

## Tema 2. Sistemas Trifásicos

# Índice

Sistemas trifásicos. Historia. Ventajas.

Conexión en estrella y en triángulo

Sistemas trifásicos equilibrados

Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

## Sistema monofásico

Una espira de superficie  $S$  ( $\text{m}^2$ ) girando sobre su eje a una velocidad angular constante  $\omega$  ( $\text{rad/s}$ ) dentro de un campo magnético uniforme de valor  $B$  (T) producido por un imán **genera una f.e.m. sinusoidal** (tema anterior)

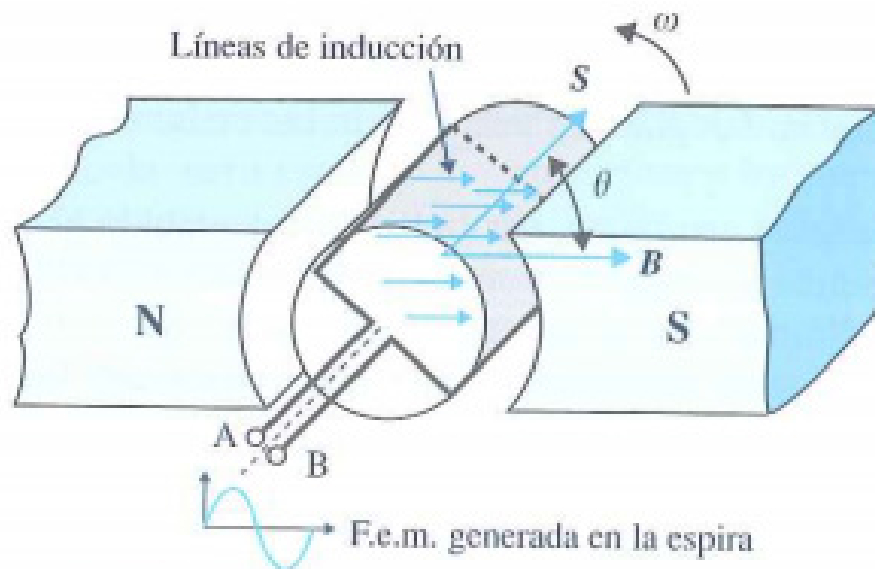


Figura 2.1 Generación de una f.e.m. sinusoidal

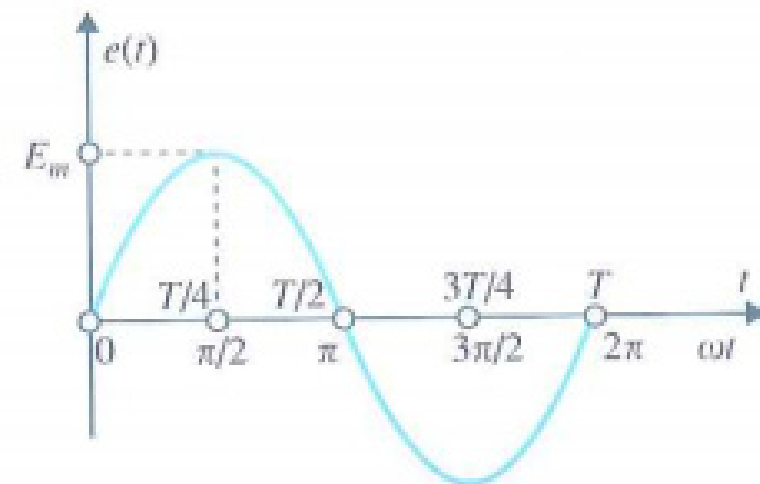


Figura 2.2 Onda sinusoidal

## Sistemas trifásicos

Si dentro de un imán fijo existe un rotor que gira a velocidad angular constante  $\omega$  (rad/s) y sobre él **tres juegos de bobinas** formadas por los devanados  $AA'$ ,  $BB'$  y  $CC'$  que forman un ángulo entre sí de  **$120^\circ$** . Se genera una f.e.m en cada devanado de igual amplitud y frecuencia y defasadas  $120^\circ$  en el tiempo.

