
Demostrar con medios semánticos que el siguiente razonamiento no es correcto utilizando un dominio de dos elementos:

$$\{ P(b) , \exists x (P(x) \wedge \neg Q(x,a)) , \forall x (P(x) \rightarrow \exists y Q(x,y)) \} \models \exists x Q(x,x)$$

eval LPO dicbre 2016

$D=\{0,1\}$, $i(a)=0$, $i(b)=1$.

$i(\exists x Q(x,x))=F$ si

$\{x/a\} i(Q(a,a))=F$

Y además,

$\{x/b\} i(Q(b,b))=F$

$i(P(b))=V$

$i(\exists x (P(x) \wedge \neg Q(x,a)))=V$ si

$\{x/a\} i(P(a) \wedge \neg Q(a,a))=V$ si

$i(P(a))=V$ y además $i(Q(a,a))=F$ (tras descartar $i(Q(b,a))=F$ abajo)

O bien,

$\{x/b\} i(P(b) \wedge \neg Q(b,a))=V$

$i(P(b))=V$ y además $i(Q(b,a))=F$ (descartado más abajo)

$i(\forall x (P(x) \rightarrow \exists x Q(x,y)))=V$ si

$\{x/a\} i(P(a) \rightarrow \exists y Q(a,y))=V$ si

$i(P(a))=F$

O bien,

$i(\exists y Q(a,y))=V$ si

$\{x/a\} i(Q(a,a))=V$

O bien,

$\{x/b\} i(Q(a,b))=V$

$\{x/b\} i(P(b) \rightarrow \exists y Q(b,y))=V$

$i(P(b))=F$

O bien,

$i(\exists y Q(b,y))=V$ si

$\{x/a\} i(Q(b,a))=V$

O bien,

$\{x/b\} i(Q(b,b))=V$

No es consecuencia lógica, el contramodelo que lo demuestra es: $P_D(0)=V$, $P_D(1)=V$, $Q_D(0,1)=V$, $Q_D(1,0)=V$, $Q_D(0,0)=F$, $Q_D(1,1)=F$.