Probar: $\exists x\, P(x) \to Q(a) \models \forall x\, (P(x) \to Q(a))$

$$\underbrace{\exists x\, P(x) \to Q(a)}_{A} \quad \models \quad \underbrace{\forall x\, (P(x) \to Q(a))}_{B}$$

1) Forma indirecta: buscamos interpretación I tal que $I(A) = V$ y $I(B) = F$

$I(B) = F$ $\quad I(\forall x\, (P(x) \to Q(a))) = F$ sii $I(P(i) \to Q(a)) = F$ para algún $i \in L(D)$

sii $I(P(i)) = V$ para algún $i \in L(D)$ y $I(Q(a)) = F$

sii $\exists x\, P(x)$ y $I(Q(a)) = F$ $\Rightarrow$ $i(A) = F$

$\Rightarrow$ No es posible encontrar un contramodelo $\Rightarrow$ SÍ es consecuencia lógica

2) Directamente: sea I interpretación cualquiera tal que $I(A)= V$; hay que probar $I(B)=V$

$I(A) = I(\exists x\, P(x) \to Q(a)) = V$ $\quad I(\exists x\, P(x)) = F$ ó $I(Q(a)) = V$

1er caso: $I(\exists x\, P(x)) = F$ $\quad I(\neg\exists x\, P(x)) = V$ $\quad I(\forall x\, \neg P(x)) = V$

$I(\neg P(i)) = V$ para todo $i \in (D)$ $\quad I(P(i)) = F$ para todo $i \in (D)$

$I(P(i) \to Q(a)) = V$ para todo $i \in (D)$ $\quad I(B) = V$

2º caso: $I(Q(a)) = V$ $\quad I(P(i) \to Q(a)) = V$ para todo $i \in (D)$ $\quad I(B) = V$