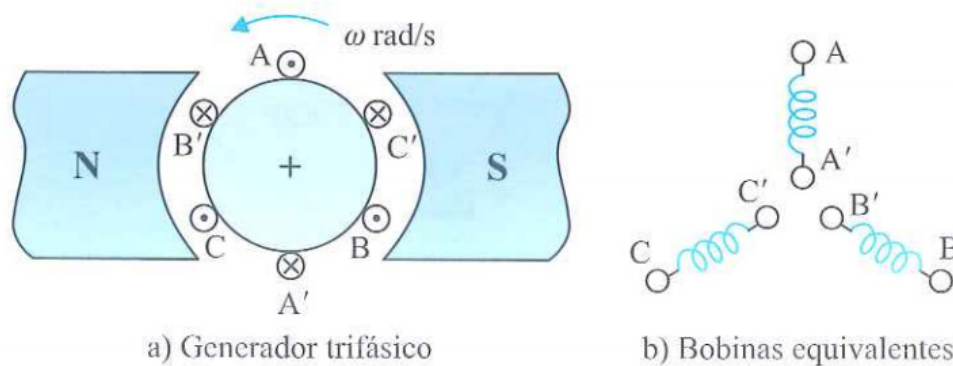
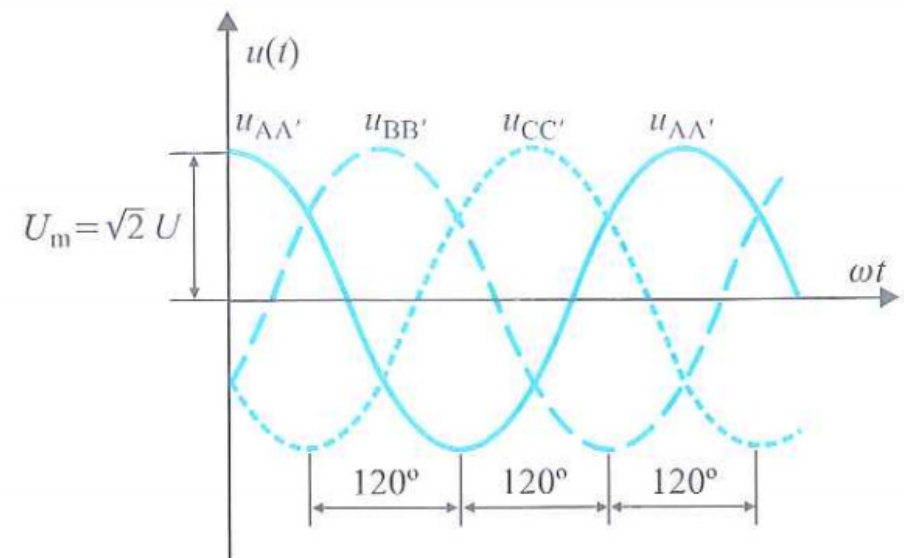


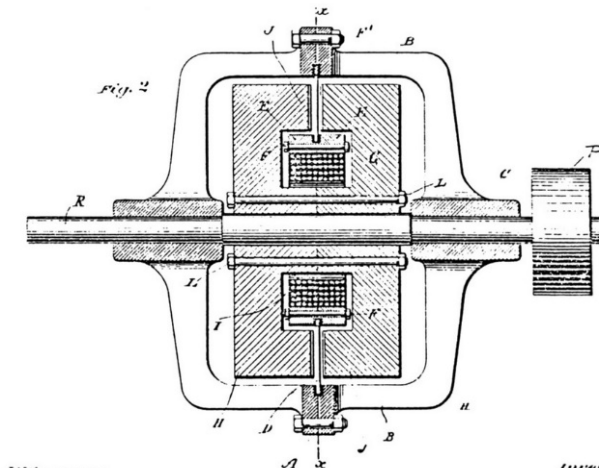
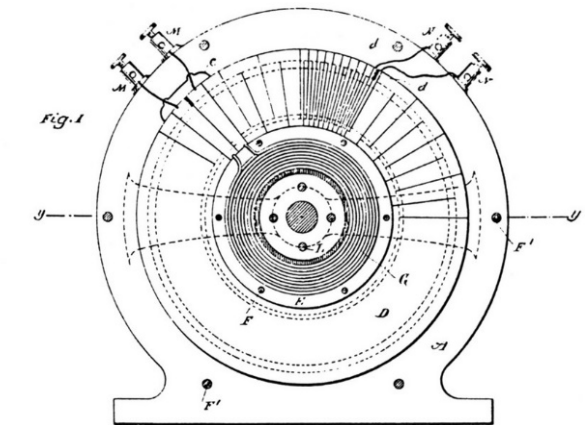
Figura 3.1 Generación de tensiones trifásicas



