

Lección 3: Formato y Modulación en Banda Base. Parte I

Gianluca Cornetta, Ph.D.

Dep. de Ingeniería de Sistemas de Información y Telecomunicación

Universidad San Pablo-CEU



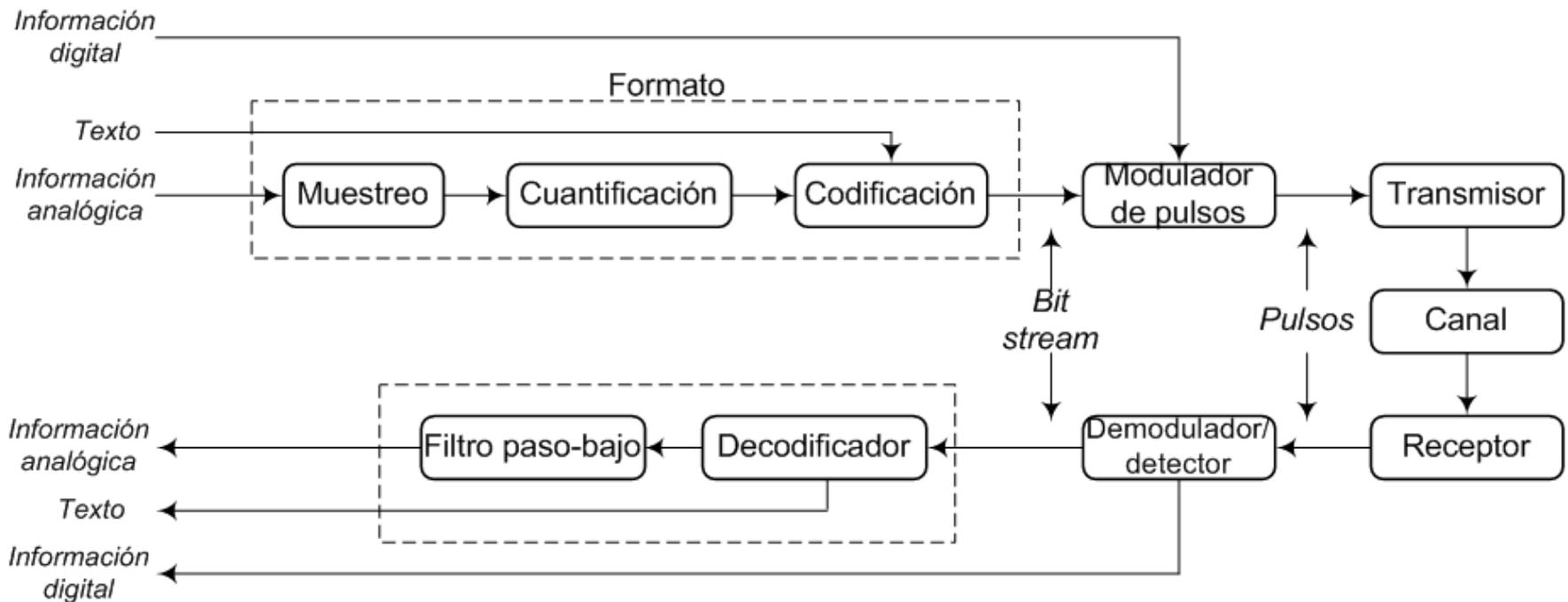
Contenido

- Sistemas en Banda Base
- Formato de Texto
- Mensajes, Caracteres y Símbolos
- Formato de Información Analógica
- Fuentes de Distorsión



Sistemas en Banda Base

- ❑ El primer tipo de procesamiento digital de la señal consiste en asignar un formato a los datos a transmitir transformándolos en símbolos digitales (este proceso se conoce como *codificación de fuente*)
- ❑ Una vez codificada, la información debe ser convertida en una serie de formas de onda compatibles con el canal de transmisión (*en el caso de transmisión en banda base las señales compatibles son pulsos*)



Formato de Texto

- ❑ La forma más común de intercambio de datos es a través de mensajes de texto o codificación analógica
- ❑ Existen varios formatos estándar de codificación de texto:
 - ❑ *American Standard Code for Information Interchange (ASCII)*
 - ❑ *Extended Binary Coded Decimal Interchange Code (EBCDIC)*



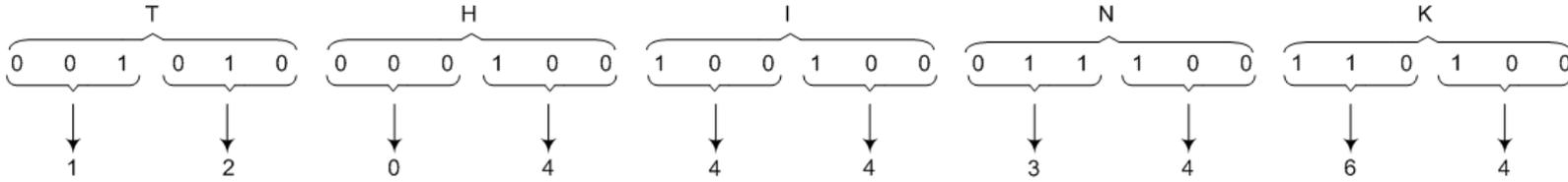
Mensajes, Caracteres y Símbolos

Los caracteres pueden codificarse como secuencias de k bits que pertenecen a un alfabeto de $M=2^k$ símbolos (si $k=1$ se habla de sistema binario)

Message (text)

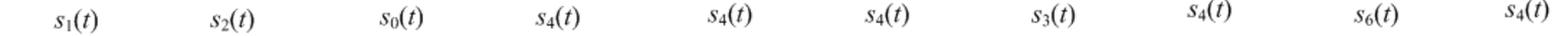
"THINK"

Character coding
(ASCII 6-bit):

