

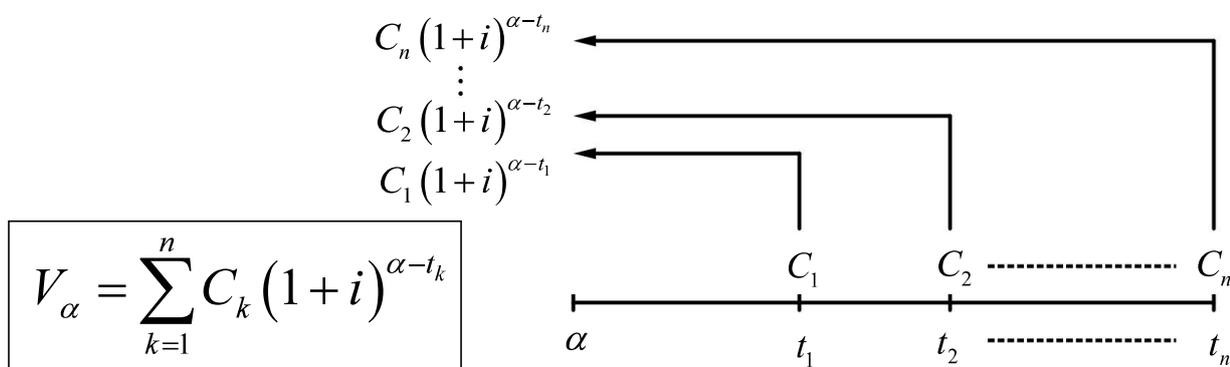
- Amortización de un préstamo en el que se entregan 1000 € al final de cada mes durante un año



- Origen de la renta: primer día del mes 1
- Final de la renta: último día del mes 12

▪ **Es la suma de todos los términos de una renta**

- valorados (capitalizados y/o descontados) en un mismo instante α
- en base a una determinada ley financiera

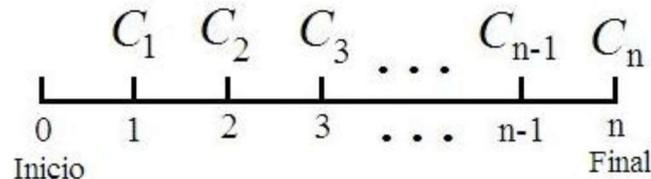


- Normalmente, según capitalización compuesta a un tipo de interés constante i
- Puntos más significativos para valorar una renta:
 - Origen de la renta: obtenemos el valor inicial (o actual) de la renta
 - Final de la renta: obtenemos el valor final de la renta

- Una renta es **periódica** si el tiempo entre dos términos consecutivos es siempre el mismo

- Cada termino de la renta esta asociado a un intervalo de tiempo de igual duración

- **Ejemplo:**

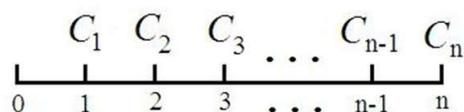


- Un término cada unidad temporal (semana, mes, año,...)

- **1. Clasificación según el vencimiento de los términos**

- Rentas pospagables

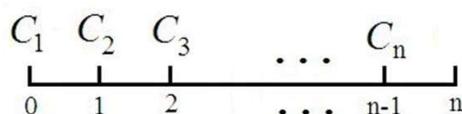
- Las cuantías vencen al final de cada periodo.



- inicio de la renta: un periodo antes del vencimiento de la primera cuantía
- final de la renta: coincide con el vencimiento de la última cuantía

- Rentas prepagables

- Las cuantías vencen al comienzo de cada periodo.

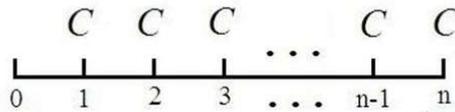


- inicio de la renta: coincide con el vencimiento de la primera cuantía
- final de la renta: un periodo después del vencimiento de la última cuantía

2. Clasificación según la cuantía de los términos

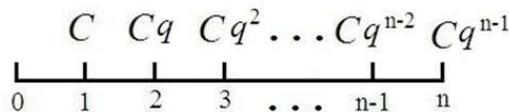
- Rentas de cuantía constante

- La cuantía de todos los términos es igual
 - Ejemplo de renta pospagable de cuantía constante:



- Rentas geométricas (de cuantía variable)

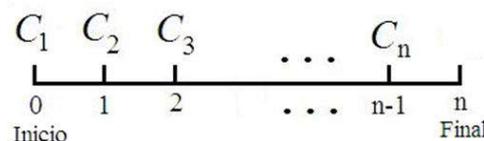
- Las cuantías varían en progresión geométrica
- Las cuantías aumentan (o disminuyen) un porcentaje respecto de la anterior
 - Ejemplo de renta pospagable geométrica:



3. Clasificación según la duración de la renta

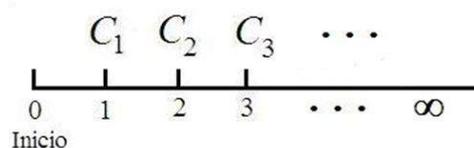
- Rentas temporales

- El número de términos es finito
- “Se acaba”
 - Ejemplo de renta prepagable temporal:



- Rentas perpetuas

- El número de términos tiende a infinito
 - Ejemplo de renta pospagable perpetua:

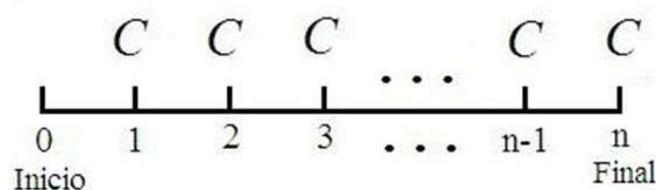


- Usamos la ley de capitalización compuesta a tipo de interés constante
- **Valor actual o valor descontado: V_0**
 - Es la valoración de la renta en el origen
 - Origen: normalmente a la firma del contrato entre acreedor y deudor
 - momento en el cual el acreedor hace entrega de la prestación al deudor (habitualmente en un único pago)
- **Valor final o valor capitalizado: V_n**
 - Es la valoración de la renta al final
 - Final: normalmente cuando finaliza la relación contractual
 - Representa el valor financiero (capitales e intereses) de los pagos realizados
- **Relación entre valor actual y valor final:**

$$V_n = V_0(1+i)^n$$

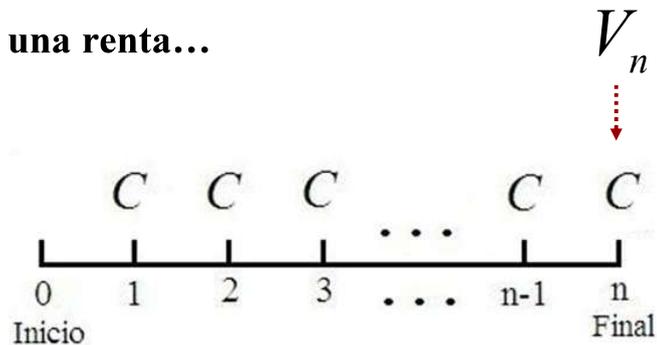
$$V_0 = V_n(1+i)^{-n}$$

- **Según vencimiento**
 - Pospagable
 - Prepagables
- **Según cuantía**
 - Constante
 - Geométrica
 - Aritmética
- **Según duración**
 - Temporal
 - Perpetua



■ Valor final (capitalizado) de una renta...

- Periódica
- Pospagable
- Constante
- Temporal



➤ Tenemos

$$V_n = C(1+i)^{n-1} + C(1+i)^{n-2} + C(1+i)^{n-3} + \dots + C$$

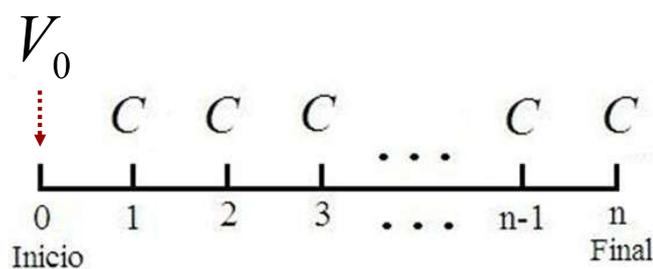
$$V_n = C \left((1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-3} + \dots + 1 \right) = C \frac{(1+i)^n - (1+i)^{-1}}{1 - (1+i)^{-1}}$$

$$V_n = C \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} = C \cdot S_{\overline{n}|i}$$

* Suma de n terminos de una progresión geometrica de razon r : $S = \frac{a_1 - a_n \cdot r}{1 - r}$

■ Valor actual (descontado) de una renta...

- Periódica
- Pospagable
- Constante
- Temporal



➤ Podríamos hacer

$$V_0 = C(1+i)^{-1} + C(1+i)^{-2} + C(1+i)^{-3} + \dots + C(1+i)^{-n} = \dots$$

➤ Pero tenemos

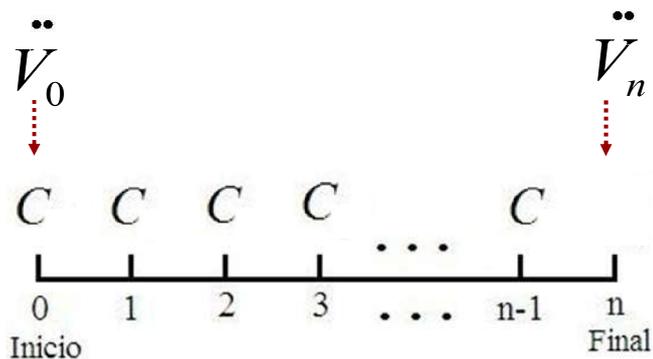
$$V_0 = V_n \cdot (1+i)^{-n} = C \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot (1+i)^{-n} = C \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

➤ Con lo que

$$V_0 = C \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = C \cdot a_{\overline{n}|i}$$

■ **Valor final (capitalizado) de una renta...**

- Periódica
- Prepagable
- Constante
- Temporal



➤ Las cuantías están “un intervalo antes que pospagable”, así que

$$\ddot{V}_0 = V_0 \cdot (1+i)$$

$$\ddot{V}_n = V_n \cdot (1+i)$$