# Un poco de historia

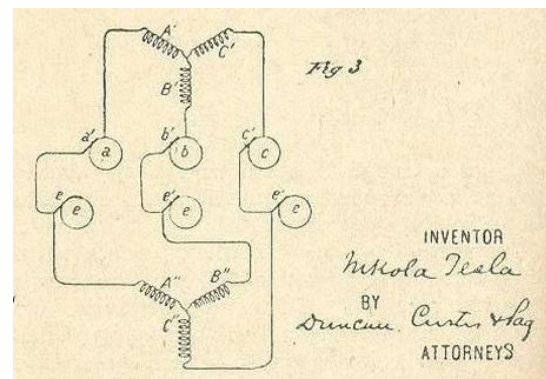
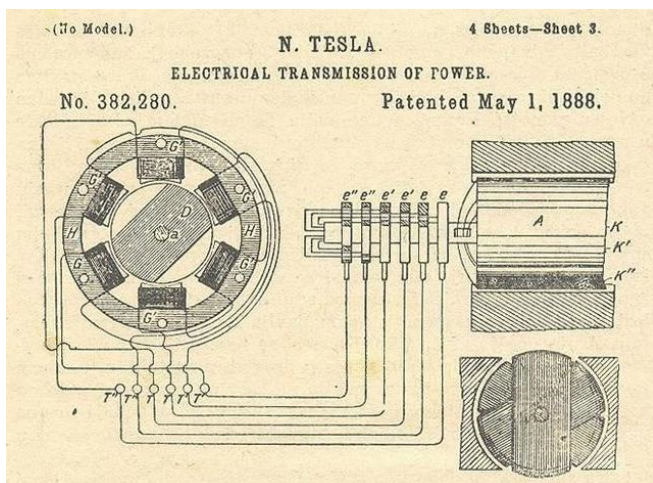
- Un **sistema trifásico** es un sistema de tensiones polifásico de 3 fases
- Su invención se debe a **Nikola Tesla**, quién en a finales del siglo XIX desarrolló y patentó motores y generadores de corriente alterna polifásica
- **Tesla cedió las patentes a George Westinghouse**, quién consiguió un contrato para construir la primera planta generadora de corriente alterna (1896, cataratas del Niágara)

(No Model.) N. TESLA. 2 Sheets--Sheet 1.  
ALTERNATING ELECTRIC CURRENT GENERATOR.  
No. 447,921. Patented Mar. 10, 1891.



Witnesses:  
Ernest Hopkinson  
Frank B. Murphy.

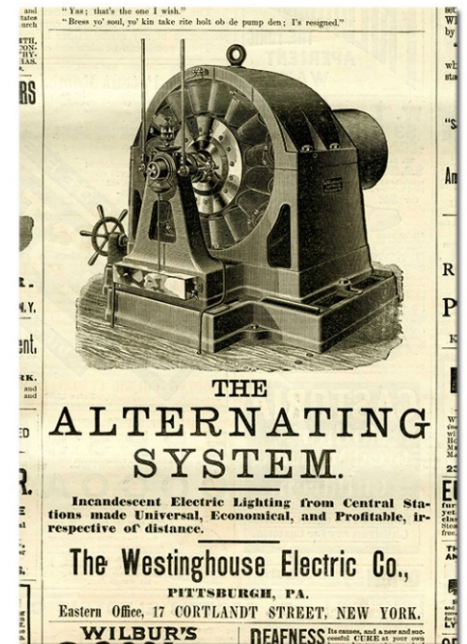
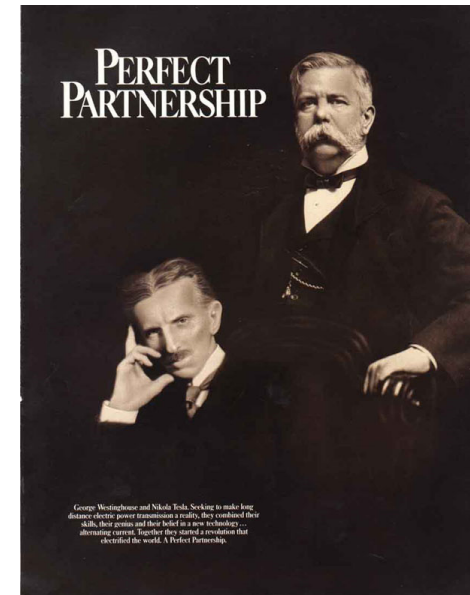
Inventor:  
Nikola Tesla  
by  
Duncan & Page  
Attorneys.



INVENTOR  
Nikola Tesla  
BY  
Duncan, Curtis & Lag  
ATTORNEYS

## Un poco de historia

- Desde entonces el sistema trifásico se ha **adoptado universalmente** para la transmisión de energía eléctrica en forma de corriente alterna.
- El sistema de corriente alterna trifásica presenta importantes **ventajas** en generación, distribución y consumo de energía eléctrica con respecto al sistema de corriente continua (el desarrollado por **Thomas A. Edison**):
  - Para transmitir la misma potencia eléctrica se requiere un 25% menos de peso de cobre, por lo que se consigue un **mejor aprovechamiento de los generadores, líneas, transformadores...**
  - La **potencia instantánea es constante** (no depende de  $t$ ), por lo que los motores trifásicos tienen un par uniforme (menos vibraciones). La **potencia de un motor trifásico** es aproximadamente 150% mayor que la de un motor monofásico del mismo tamaño.
  - Se **facilita** la construcción de convertidores electrónicos de potencia