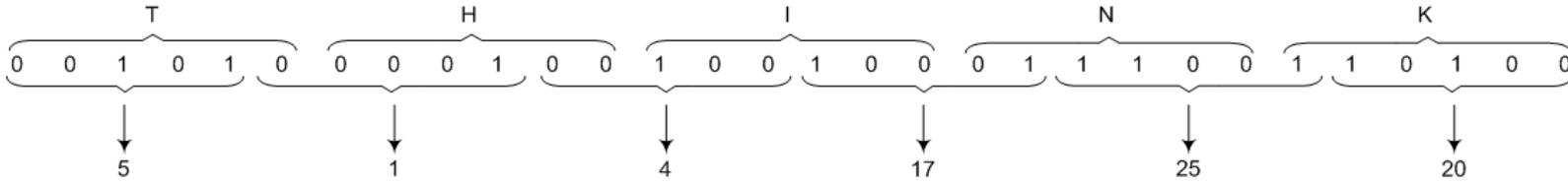


8-ary digits
(symbols):

8-ary waveforms:



Character coding
(ASCII 6-bit):

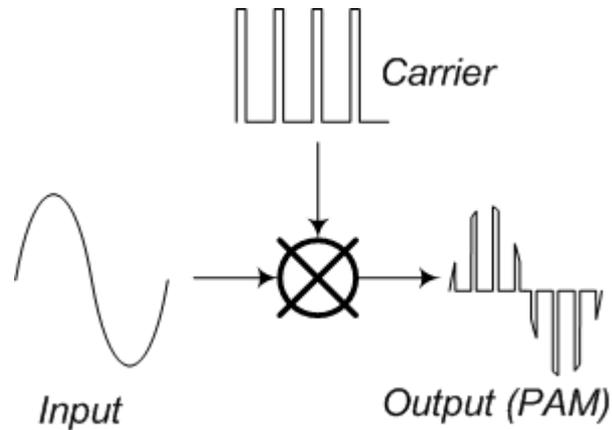


32-ary digits
(symbols):

32-ary waveforms:



Formato de Información Analógica



- ❑ Si la información es analógica es necesario convertirla en un formato digital compatible con el sistema de comunicación
- ❑ El primer paso a realizar es el muestreo de la señal realizado mediante un mecanismo de muestreo y retención de valores denominado *sample & hold*
- ❑ El resultado del proceso de muestreo es una portadora modulada por la amplitud de la señal analógica. La señal resultante es de tipo PAM (*Pulse Amplitude Modulation*)
- ❑ La frecuencia de portadora marca el tiempo de muestreo de la señal y es determinada por el teorema del muestreo (uniforme): *Una señal limitada en banda y sin componentes espectrales por encima de f_m Hz puede ser determinada unívocamente a partir de los valores muestreados en intervalos de tiempo uniforme*

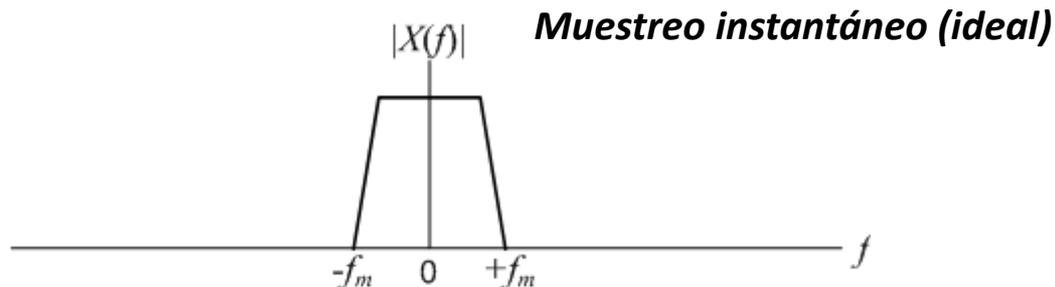
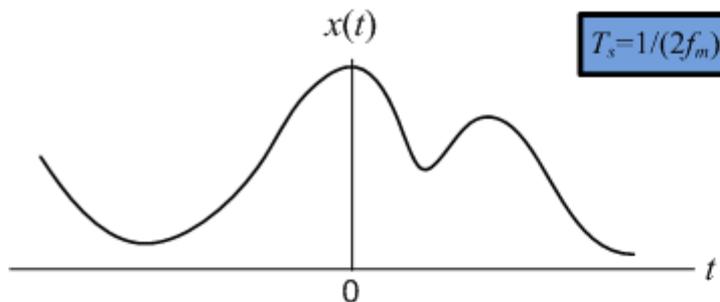
$$T_s \leq \frac{1}{2f_m} \text{ sec}$$

- ❑ La restricción sobre el tiempo de muestreo puede expresarse también en función de la frecuencia (Criterio de Nyquist)

