
Demostrar la fórmula $\exists x (q(x) \rightarrow p(f(a),x))$ a partir del conjunto de premisas

$$\{ \forall x (\neg q(x) \vee r(x)), \forall x \exists z (\neg p(x,z) \rightarrow \neg r(z)) \}$$

examen julio 2015

1. $\forall x \exists z (\neg p(x,z) \rightarrow \neg r(z))$ premisa
2. $\exists z (\neg p(f(a),z) \rightarrow \neg r(z))$ elim \forall 1 (*)
3. $\neg p(f(a),c) \rightarrow \neg r(c)$ elim \exists 2
4. $q(c)$ supuesto
5. $\forall x (\neg q(x) \vee r(x))$ premisa
6. $\neg q(c) \vee r(c)$ elim \forall 5
7. $r(c)$ corte 4,6
8. $\neg \neg p(f(a),c)$ modus tollens 3,7
9. $p(f(a),c)$ elim \neg 8
10. $q(c) \rightarrow p(f(a),c)$ intr \rightarrow 4,9
11. $\exists x (q(x) \rightarrow p(f(a),x))$ intr \exists 10

(*) puesto que en la fórmula que hay que demostrar aparece $p(f(a),x)$