# Un poco de historia: la “guerra de las corrientes”

## THE CURRENT WAR

THE TALE OF AN EARLY TECH RIVALRY

### DC

#### DIRECT CURRENT

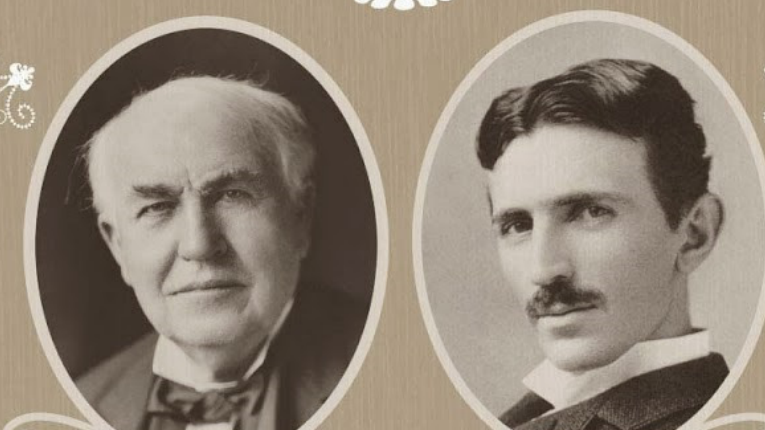
The flow of electricity is in one direction only. The system operates at the same voltage level throughout and is not as efficient for high-voltage, long distance transmission.

Direct current runs through:

- Battery-Powered Devices
- Fuel and Solar Cells
- Light Emitting Diodes

“[TESLA’S] IDEAS ARE SPLENDID, BUT THEY ARE UTTERLY IMPRACTICAL.”

- THOMAS EDISON



**THOMAS EDISON** VS. **NIKOLA TESLA**

You would have never found two geniuses so spiteful of each other beyond turn-of-the-century inventors Nikola Tesla and Thomas Edison. They worked together—and hated each other. Let’s compare their life, achievements, and embittered battles.

### AC

#### ALTERNATING CURRENT

Electric charge periodically reverses direction and is transmitted to customers by a transformer that could handle much higher voltages.

Alternating current runs through:

- Car Motors
- Radio Signals
- Appliances

“IF EDISON HAD A NEEDLE TO FIND IN A HAYSTACK, HE WOULD PROCEED AT ONCE... UNTIL HE FOUND THE OBJECT OF HIS SEARCH. I WAS A SORRY WITNESS OF SUCH DOINGS, KNOWING THAT A LITTLE THEORY AND CALCULATION WOULD HAVE SAVED HIM 90 PERCENT OF HIS LABOR.”

- NIKOLA TESLA

### FALLING OUT

Edison promised Tesla a generous reward if he could smooth out his direct current system. The young engineer took on the assignment and ended up saving Edison more than \$100,000 (millions of dollars by today’s standards). When Tesla asked for his rightful compensation, Edison declined to pay him. Tesla resigned shortly after, and the elder inventor spent the rest of his life campaigning to discredit his counterpart.

“Genius is one percent inspiration and ninety nine percent perspiration.” - Thomas Edison

### LATE BLOOMER

Thomas Edison, the youngest in his family, didn’t learn to talk until he was almost 4 years old.

### WAR OF CURRENTS OFFICIALLY SETTLED

In 2007, Con Edison ended 125 years of direct current electricity service that began when Thomas Edison opened his power station in 1882. It changed to only provide alternating current.

### EDISON FRIES AN ELEPHANT

In order to prove the dangers of Tesla’s alternating current, Thomas Edison staged a highly publicized electrocution of the three-ton elephant known as “Topsy.” She died instantly after being shocked with a 6,600-volt AC charge.

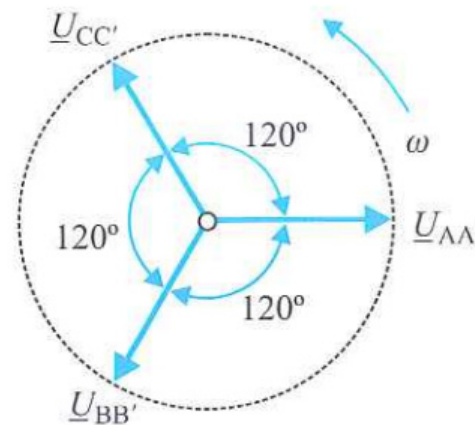
### NOBEL PRIZE CONTROVERSY

In 1915, both Edison and Tesla were to receive Nobel Prizes for their strides in physics, but ultimately, neither won. It is rumored to have been caused by their animosity towards each other and refusal to share the coveted award.