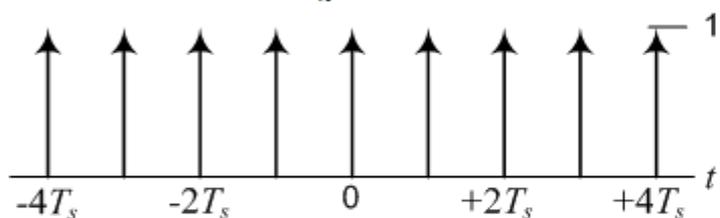
$$f_s \geq 2f_m$$

- ❑ $f_s = 2f_m$ se conoce como frecuencia de Nyquist

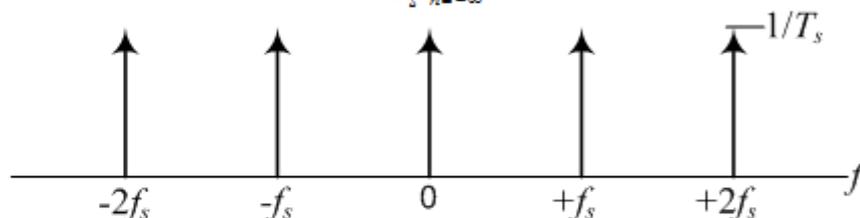
Formato de Información Analógica



$$x_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$

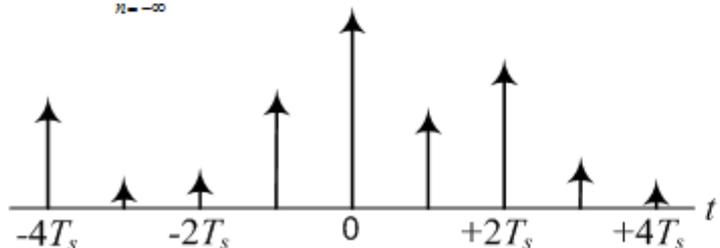


$$X_\delta(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_s)$$



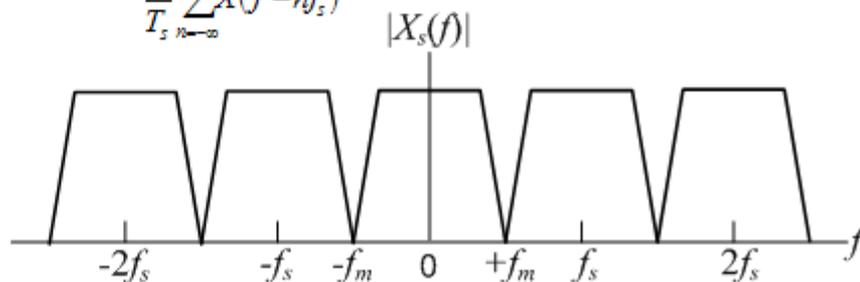
$$x_s(t) = x(t)x_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t - nT_s) =$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s)\delta(t - nT_s)$$



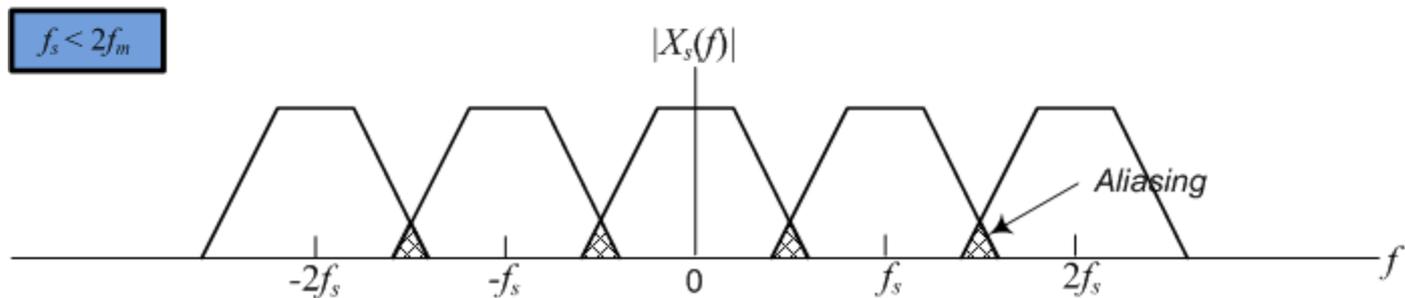
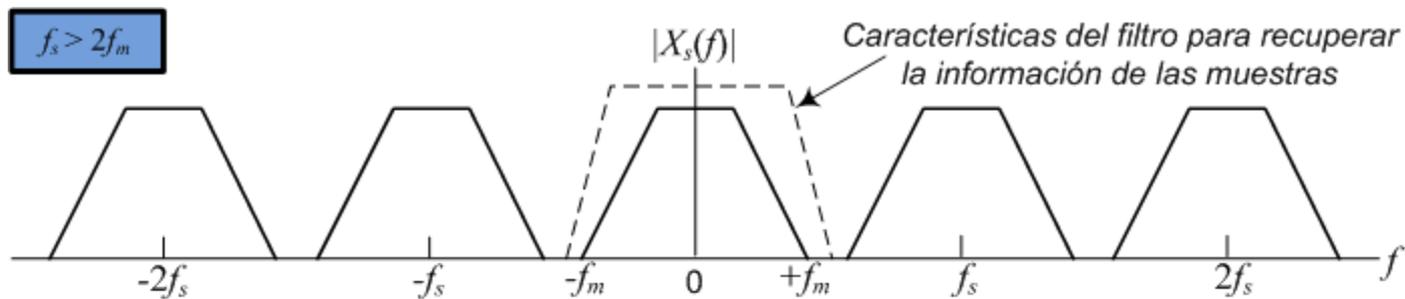
$$X_s(f) = X(f) * X_\delta(f) = X(f) * \left[\frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_s) \right] =$$

