La importancia de la constante de Planck

Relaciones de análisis dimensional

De la relación que gobierna el efecto fotoeléctrico, $E = \hbar\omega - W$, extraemos las dimensiones de la constante de Planck:

$$[\hbar] = M L^2 T^{-1} \tag{1}$$

Pero, ¿cuál es el significado de esta expresión? Para responder a la pregunta, vale la pena relacionar la constante con algunas magnitudes físicas conocidas. Sabemos ya, puesto que es la base del cálculo de partida, que

$$[\hbar] = [\text{energía}][\text{tiempo}] \tag{2}$$

De la (1), deducimos

$$[\hbar] = M L^2 T^{-1} = M L T^{-1} \times L \tag{3}$$

El primer término de (3), $M L T^{-1}$, indica las dimensiones de un momento lineal, o cantidad de movimiento, por lo que:

$$[\hbar] = [\text{momento lineal}][\text{longitud}] \tag{4}$$

Notamos en (2) y (4) la correspondencia espacio-temporal que asocia las parejas energía-tiempo y momento lineal-espacio: la energía está ligada al tiempo (más correctamente, la conservación de la energía está asociada a la invariancia por traslación en el tiempo – esto lo estudiaran con más profundidad en Mecánica Teórica), tal como el momento lineal está ligado al espacio (la conservación del primero está asociada a invariancia por traslaciones espaciales). Estas relaciones hacen plausible la compatibilidad de la física cuántica con la teoría de la relatividad (galileana o einsteniana), es decir, la posibilidad de adaptar a las teorías cuánticas, sin demasiada dificultad, a nuestra concepción del espacio-tiempo.

De (1), vemos que $\hbar$ tiene dimensiones de momento angular. Como en el sistema internacional de unidades los ángulos no tienen dimensión, podemos entonces escribir:

$$[\hbar] = [\text{momento angular}][\text{ángulo}] \tag{5}$$

Recordemos que la conservación del momento angular está ligada a una invariancia por rotación. De la relación (5) deducimos que la constante de Planck aparece como la unidad natural del momento angular en física cuántica.

El formalismo lagrangiano de la mecánica clásica, que estudiarán en Mecánica Teórica, define una cantidad llamada “acción”, como una integral temporal de la energía o una integral espacial del momento lineal, por lo que la “acción” tiene dimensiones de la constante de Planck. El concepto de acción tuvo una importancia significativa en los comienzos de la teoría cuántica y es de interés para entender el dominio de aplicación de esta.

El criterio cuántico

La constante de Planck caracteriza la física cuántica y es el patrón para toda acción característica de un sistema físico. Por eso, su papel fundamental es el de delimitar el rango de validez de las teorías clásicas. Estas no constituyen más que una aproximación a la teoría cuántica y no son válidas más que cuando las cantidades tipo "acción" son muy grandes respecto de $\hbar$. Cuando una acción característica de un sistema se hace comparable a $\hbar$ se hace imposible obviar los efectos cuánticos y contentarse del análisis clásico. La receta es simple:

Acción del orden de $\hbar =$ física cuántica

Así, si la acción característica es del orden de $\hbar$ la física cuántica es *necesaria*; si es mucho mayor, la física clásica es *suficiente.* Conviene advertir que la línea de demarcación entre los dominios cuántico y clásico no coincide con la que separa los ámbitos microscópicos y macroscópicos. En otras palabras, existen cantidades notablemente grandes a escala macroscópica que llevan a una acción de orden $\hbar$: sistemas macroscópicos en los que algunas propiedades son inexplicables clásicamente y exigen una teoría cuántica. Los supraconductores, los superfluídos, el láser, son ejemplos de ello. Inversamente, hay sistemas microscópicos que pueden ser, eventualmente, bien descritos por una teoría clásica.

Para finalizar, no es posible que un fenómeno físico posea una acción característica muy inferior a $\hbar$. Si una combinación de magnitudes físicas llevará a tal caso, la acción resultante carecería de sentido físico.

Ejemplos

a) Un reloj mecánico ordinario tiene partes móviles de tamaño y masa típicos $d = 10^{-4}$ m y $m = 10^{-4}$ kg y un tiempo característico $\tau = 1$ s. La acción correspondiente es $A = md^2\tau^{-1} \cong 10^{22}\hbar$. Los relojeros clásicos no necesitaban aprender física cuántica. En cuanto a los que hacen relojes de cuarzo, es otra historia.

b) Un átomo. Consideremos, por ejemplo, el de hidrógeno. Los resultados experimentales indican que la energía de ionización del átomo de hidrógeno es de unos 2×10^{-18} J. Su espectro está caracterizado por una energía de onda mínima $\lambda = 10^3$ Å (ultravioleta), o sea, una frecuencia $\omega = 2 \times 10^{16}$ s^{-1}. Tenemos como acción característica $A = E/\omega$ del orden de $\hbar$. Concluimos que no se puede entender el átomo de hidrógeno sin acudir a la cuántica.