Analizar si existe o no relación de consecuencia lógica en los siguientes esquemas de argumentación utilizando razonamiento semántico:

a) $\{\forall z \exists x P(x,z), \exists x P(x,a)\} \vDash \exists x \forall z P(x,z)$

b) $\{\forall x P(x) \rightarrow Q(c)\} \vDash \exists x (P(x) \rightarrow Q(c))$

Para comprobar si hay consecuencia lógica, comprobamos si existen contramodelos (que hagan verdaderas las premisas y falsa la conclusión) para cada una de las argumentaciones. Buscamos contramodelos con dominio D = {a,b,c}

a) $\{\forall z \exists x P(x,z), \exists x P(x,a)\} \vDash \exists x \forall z P(x,z)$

Premisas

$\forall z \exists x P(x,z)$ = V

	z= a	∃xP(x,a) = V sii		
			x=a	**P(a,a)=V**
		o	x=b	P(b,a)=V
		o	x=c	P(c,a)=V
y	z= b	∃xP(x,b) = V sii		
			x=a	P(a,b)=V
		o	x=b	**P(b,b)=V**
		o	x=c	P(c,b)=V
y	z= c	∃xP(x,c) = V sii		
			x=a	P(a,c)=V
		o	x=b	P(b,c)=V
		o	x=c)	**P(c,c)=V**

y $\exists x P(x,a)$ = V

x=a **P(a,a)=V**

o x=b P(b,a)=V

o x=c P(c,a)=V

Conclusión

∃x∀zP(x,z) = F

x=a ∀zP(a,z) = F sii

z=a P(a,a)=F

ó z=b **P(a,b)=F**

ó z=c P(a,c)=F

y x=b ∀zP(b,z) = F sii

z=a **P(b,a)=F**

ó z=b P(b,b)=F

ó z=c P(b,c)=F

y x=c ∀zP(c,z) = F sii

z=a **P(c,a)=F**

ó z=b P(c,b)=F

ó z=c P(c,c)=F

Existe al menos un contramodelo (P(a,a)=V y **P(b,b)=V** y **P(c,c)=V ; P(a,b)=F** y **P(b,a)=F y P(c,a)=F), luego no hay consecuencia lógica.**

b) {∀xP(x) → Q(c)} ⊨ ∃x(P(x) → Q(c))

Premisas

∀xP(x) → Q(c) = V sii

∀xP(x) = F sii

x= a P(a) = F

o x= b P(b) = F

o $x = c$ $P(c) = F$

o $Q(c)=V$

Conclusión

$\exists x(P(x) \rightarrow Q(c)) = F$ sii

$x=a$ $P(a) \rightarrow Q(c) = F$ sii

$P(a)=V$ y $Q(c)=F$

y $x=b$ $P(b) \rightarrow Q(c) = F$ sii

$P(b)=V$ y $Q(c)=F$

y $x=c$ $P(c) \rightarrow Q(c) = F$ sii

$P(c)=V$ y $Q(c)=F$

Analizamos las opciones:

$Q(c)=V$ en la premisa es incompatible con $Q(c)=F$ que se tiene que cumplir en todas las opciones de la conclusión.

$P(a)=F$ en la premisa es incompatible con $P(a)=V$ que debe cumplirse en la primera alternativa de la conclusión. $P(b)=F$ en la premisa es incompatible con $P(b)=V$ que debe cumplirse en la segunda alternativa de la conclusión. $P(c)=F$ en la premisa es incompatible con $P(c)=V$ que debe cumplirse en la tercera alternativa de la conclusión.

No es posible encontrar un contramodelo que haga simultáneamente verdaderas las premisas y falsa la conclusión, luego existe consecuencia lógica.