$$\frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(f - nf_s)$$

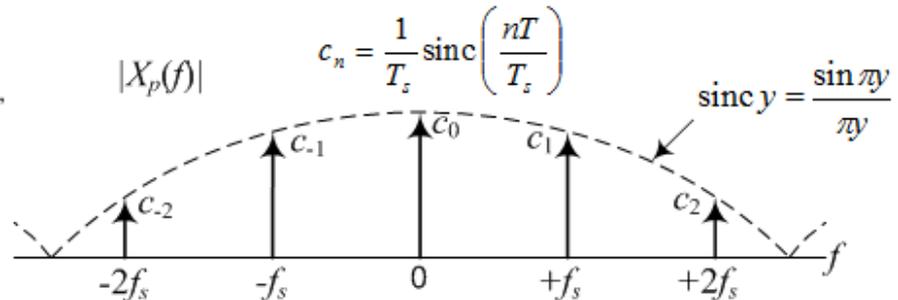
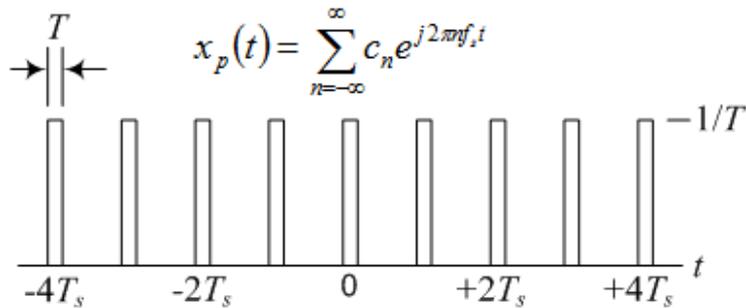
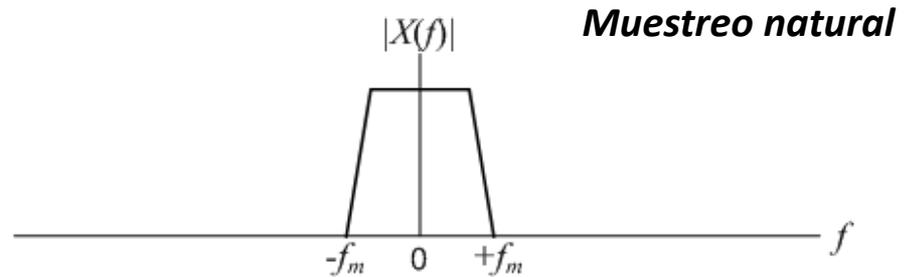
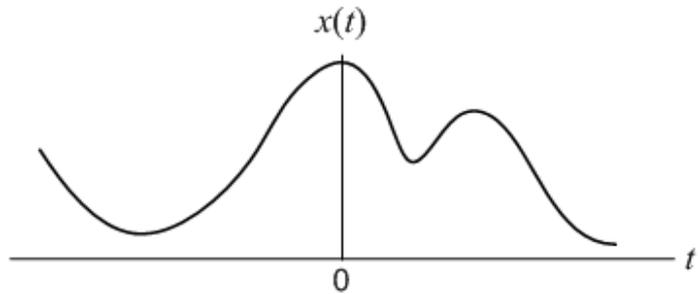


Formato de Información Analógica

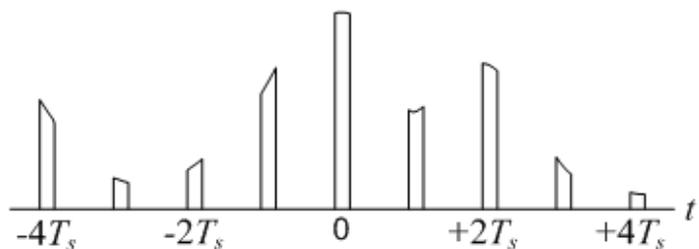
- ❑ Si el tiempo de muestreo es exactamente igual a $T_s=1/2f_m$ todas las réplicas espectrales están separadas de f_s Hz y hace falta un filtro ideal para reconstruir la señal
- ❑ La frecuencia de Nyquist $f_s=2f_m$ es la frecuencia por de bajo de la cual se produce *aliasing*
- ❑ Cuando se muestra por debajo de la frecuencia de Nyquist se habla de submuestreo (*undersampling*)



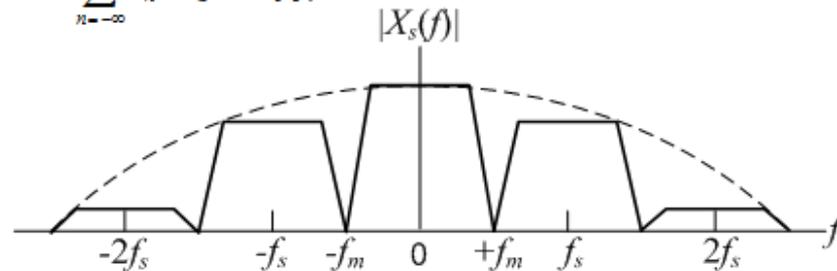
Formato de Información Analógica



$$x_s(t) = x(t)x_p(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi n f_s t}$$



$$X_s(f) = \mathcal{F}\left\{x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi n f_s t}\right\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \mathcal{F}\{x(t) e^{j2\pi n f_s t}\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n X(f - n f_s)$$



Formato de Información Analógica

- ❑ La forma más sencilla de muestrear una señal se denomina *sample & hold*
- ❑ Desde el punto de vista matemático se trata de una convolución entre un tren de pulsos de muestra $x(t)x_\delta(t)$ y un pulso rectangular $p(t)$ de amplitud unitaria y ancho T_s :