1847	BORN	1858
Milan, Ohio	BIRTHPLACE	Smiljan, Croatia
Wizard of Menlo Park	NICKNAME	Wizard of the West
Home-schooled and self-taught	EDUCATION	Studied math, physics, and mechanics at The Polytechnic Institute at Graz
Mass communication and business	FORTE	Electromagnetism and electromechanical engineering
Trial and error	METHOD	Getting inspired and seeing the invention in his mind in detail before fully constructing it
DC (Direct Current)	WAR OF CURRENTS: ELECTRICAL TRANSMISSION IDEA	AC (Alternating Current)
Incandescent light bulb; phonograph; cement making technology; motion picture camera; DC motors and electric power	NOTABLE INVENTIONS	Tesla coil - resonant transformer circuit; radio transmitter; fluorescent light; AC motors and electric power generation system
1,093	NUMBER OF US PATENTS	112
0	NUMBER OF NOBEL PRIZES WON	0
1	NUMBER OF ELEPHANTS ELECTROCUTED	0
1931—Passed away peacefully in his New Jersey home, surrounded by friends and family	DEATH	1943—Died lonely and in debt in Room 3327 at the New Yorker Hotel

## Sistemas trifásicos

- Por simplicidad, los sistemas de tensiones polifásicos se representan mediante **fasores (tema anterior)**, en lo que se denominan **diagramas fasoriales**
- A cada una de las tensiones (fase) se representa fasorialmente en un instante, pero son **vectores rotatorios** en sentido contrario a las agujas del reloj (término  $e^{j\omega t}$  que multiplica al fasor)

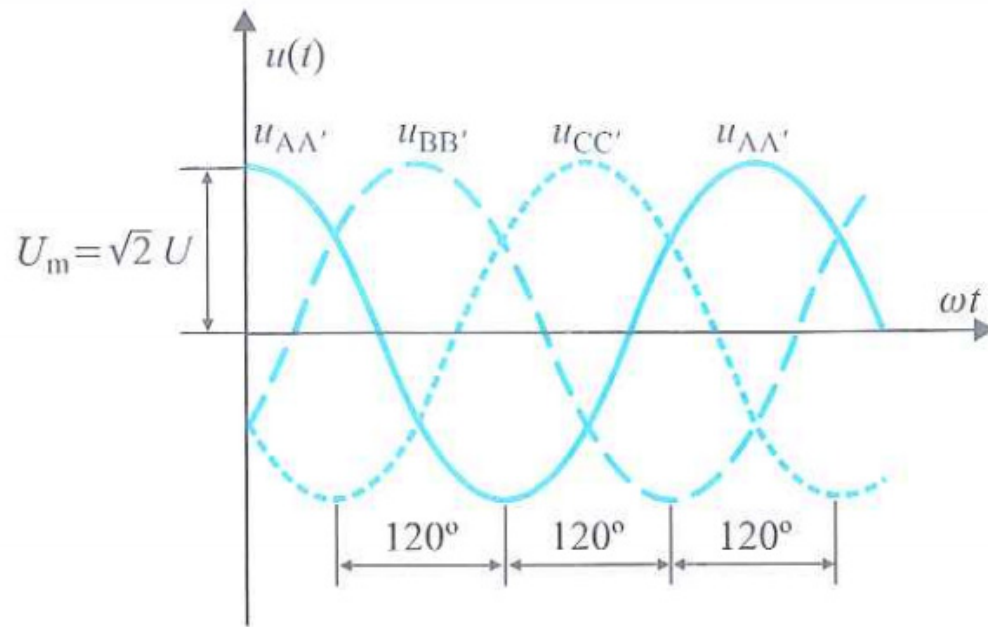


- El orden de las fases se denomina **secuencia de fases**



# Representación de los sistemas trifásicos

## Representación temporal



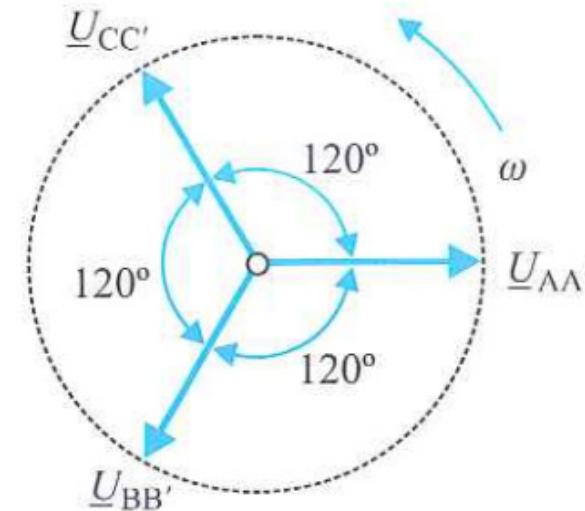
$$u_{AA'}(t) = \sqrt{2}U \cos \omega t$$

$$u_{BB'}(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_{CC'}(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t - 240^\circ) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + 120^\circ)$$



