

EXAMEN PARCIAL DE LÓGICA

Conjuntos, relaciones y funciones

Grado en Ingeniería de la Ciberseguridad, URJC

23 de septiembre de 2019

Este examen cuenta 2 puntos en la nota final ordinaria de la asignatura.

En un concurso de hacking, los participantes son: Pedro, Juan, María, Carlos, Alfonso y Kevin. Una vez terminado el concurso, tenemos el siguiente registro de los ataques realizados:

Hora	Atacante	Atacado	¿Exitoso?	Calidad del ataque
14:01	María	Kevin	Sí	6
14:03	Kevin	María	No	9
15:58	Pedro	María	No	3
15:59	Kevin	María	Sí	7
16:18	Juan	Pedro	Sí	2
17:08	Carlos	Juan	No	9
17:32	Kevin	María	Sí	5
18:48	Juan	Kevin	No	2
19:30	Carlos	Pedro	No	7
19:48	María	María	No	10
19:59	Juan	María	No	8
19:59	María	Carlos	Sí	9

- 1) (0,2 puntos) Describe, por extensión, las partes del conjunto de participantes que han tenido éxito en alguno de sus ataques y además han tenido una calidad mínima de 5 en alguno de esos ataques exitosos. Indica su cardinal.
- 2) Tenemos el conjunto de los participantes que atacan antes de las 16:00. Tenemos también el conjunto de los participantes que atacan después de las 16:00.
 - a. (0,2 puntos) Describe, por extensión, la unión e intersección de ambos conjuntos
 - b. (0,2 puntos) Describe, por extensión, el complemento relativo del segundo conjunto respecto del primero
 - c. (0,2 puntos) Describe, por extensión, y representa gráficamente el producto cartesiano
- 3) (0,2 puntos) Describe, por extensión, la siguiente relación binaria en el conjunto de participantes: xRy si sólo si x ha atacado a y en algún momento. Indica su cardinal.
 - a. (0,2 puntos) Describe, por extensión, el dominio, la imagen directa y el codominio de la relación
 - b. (0,2 puntos) Describe, por extensión, la imagen inversa del conjunto de personas atacadas con éxito.
 - c. (0,4 puntos) Indica las propiedades que cumple y no cumple. Según esto: ¿Cuál es el tipo de relación? ¿De equivalencia, de orden u otra? Justifica tus respuestas.
 - d. (0,2 puntos) ¿La relación es una función? Justifica tu respuesta.

1)

$$A = \{ \text{María, Kevin} \}$$

$$P(A) = \{ \emptyset, \{ \text{María} \}, \{ \text{Kevin} \}, \{ \text{María, Kevin} \} \}$$

$$\text{Card}(P(A)) = 4$$

2) $A = \{ \text{María, Kevin, Pedro} \}$ (Antes de las 16:00)

$B = \{ \text{Juan, Carlos, Kevin, María} \}$ (Después 16:00)

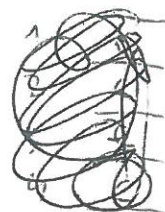
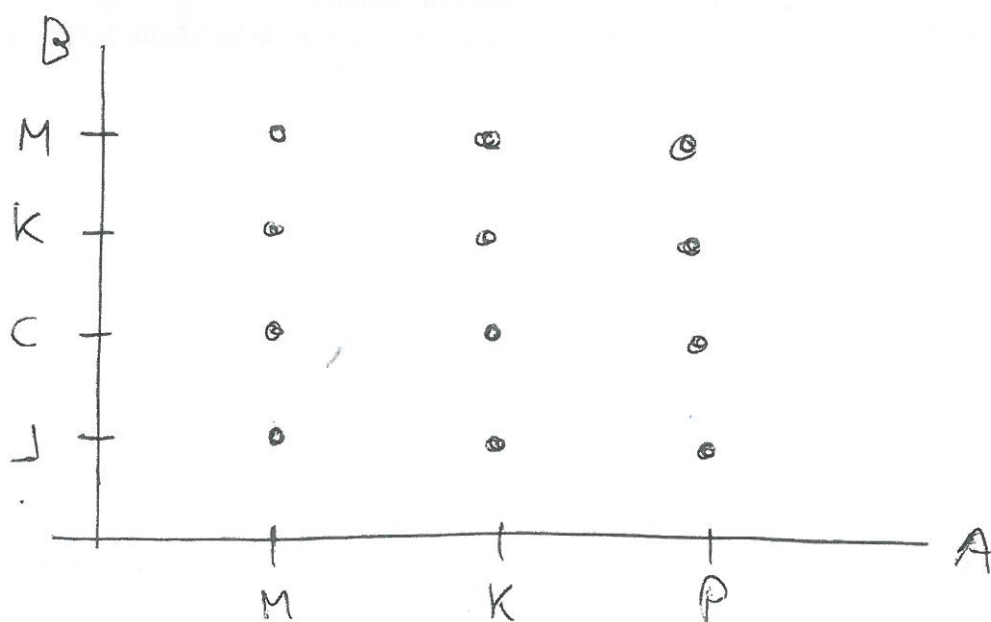
a) $A \cup B = \{ \text{María, Kevin, Pedro, Juan, Carlos} \}$

$A \cap B = \{ \text{María, Kevin} \}$

b) $A \setminus B = \{ \text{Pedro} \}$

c) $A \times B = \{ (M, J), (M, C), (M, K), (M, M), (K, J), (K, C), (K, K), (K, M), (P, J), (P, C), (P, K), (P, M) \}$

Hemos puesto solo las iniciales de los nombres, para no escribir tanto



$$3) A = \{ P, J, M, C, A, K \}$$

Hemos sustituido cada nombre por su inicial, para no escribir tanto

$$R \subseteq A \times A$$

$$R = \{ (M, K), (K, M), (P, M), (J, P), (C, J), \\ (J, K), (C, P), (M, M), (J, M), (M, C) \}$$

$$\text{Card}(R) = 10$$

$$a) \text{dom}(R) = \{ M, K, P, J, C \}$$

$$\text{Im}(R) = \{ K, M, P, J, C \}$$

$$\text{codominio}(R) = A$$

$$b) B = \{ K, M, P, C \} \quad \begin{array}{l} \text{Personas atacadas} \\ \text{con éxito} \end{array}$$

$$R^{-1}(B) = \{ M, J, K, P, \text{A} \}$$

c) - Reflexiva: no. Solo M está relacionada consigo misma, pero no los demás.

- Simétrica: no. Se cumple en algunos casos, pero no en todos. Contraejemplo: existe (P, M) pero no (M, P) .

- Antisimétrica: no. Hay un caso en el que no se cumple: existen en la relación (M, K) y (K, M) , pero obviamente $M \neq K$.

- Transitiva: no. Contraejemplo: existen (K, M) y (M, C) , pero no (K, C) .

No es de equivalencia (debería cumplir reflexiva, simétrica y transitiva) ni de orden (reflexiva,

antisimétrica y transitiva).

d) No es una función porque no cumple el test de la recta vertical, además para comprobar si una relación binaria es una función:

- No cumple $\text{dom}(R) = A$.
- En su gráfica, hay verticales que cortan en varios puntos a la gráfica. Es decir, hay elementos del dominio que están relacionados con más de un elemento de la imagen directa. Ej: (M, K) y (M, C) y (M, H) .

Por lo tanto la relación no cumple ninguna de las tres propiedades.