

Lógica Proposicional: Ejercicios de Deducción Natural (2019)

Ejercicio 1.

Demostrar la siguiente deducción con el cálculo de deducción natural, justificando cada paso.

$$T [p \rightarrow q, \neg r \rightarrow \neg q, r \rightarrow \neg s] \vdash \neg s \vee \neg p$$

Ejercicio 2.

Dar una demostración de $(p \rightarrow \neg r) \rightarrow \neg p$ a partir de las premisas $p \rightarrow q$ y $q \rightarrow r$

Ejercicio 3.

Demostrar con deducción natural:

- (1) $T [p \rightarrow \neg q, \neg (r \wedge \neg p)] \vdash q \rightarrow \neg r$
- (2) $T [p \vee q, p \rightarrow r, \neg s \rightarrow \neg q] \vdash r \vee s$

Ejercicio 4.

Demostrar con deducción natural:

$$T [\neg p \rightarrow \neg s, \neg p \vee r, r \rightarrow \neg t] \vdash \neg s \vee \neg t$$

Ejercicio 5.

Demostrar con deducción natural:

$$T [(p \wedge q) \rightarrow r, r \wedge s \rightarrow t] \vdash ((p \wedge q) \wedge s) \rightarrow t$$

Ejercicio 6.

Demostrar con deducción natural:

$$T [p \vee (q \wedge s) \rightarrow r] \vdash p \rightarrow r$$

Ejercicio 7.

Demostrar con deducción natural los siguientes razonamientos, usando solo reglas básicas:

1. $T [r \rightarrow q, r \wedge s, s \rightarrow t] \vdash q \wedge t$
2. $T [s, s \vee p \rightarrow \neg q] \vdash \neg q$
3. $T [p \leftrightarrow q, \neg p \rightarrow q, p \vee \neg p] \vdash q$
4. $T [p \rightarrow \neg r, \neg r \rightarrow q \wedge t] \vdash p \rightarrow q$
5. $T [] \vdash p \rightarrow p \vee q$
6. $T [r \vee q \rightarrow p, s \wedge t, s \rightarrow q] \vdash p$
7. $T [p \rightarrow q, r \rightarrow q, q \rightarrow s, p \vee r] \vdash s \vee t$
8. $T [p \rightarrow q, r \rightarrow q \wedge t, q \rightarrow s, p \vee r] \vdash s \vee t$
9. $T [] \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r)$
10. $T [\neg p \rightarrow q, q \wedge r \rightarrow \neg r, r] \vdash p$
11. $T [\neg p \rightarrow s, \neg q \rightarrow \neg s] \vdash \neg(\neg p \wedge \neg q)$

Ejercicio 8.

Demostrar con deducción natural:

$$T [\neg A \vee \neg B, C \rightarrow A, D \rightarrow B] \vdash \neg C \vee \neg D$$

Ejercicio 9.

Demostrar con deducción natural:

- (1) $T [\neg p \rightarrow r, s \vee (q \vee t), q \rightarrow \neg r, r \rightarrow \neg t] \vdash p \vee s$
- (2) $T [t, p \rightarrow \neg t, q \wedge \neg s \rightarrow r, \neg (q \wedge r)] \vdash q \rightarrow \neg p \wedge s$
- (3) $T [\neg p \vee (r \wedge \neg t), \neg s \rightarrow p] \vdash p \rightarrow ((q \vee r \rightarrow \neg p) \rightarrow s)$

Ejercicio 10.

Demostrar con deducción natural:

$$\vdash (p \wedge q \rightarrow \neg r) \wedge (p \vee q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$$

Ejercicio 11.

Demostrar con deducción natural:

$$T [(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow s)] \vdash (p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$$

Ejercicio 12.

Demostrar mediante deducción natural, justificando adecuadamente cada uno de los pasos dados, que la siguiente estructura deductiva es correcta:

$$T [p \rightarrow \neg t, q \wedge \neg s \rightarrow r, \neg(q \wedge r)] \vdash q \wedge t \rightarrow \neg p \wedge s$$

Ejercicio 13.