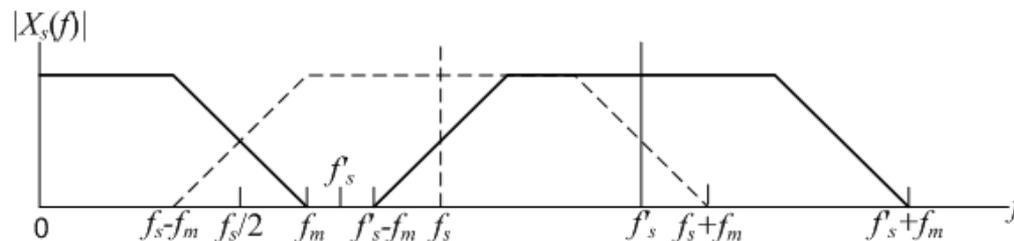
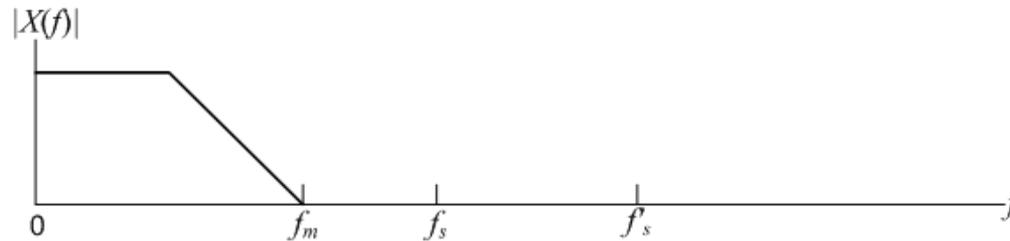
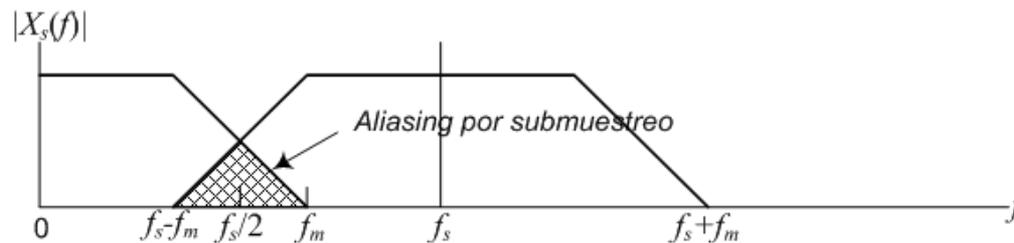
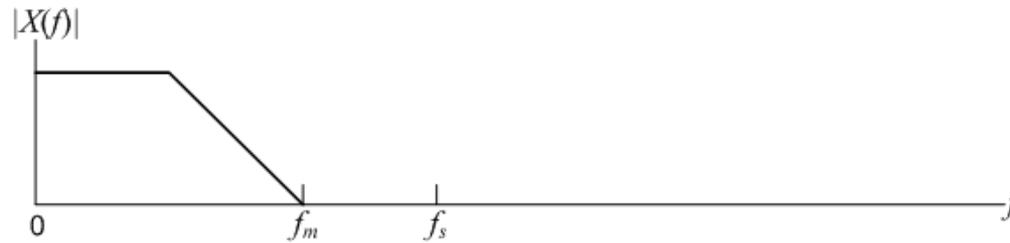
$$x_s(t) = p(t) * [x(t)x_\delta(t)] = p(t) * \left[x(t) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_s) \right]$$

- ❑ La transformada de Fourier $X_s(f)$ de la señal muestreada $x_s(t)$ es el producto en el dominio de las frecuencia entre $P(f)$ y el espectro periódico:

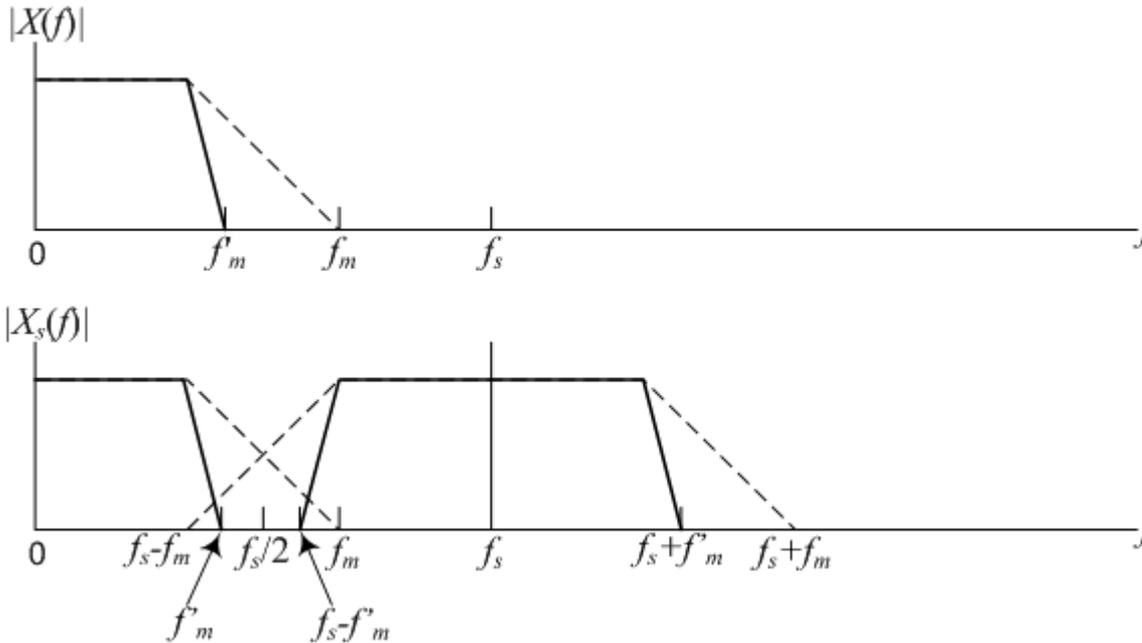
$$X_s(f) = P(f) \mathfrak{F} \left\{ x(t) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_s) \right\} = P(f) \left\{ X(f) * \left[\frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(f - nf_s) \right] \right\} = P(f) \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(f - nf_s)$$

- ❑ $P(f)$ es de la forma $T_s \text{sinc}(fT_s)$
- ❑ Los efectos de la operación de *hold* son:
 - ❑ Una atenuación significativa de las componentes espectrales de alta frecuencia (un pos-filtrado puede aplicarse para atenuar ulteriormente las componentes de alta frecuencia)
 - ❑ Una ganancia espectral no uniforme $P(f)$ aplicada al espectro en banda base (esta atenuación puede ser compensada pos-filtrando la señal incorporando una operación $1/P(f)$ en la banda de paso de la señal)

