Construir un modelo y un contramodelo de la siguiente fórmula sobre el dominio {1,2,3}:

$$\exists x \neg Q(f(x)) \land \neg \exists z(\forall y P(z,y) \rightarrow Q(f(z)))$$

Definimos un interpretación I(D, i()) en el dominio {1,2,3}

Tendremos tres constantes en el lenguaje de primer orden que utlizaremos L={a,b,c}

Definimos la función de interpretación i()

Función de interpretación para las constantes:

i(a)=1, i(b)=2, i(c)=3

Función de interpretación para las funciones:

i(f(a))=a, i(f(b))=b, i(f(c))=c

Función de interpretación para los predicados:

i(Q(a)) = , i(Q(b)) = , i(Q(c))=

i(P(a,a)) = , i(P(a,b)) = , i(P(a,c)) =

i(P(b,a)) = , i(P(b,b)) = , i(P(b,c)) =

i(P(c,a)) = , i(P(c,b)) = , i(P(c,c)) =

Buscamos un **Modelo**, una interpretación que haga verdadera la fórmula:

$$i(\exists x \neg Q(f(x))) \land \neg \exists z(\forall y P(z,y) \rightarrow Q(f(z)))) = V$$

sii

$i(\exists x \neg Q(f(x))) = V$ **y** $i(\neg \exists z(\forall y P(z,y) \rightarrow Q(f(z)))) = V$

$i(\exists x \neg Q(f(x))) = V$ sii

z=a $i(\neg Q(f(a))) = V$ sii $\mathbf{i(Q(f(a))) = F}$

o bien

z=b $i(\neg Q(f(b))) = V$ sii $\mathbf{i(Q(f(b))) = F}$

o bien

z=c $\quad$ i(¬Q(f(c))) = V $\quad$ sii $\quad$ **i(Q(f(c))) = F**

i(¬∃z(∀yP(z,y) → Q(f(z)))) = V $\quad$ sii $\quad$ ∃z(∀yP(z,y) → Q(f(z))) = F

z=a $\quad$ i(∀yP(a,y) → Q(f(a))) = F sii

i(∀yP(a,y)) = V $\quad$ y $\quad$ **i(Q(f(a))) = F**

i(P(a,a))=V

y **i(P(a,b))=V**

y **i(P(a,c))=V**

y

z=b $\quad$ i(∀yP(b,y) → Q(f(b))) = F sii

i(∀yP(b,y)) = V $\quad$ y $\quad$ **i(Q(f(b)) = F**

i(P(b,a))=V

y **i(P(b,b))=V**

y **i(P(b,c))=V**

y

z=c $\quad$ i(∀yP(b,y) → Q(f(b))) = F sii

i(∀yP(c,y)) = V $\quad$ y $\quad$ **i(Q(f(c))) = F**

i(P(c,a))=V

y **i(P(c,b))=V**

y **i(P(c,c))=V**

Modelo: i(Q(a)) = F, i(Q(b)) = F, i(Q(c))= F, i(P(a,a)) = V, i(P(a,b)) = V, i(P(a,c)) = V, i(P(b,a)) = V, i(P(b,b)) = V, i(P(b,c)) = V, i(P(c,a)) = V, i(P(c,b)) = V, i(P(c,c)) = V

Contramodelo

Buscamos un **ContraModelo**, una interpretación que haga falsa la fórmula:

$i(\exists x \neg Q(f(x)) \wedge \neg \exists z(\forall y P(z,y) \rightarrow Q(f(z)))) = F$

sii

$i(\exists x \neg Q(f(x))) = F$ o bien $i(\neg \exists z(\forall y P(z,y) \rightarrow Q(f(z))))) = F$

$i(\exists z \neg Q(f(x))) = F$ sii

z=a $i(\neg Q(f(a))) = F$ sii $i(Q(f(a))) = V$

y

z=b $i(\neg Q(f(b))) = F$ sii $i(Q(f(v))) = V$

y

z=c $i(\neg Q(f(c))) = F$ sii $i(Q(f(c))) = V$

Contramodelo: **i(Q(f(a))) = V, i(Q(f(b))) = V, i(Q(f(c))) = V**