## Representación fasorial



$$U_{AA'} = U \angle 0^\circ$$

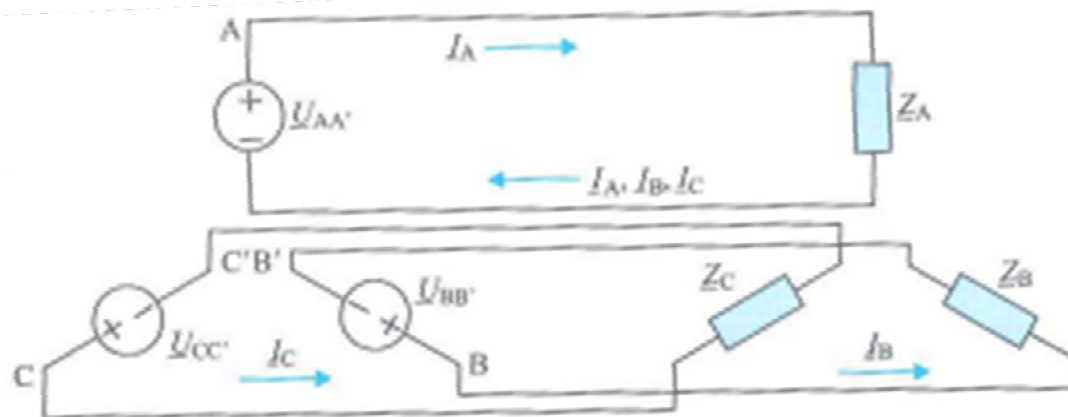
$$U_{BB'} = U \angle -120^\circ$$

$$U_{CC'} = U \angle 120^\circ$$



## Circuito trifásico independiente

Circuito trifásico en que cada fase del generador **está unida a las impedancias de carga independientemente de los demás** por medio de conductores: circuito trifásico independiente (tres mallas independientes)



$$I_A = \frac{U_{AA'}}{Z_A} \quad I_B = \frac{U_{BB'}}{Z_B} \quad I_C = \frac{U_{CC'}}{Z_C}$$

$$Z_A = Z_B = Z_C = Z$$

$$I_A + I_B + I_C = 0$$

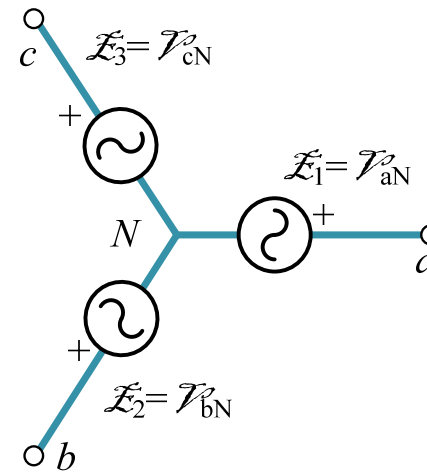
(Iguales en módulo. Desfasadas 120°. La suma fasorial es cero.)

Figura 3.5 Alimentación independiente de tres cargas por medio de un generador trifásico

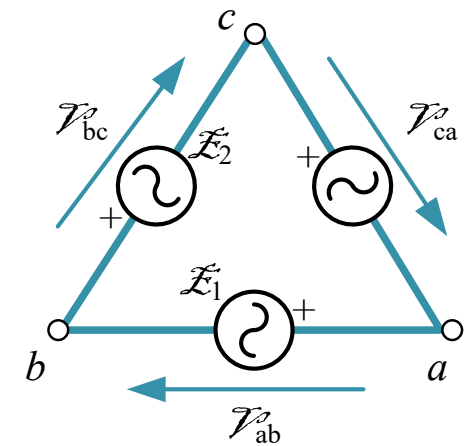
Si las tres impedancias de carga son iguales en módulo y fase constituyen un **sistema equilibrado**

# Conexión de sistemas trifásicos

- Cada una de las tensiones (fases) se puede conectar con las otras de dos maneras, en **estrella (Y)** y en **triángulo ( $\Delta$ )**, también llamado polígono o delta.