Formato de Información Analógica



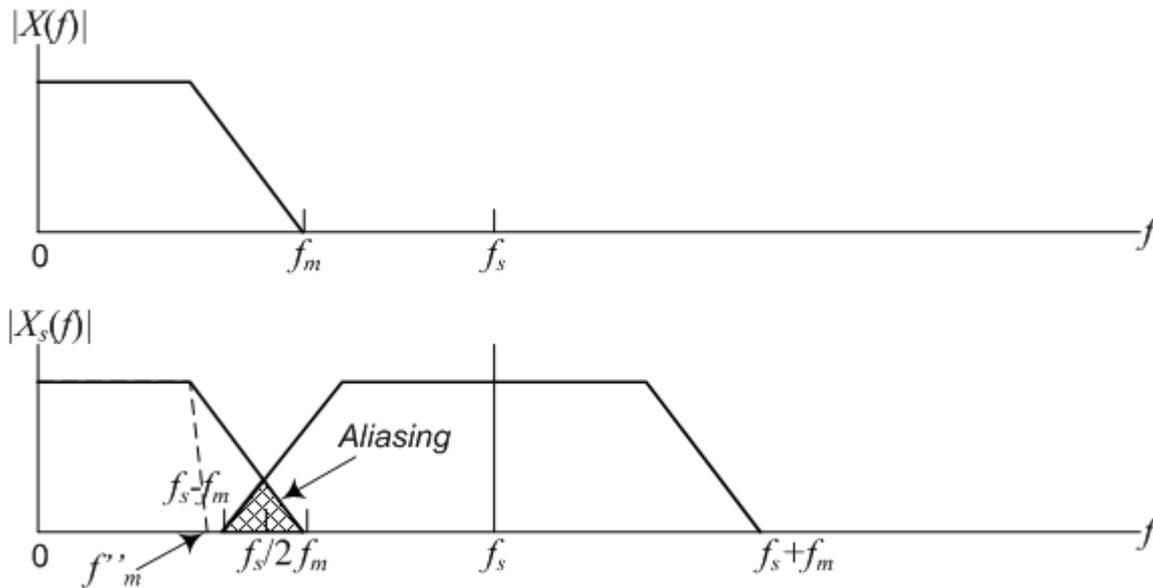
Formato de Información Analógica



La regla práctica consiste en implementar un filtro antialiasing con una banda de transición de entre el 10% y el 20% del ancho de banda de la señal. Teniendo en cuenta de esta regla el criterio de Nyquist puede expresarse como $f_s \geq 2.2f_m$

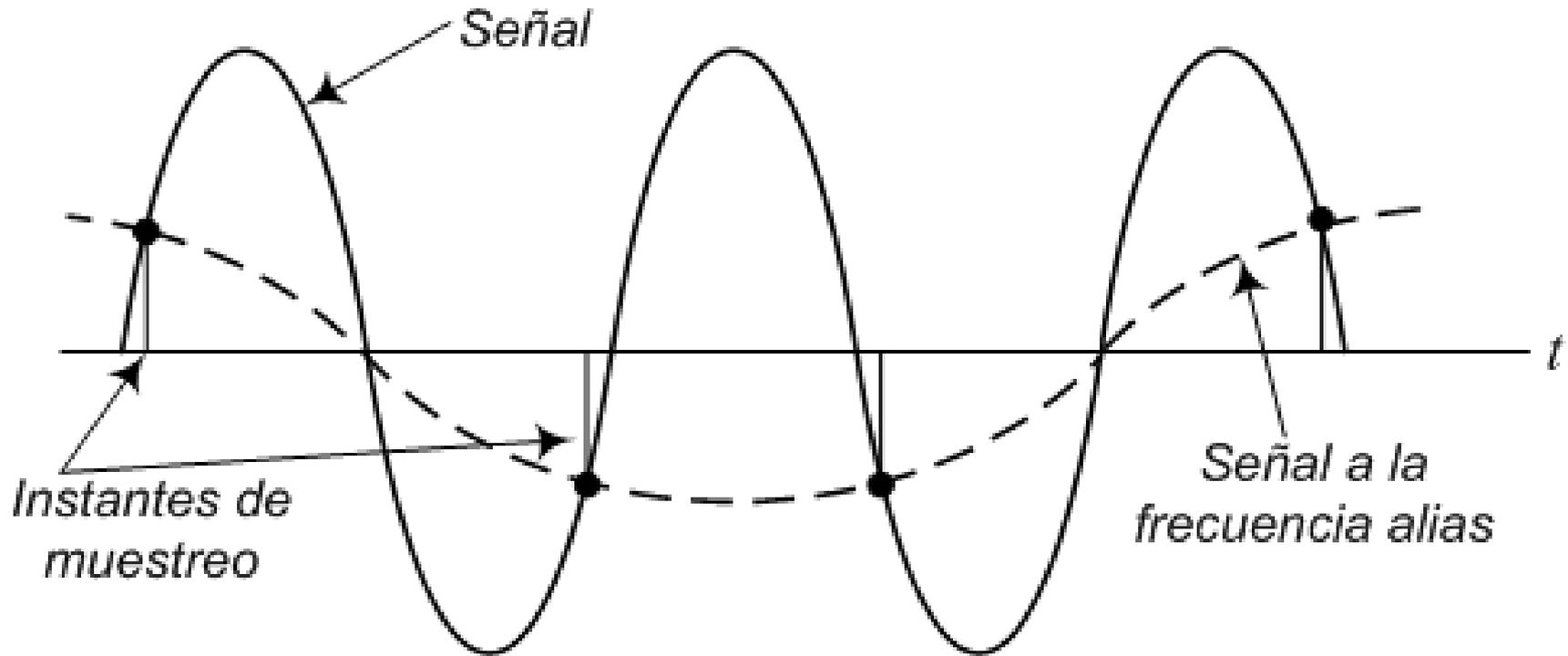
Una técnica para eliminar el *aliasing* consiste en el pre-filtrado de la señal analógica mediante filtros antialiasing de manera que la máxima frecuencia sea $f'_m < 2f_s$. Reducir el ancho de banda implica la utilización de filtros con una banda de transición muy estrecha que podrían ser muy costosos de implementar. Por consiguiente hay que buscar una solución de compromiso entre frecuencia de muestreo y banda del filtro *antialiasing*.

Formato de Información Analógica



Cuando la estructura de la señal es conocida, el aliasing se puede eliminar mediante pos-filtrado utilizando un filtro paso-bajo con una banda de corte $f''_m < (f_s - f_m)$.