Demostrar con deducción natural:

$$T [q \rightarrow r] \vdash (p \vee q) \rightarrow (p \vee r)$$

Ejercicio 14.

Demostrar con deducción natural:

$$T [\neg p \rightarrow \neg q] \vdash (\neg p \rightarrow q) \rightarrow p$$

Ejercicio 15.

Demostrar con deducción natural:

$$\vdash (p \rightarrow \neg q) \wedge \neg (r \wedge \neg p) \rightarrow (q \rightarrow \neg r)$$

Ejercicio 16.

Demostrar con deducción natural

$$\vdash ((p \rightarrow (q \wedge \neg r)) \rightarrow p) \rightarrow p$$

Ejercicio 17.

Demostrar con deducción natural:

$$T [p \rightarrow q \vee r, q \rightarrow s, r \rightarrow s, \neg s] \vdash \neg p$$

Ejercicio 18.

Demostrar con deducción natural:

$$(1) T [(p \rightarrow q) \wedge t, (r \vee p) \wedge \neg q, \neg t \leftrightarrow \neg s] \vdash r \wedge s$$

$$(2) T [p \wedge q \rightarrow r, \neg p \vee r \rightarrow s, \neg s \vee (r \wedge q)] \vdash q \rightarrow r \vee s$$

Ejercicio 19.

Demostrar la siguiente deducción mediante deducción natural justificando cada paso:

$$T [p \vee \neg q \rightarrow r] \vdash \neg r \wedge p \rightarrow \neg q$$

(No se puede utilizar tablas de verdad, resolución ni análisis semántico)

Ejercicio 20.

Demostrar con Deducción Natural:

$$T [p \rightarrow r, q \rightarrow r] \vdash (p \vee q) \rightarrow (r \vee s)$$

Ejercicio 21.

Demostrar con deducción natural:

$$T [p \rightarrow (q \vee \neg r), \neg r \leftrightarrow \neg t, \neg(p \rightarrow \neg s) \rightarrow t] \vdash p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg s)$$

Ejercicio 22.

Demostrar con deducción natural:

$$\vdash (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow (p \wedge q \rightarrow r)$$

Ejercicio 23.

Demostrar la siguiente deducción mediante deducción natural justificando cada paso:

$$T [\neg p \vee q, q \vee r \rightarrow s, \neg r \rightarrow p] \vdash s$$

Ejercicio 24.

Demostrar con deducción natural:

$$T [\neg p \vee q, q \vee r \rightarrow s, \neg r \rightarrow p] \vdash s$$

Ejercicio 25.

Demostrar con deducción natural

$$T [(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (\neg p \wedge r)] \vdash \neg q \vee (p \vee r)$$

Ejercicio 26.

Demostrar con deducción natural:

$$T [(\neg p \leftrightarrow q) \rightarrow r, (r \wedge s) \rightarrow t] \vdash ((\neg p \leftrightarrow q) \wedge s) \rightarrow t$$

Ejercicio 27.

Probar con Deducción Natural:

$$T [A \leftrightarrow B] \vdash (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$$

Ejercicio 28.

Demostrar la corrección del siguiente razonamiento usando el método de deducción natural.

$$T [q \rightarrow s, \neg s \rightarrow (\neg p \rightarrow s), r \wedge \neg t \rightarrow q \vee \neg p, \neg t, p \rightarrow q] \vdash r \rightarrow s$$

Ejercicio 29.

Demostrar con deducción natural:

$$T [r \vee p \vee q \rightarrow r \vee \neg t, p \rightarrow s, t \rightarrow p \vee q, \neg s \rightarrow \neg q] \vdash t \rightarrow r \wedge s$$

Ejercicio 30.

Probar $\{ p \rightarrow \neg q \vee r \} \models q \rightarrow \neg (p \wedge \neg r)$

- (a) Semánticamente, con el concepto de consecuencia lógica.
- (b) Construyendo una demostración con las reglas del cálculo de Deducción Natural y justificando el resultado con el teorema de validez.