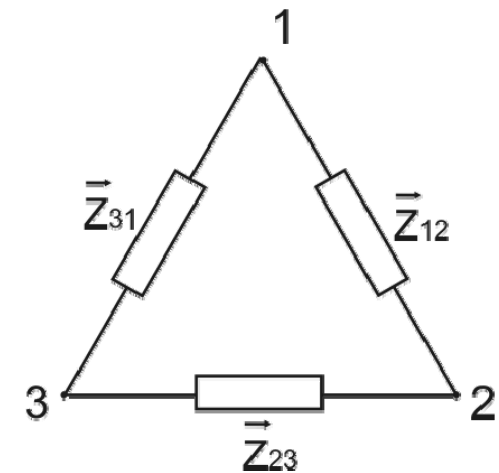
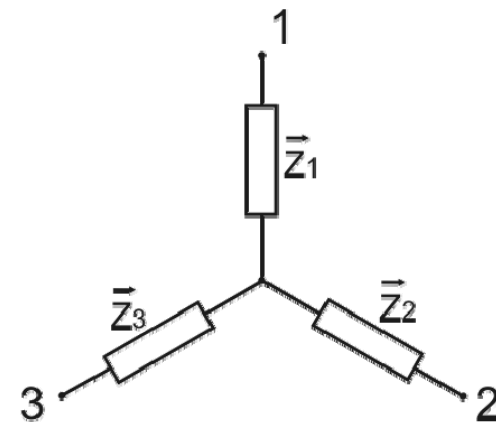


Conexión en estrella



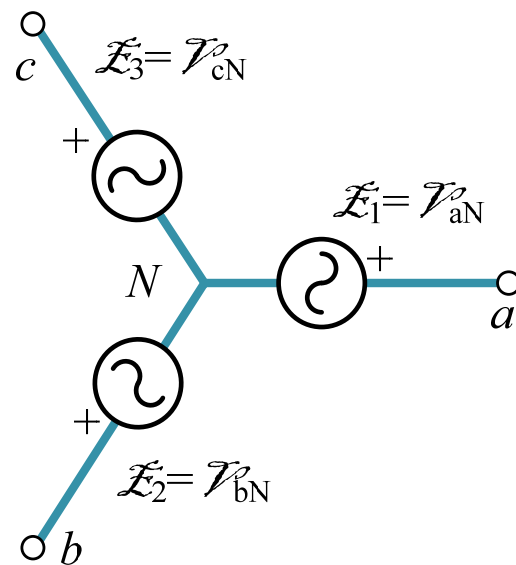
Conexión en triángulo

- Las **impedancias de carga** pueden ser trifásicas y pueden conectarse también en estrella (Y) o en triángulo ( $\Delta$ )

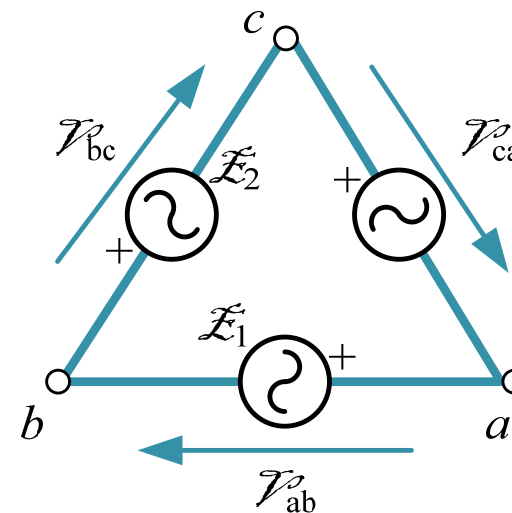


## Cómo conectar en estrella y en triángulo

- La **conexión en estrella** se obtiene uniéndose en un punto común  $N$ , llamado neutro, a los terminales de polaridad de referencia positiva.
- La **conexión en triángulo** (polígono o delta) se obtiene uniéndose sucesivamente los terminales de distinta polaridad. No existe punto común:



Conexión en estrella



Conexión en triángulo

# Conexión estrella-estrella y estrella-triángulo

La conexión de los generadores y las cargas en estrella-estrella o estrella-triángulo **reduce el número de conductores necesarios** para alimentar una carga respecto de tres conexiones monofásicas independientes

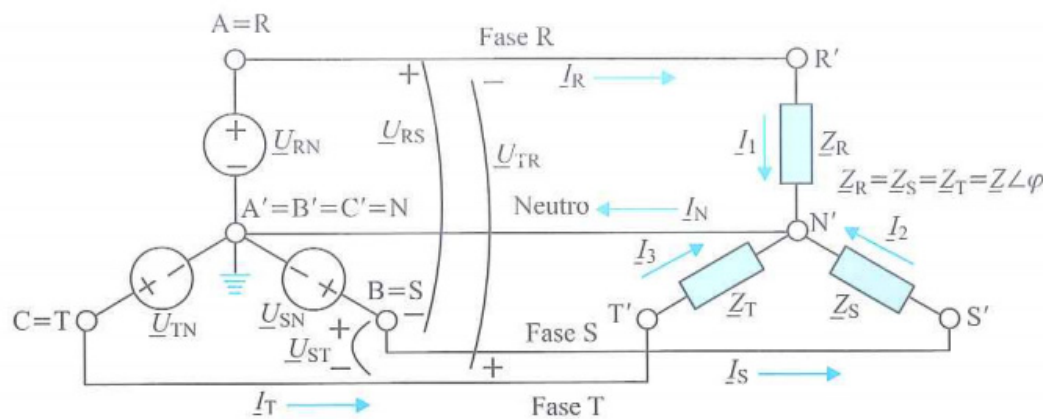


Figura 3.7 Sistema equilibrado Y-Y con neutro (a cuatro hilos)

