
Demostrar con el cálculo **deducción natural**:

$$\top [\forall x \forall y (P(a,x) \rightarrow Q(y)), \exists x \neg R(x)] \mid\!\!-\ P(a,a) \rightarrow \exists x (Q(x) \wedge \neg R(x))$$

eval LPO 16-17

- | | |
|--|---------------------------|
| 1. $\forall x \forall y (P(a,x) \rightarrow Q(y))$ | premisa |
| 2. $\exists x \neg R(x)$ | premisa |
| 3. $\neg R(b^*)$ | $E_{\exists 2}$ |
| 4. $\forall y (P(a,a) \rightarrow Q(y))$ | $E_{\forall 1} \{x/a\}$ |
| 5. $P(a,a) \rightarrow Q(b^*)$ | $E_{\forall 4} \{y/b^*\}$ |
| 6. $P(a,a)$ | supuesto |
| 7. $Q(b^*)$ | $E_{\rightarrow 5,6}$ |
| 8. $Q(b^*) \wedge \neg R(b^*)$ | $I_{\wedge 11,12}$ |
| 9. $\exists x (Q(x) \wedge \neg R(x))$ | $I_{\exists 8}$ |
| 10. $P(a,a) \rightarrow \exists x (Q(x) \wedge \neg R(x))$ | $E_{\rightarrow 6,9}$ |