

Lógica de Primer Orden: Ejercicios de Paso a Forma Clausular (2019)

Ejercicio 1.

Obtener la forma clausular de la siguiente estructura deductiva $T [A1, A2] \vdash B$:

$$A1: \forall x P(x) \rightarrow \forall y Q(z,y) \vee R(a)$$

$$A2: \forall y \neg R(y) \rightarrow \exists y P(a,y)$$

$$B: \exists x \forall y P(x,y)$$

Ejercicio 2.

Obtener la forma clausular de la siguiente fórmula:

$$\neg(\exists x (\forall y A(x,y) \vee B(x,y,x)) \wedge \exists z C(y,z))$$

Ejercicio 3.

Transformar la siguiente fórmula en forma clausular, indicando los pasos principales del procedimiento:

$$\exists y(p(y) \vee \neg q(y,y)) \leftrightarrow \exists y r(y,x)$$

Ejercicio 4.

Obtener la forma clausular de la siguiente estructura deductiva:

$$\{ \forall x(P(x,y) \rightarrow (R(a) \wedge \exists x S(x)), \neg \forall x S(x) \wedge \exists y R(y) \} \vdash \exists x (\neg P(x,x) \wedge \forall y R(y))$$

Ejercicio 5.

Construir la forma clausular de la estructura deductiva $[A1, A2] \vdash B$, siendo:

$$A1: \forall x \forall y (\forall z P(f(x, a), z) \rightarrow \neg R(x, y))$$

$$A2: \exists x (\neg Q(x, y) \wedge R(x, b)) \vee \forall x S(x)$$

$$B: \exists x \exists y (S(x) \vee \neg P(x, y))$$

Para justificar la respuesta, se deben indicar al menos los 4 pasos principales de la estandarización de cada fórmula.

Ejercicio 6.

Ponga en forma clausular la estructura deductiva $[P1, P2] \vdash C$ donde:

$$P1: \exists y \forall x (A(x, y) \rightarrow B(x) \wedge D(x, y))$$

$$P2: \forall x (B(x) \rightarrow \neg \forall y D(y, x) \vee \exists y E(x, y))$$

$$C: \forall x \neg E(x)$$

Ejercicio 7.

Obtener la forma clausular de la siguiente estructura deductiva: $[P1, P2] \vdash Q$ donde:

$$P1: \forall x (A(x) \wedge \exists y (B(y, x) \wedge C(y)) \rightarrow D(x))$$

$$P2: \exists x (\exists y (B(y, x) \wedge \neg C(y)) \rightarrow C(a))$$

$$Q: \exists x (\neg A(x) \vee \forall y (B(y, x) \wedge D(y)))$$

Ejercicio 8.

Transformar la siguiente estructura deductiva en forma clausular, escribiendo para cada una de las fórmulas involucradas (A) la forma prenex; (B) el cierre existencial; (C) la forma normal conjuntiva; (D) la forma normal de Skolem; y (E) la forma clausular propiamente dicha.

$$\begin{aligned} T[& \exists x p(x) \rightarrow \forall x q(x), \\ & \exists x \forall z (\neg \exists y r(x, y, z) \wedge p(z)) \wedge l(z), \\ & \exists x \exists z ((\neg t(x) \vee \exists y r(x, y, z)) \wedge (\neg l(w) \vee \neg t(x)))] \\ & \vdash \exists x \neg (q(x) \rightarrow \exists y t(y)) \end{aligned}$$

Ejercicio 9.

Para las dos fórmulas siguientes, decir si las posibles formas clausulares que aparecen a continuación son correctas o incorrectas, en todos los casos:

$$(a) \forall x (\neg P(x) \rightarrow \exists y \neg Q(y, f(a)) \vee R(x))$$

$$(a.1) P(x) \vee \neg Q(a, f(a)) \vee R(x)$$

$$(a.2) P(x) \vee \neg Q(b, f(a)) \vee R(x)$$

$$(a.3) P(x) \vee \neg Q(f(x), f(a)) \vee R(x)$$

$$(a.4) P(x) \vee \neg Q(g(x), f(a)) \vee R(x)$$

$$(b) \forall x (\exists y x \geq y \rightarrow \exists z Q(f(x, a), z) \wedge P(x))$$

- (b.1) $\neg(x \geq y) \vee P(x)$, $\neg(x \geq y) \vee Q(f(x,a), g(x,y))$
- (b.2) $\neg(x \geq y) \vee Q(f(x,a), g(x,y))$, $P(x)$
- (b.3) $\neg(x \geq y) \vee P(x)$, $\neg(x \geq y) \vee Q(f(x,a), g(x))$
- (b.4) $x \geq y \vee Q(f(x,a), g(x)) \vee P(x)$

Ejercicio 10.

Obtener la forma clausular de la estructura deductiva $[C1, C2] \vdash Q$ donde:

$$C1: \exists x \neg(A(x) \rightarrow \exists y (\neg C(y) \rightarrow \neg B(y,x))) \wedge \forall x (\neg D(x) \rightarrow \neg C(x))$$

$$C2: \forall x (A(x) \wedge \neg E(x) \rightarrow \exists y (B(y,x) \wedge \neg D(y)))$$

$$Q: \forall x \neg(\exists y (B(y,x) \wedge C(y)) \wedge \neg E(x) \wedge A(x))$$