Formato de Información Analógica

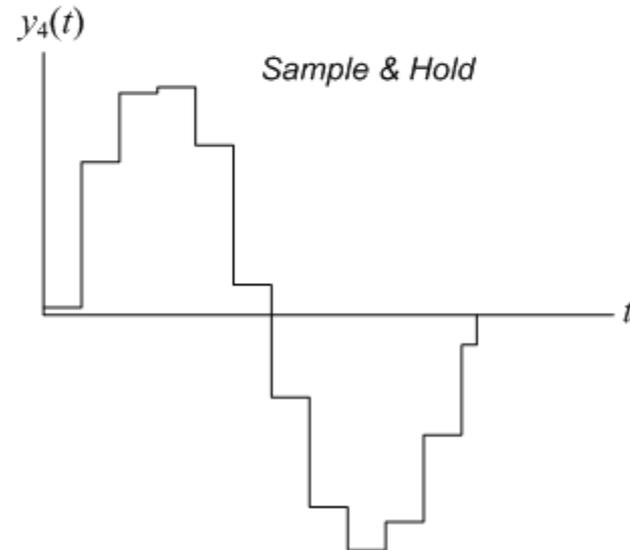
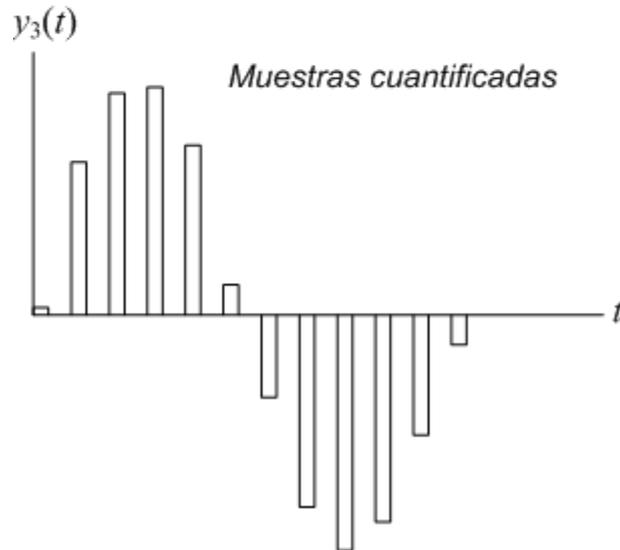
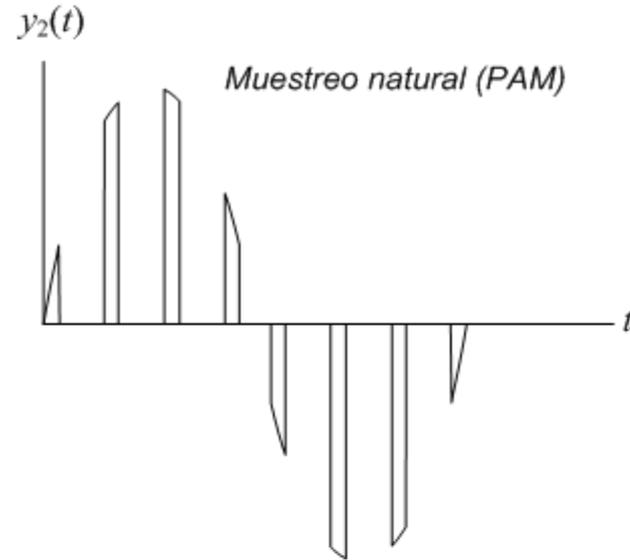
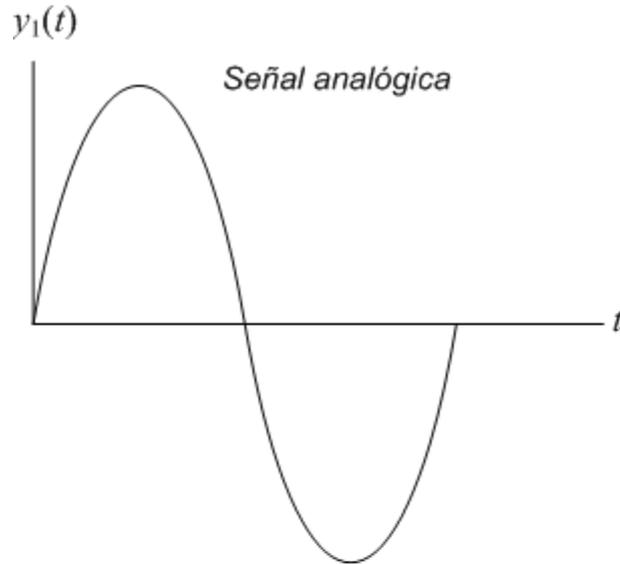


El aliasing debido a submuestreo de la señal implica que, en el dominio del tiempo, existe una ambigüedad que impide poder reconstruir correctamente la señal original porque existen más señales que pueden pasar por los puntos muestreados

Formato de Información Analógica

- ❑ El sobremuestreo (*oversampling*) es la técnica más eficiente y barata para realizar una conversión de analógico a digital o de digital a analógico de una señal
- ❑ *ADC sin oversampling*
 - ❑ La señal es filtrada por un filtro paso-bajo de elevadas prestaciones para limitarla en banda
 - ❑ La señal filtrada es muestreada a la frecuencia de Nyquist
 - ❑ Las muestras son procesadas por un convertidor analógico-digital que asigna a las muestras continuas unos valores numéricos discretos
- ❑ *ADC con oversampling*
 - ❑ La señal es filtrada por un filtro paso-bajo de bajas prestaciones para limitarla en banda (pre-filtrado)
 - ❑ La señal pre-filtrada es muestreada a la frecuencia de Nyquist
 - ❑ Las muestras son procesadas por un convertidor analógico-digital que asigna a las muestras continuas unos valores numéricos discretos
 - ❑ Las muestras digitales son procesadas por un filtro digital de elevadas prestaciones para reducir el ancho de banda de las muestras digitales
 - ❑ La frecuencia de muestreo en la salida del filtro digital es reducida proporcionalmente a la reducción de ancho de banda obtenida con el filtro digital

