

# EXAMEN PARCIAL DE LÓGICA

*Sintaxis y semántica de la lógica de predicados*

Grado en Ingeniería de la Ciberseguridad, URJC

28 de noviembre de 2019

*Este examen cuenta 2 puntos en la nota final ordinaria de la asignatura.*

1. (0,4p) Define una función que, a partir de una fórmula de la lógica de predicados, nos devuelva el conjunto de símbolos de predicado que aparecen en dicha fórmula.
2. (0,4p) Tenemos la fórmula  $\forall x \exists y (Q(x, a) \vee \neg (P(y) \rightarrow P(f(z))))$ , siendo "a" una constante, "x", "y" y "z" variables del mismo dominio, "f" una función, y "Q" y "P" predicados. Con el único dominio  $D = \{\text{Pepe, Juan, María}\}$ , haya una interpretación y una asignación que la haga verdadera, y otra interpretación y asignación que la haga falsa.
3. Formaliza, en lógica de predicados, los siguientes enunciados. Por cada uno de ellos, recuerda que es imprescindible definir también los dominios, los predicados, funciones, constantes, etc. Usa funciones siempre que se pueda (en caso contrario se penalizará). Formaliza con el máximo de detalle posible (en caso contrario se penalizará), pero no hasta tal punto que resulte innecesario o redundante (en caso contrario se penalizará).
  - a. (0,3p) Los profesores son amigos de todos sus alumnos excepto de los pelotas. (Entendemos: no sabemos si los profesores son también amigos de los pelotas, un alumno puede tener muchos profesores).
  - b. (0,3p) Hay personas cuyo padre intenta ser su amigo.
  - c. (0,3p) Existe algún número natural que es múltiplo de todos los primos que se puedan escribir como la multiplicación de ese número por algún otro.
  - d. (0,3p) Excepto Chema Alonso, los buenos hackers que atacan a malos hackers son malos hackers. (Entendemos: que lo contrario de ser bueno es ser malo, que no sabemos si Chema Alonso será un mal hacker al atacar a malos hackers)

$$1) \quad f: F \longrightarrow P(A) \quad A = \{ \text{símbolos de predicado} \}$$

• Si la fórmula es atómica:

$$f(T) = f(\perp) = f(p) = f(s=t) = \emptyset$$

$$f(P(t_1, \dots, t_n)) = \{P\}$$

• Si la fórmula no es atómica:

$$f(\neg \varphi_1) = f(\varphi_1)$$

$$f(\varphi_1 \oplus \varphi_2) = f(\varphi_1) \cup f(\varphi_2)$$

$$f(\forall x \varphi_1) = f(\exists x \varphi_1) = f(\varphi_1)$$

2)

Verdadera:

$$\bullet Q^I = D \times D$$

$$\bullet P^I \text{ cualquiera}$$

$$\bullet f^I \text{ cualquiera}$$

$$\bullet a^I \text{ cualquier elemento del dominio}$$

$$\bullet z^A \text{ cualquier elemento del dominio}$$

Falsa:

$$\bullet Q^I = \emptyset$$

$$\bullet P^I = D$$

$$\bullet f^I, a^I, z^A \text{ cualquiera}$$

3)

$$a) D = \{ \text{personas} \}$$

$P(x, y)$  :  $x$  es profesor de  $y$

$Q(x)$  :  $x$  es un pelota

$A(x, y)$  :  $x$  e  $y$  son amigos

$$\forall x \forall y (P(x, y) \wedge \neg Q(y) \rightarrow A(x, y))$$

b)

$$D = \{ \text{personas} \}$$

$A(x, y)$  :  $x$  intenta ser amigo de  $y$

$f(x)$  : padre de  $x$

$$\exists x A(f(x), x)$$

c)

$$D = \mathbb{N}$$

$P(x)$  :  $x$  es primo

$$f(x, y) = x \cdot y$$

$$\exists x \forall z (P(z) \wedge \exists w (z = f(x, w)) \rightarrow \exists y (x = f(z, y)))$$

d)

$$D = \{ \text{hackers} \} \quad c \in D \text{ (Chema Alonso)}$$

$B(x)$  :  $x$  es bueno

$A(x, y)$  :  $x$  ataca a  $y$

$$\forall x \forall y (B(x) \wedge \neg (x = c) \wedge A(x, y) \wedge \neg B(y) \rightarrow \neg B(x))$$