Formato de Información Analógica

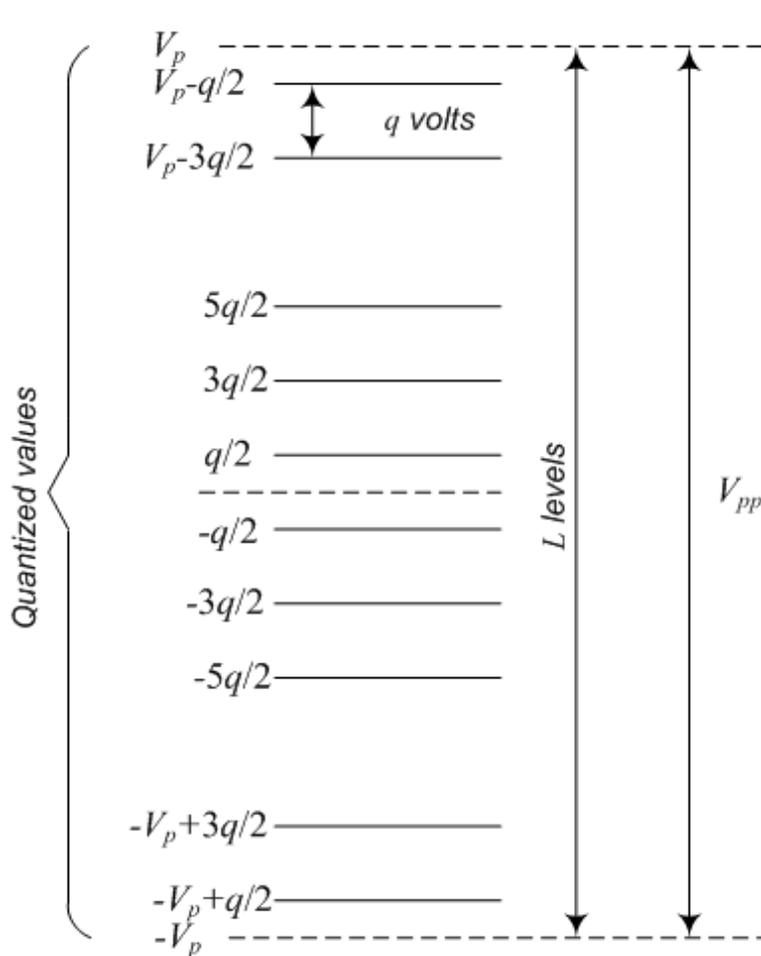


Fuentes de Distorsión

- ❑ La información analógica es reconstruida a partir de muestras de pulsos cuantificados
- ❑ Las fuentes de distorsión en los pulsos transmitidos están relacionadas con:
 - ❑ *Efectos de muestreos y cuantificación*
 - ❑ Ruido de cuantificación introducido por el proceso de conversión de analógico a PAM cuantificado
 - ❑ Saturación del cuantificador cuando la señal analógica excede el rango operativo del cuantificador (la saturación se evita utilizando *Control Automático de Ganancia* –AGC)
 - ❑ Jitter del clock de muestreo que lleva a un muestreo no uniforme (el Jitter es un proceso aleatorio que equivale a una modulación de frecuencia de la señal en banda base e introduce una componente espectral de banda ancha con propiedades parecidas al ruido de cuantificación)
 - ❑ *Efectos de canal*
 - ❑ Ruido de canal debido a fuentes internas (ruido térmico, transitorios de conmutación) y externas (interferencias de otros usuarios)
 - ❑ Interferencia intersímbolo (*Intersymbol Interference* –ISI) debido al efecto de dispersión de los pulsos de un canal limitado en banda, sobre todo cuando el ancho de banda de canal es muy próximo al ancho de banda de la señal (el ensanchamiento del pulso superará la duración de un símbolo provocando solapamientos entre pulsos)



Fuentes de Distorsión



- ❑ La dinámica de la señal analógica $V_{pp} = 2V_p$ es dividida en intervalos de cuantificación de q V
- ❑ Cuando los niveles de cuantificación son distribuidos uniformemente sobre la dinámica de la señal se habla de *cuantificador lineal* o *uniforme*
- ❑ El error de conversión es igual a la mitad de un intervalo de cuantificación, es decir, $\pm q/2$ V

Fuentes de Distorsión

- ❑ La figura de mérito para medir la bondad de un cuantificador uniforme es la *varianza del cuantificador* (es decir, el error cuadrático medio asumiendo media nula)
- ❑ Asumiendo un error de cuantificación e uniformemente distribuido a lo largo de un intervalo de cuantificación, la varianza del cuantificador resulta ser:

$$\sigma^2 = \int_{-q/2}^{+q/2} e^2 p(e) de = \int_{-q/2}^{+q/2} e^2 \frac{1}{q} de = \frac{q^2}{12}$$

- ❑ Donde $p(e) = 1/q$ es la función de densidad de probabilidad (uniforme) del error de cuantificación
- ❑ La varianza σ^2 corresponde a la potencia media del ruido de cuantificación
- ❑ La potencia de pico de la señal (normalizada respecto a una resistencia de 1Ω) es:

$$V_p^2 = \left(\frac{V_{pp}}{2} \right)^2 = \left[\frac{q(L-1)}{2} \right]^2 \approx \left(\frac{Lq}{2} \right)^2 = \frac{L^2 q^2}{4}$$

- ❑ Por tanto, la relación señal ruido de cuantificación resulta ser:

$$\left(\frac{S}{N} \right)_q = \frac{L^2 q^2 / 4}{q^2 / 12} = 3L^2$$

- ❑ Para señales aleatorias hay que utilizar la potencia media de señal más que la de pico