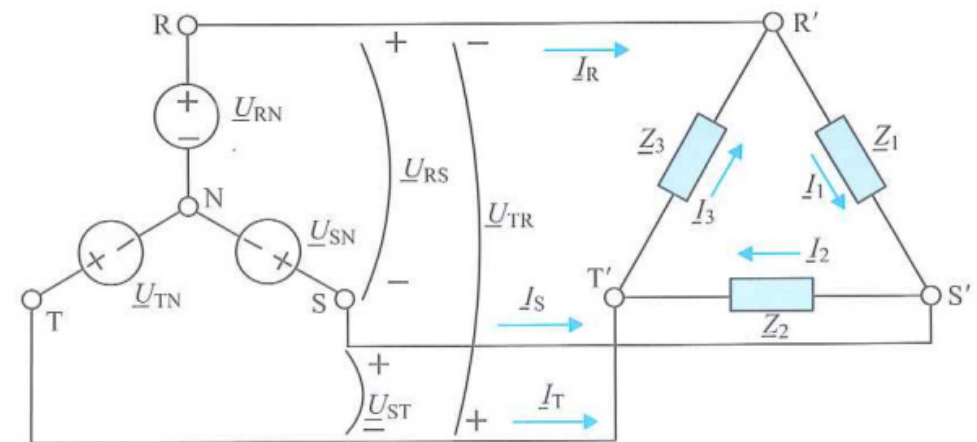


Figura 3.18 Carga equilibrada conectada en triángulo

## Sistema estrella-estrella (Y-Y)

## Sistema estrella-triángulo (Y-Δ)

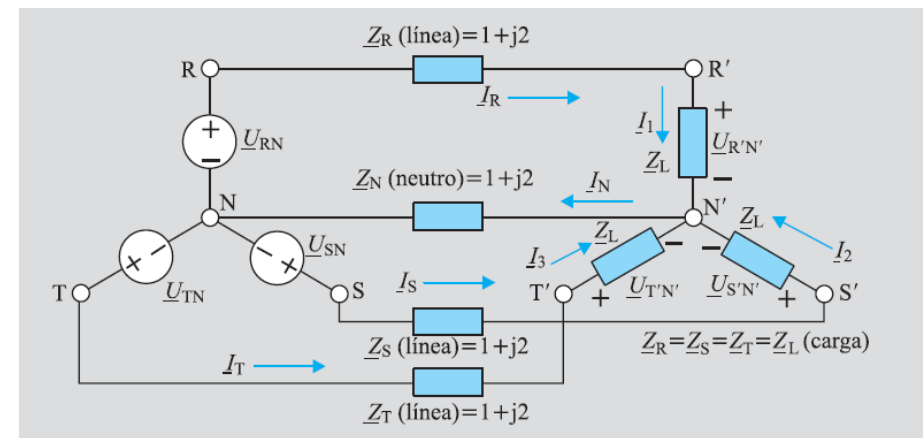
En estrella-estrella se usa un **único conductor de retorno** en lugar de tres al que se conectan los terminales de todas las fases y de los receptores. En estrella-triángulo **no hay conductor de retorno**.

## Tensiones y corrientes de fase y de línea

- **Tensión de fase:** tensión entre un terminal y el punto neutro,  $U_{AN}$ ,  $U_{BN}$ ,  $U_{CN}$ .
- **Intensidad de fase:** corriente que circula por cada fase de la carga,  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ .
- **Tensión de línea:** tensión entre dos conductores o fases,  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$ .
- **Intensidad de línea:** corriente que circula por los conductores de conexión,  $I_R$ ,  $I_S$ ,  $I_T$ .

# Sistemas trifásicos equilibrados

- Un sistema (circuito) trifásico es **equilibrado** cuando lo es el **generador** (fuentes de igual amplitud y frecuencia y fase entre ellas constante) y la **carga** (impedancias iguales entre sí).
- La **impedancia de la línea** debe ser la misma en todas las fases.
- Las magnitudes de fase y de línea en sistemas equilibrados **están relacionadas entre sí**
  - ✓ Relaciones entre tensiones de línea y de fase en sistemas conectados en estrella Y
  - ✓ Relaciones entre intensidades de línea y de fase en sistemas conectados en triángulo (polígono)  $\Delta$



# Conexión en estrella-estrella (Y-Y) equilibrado

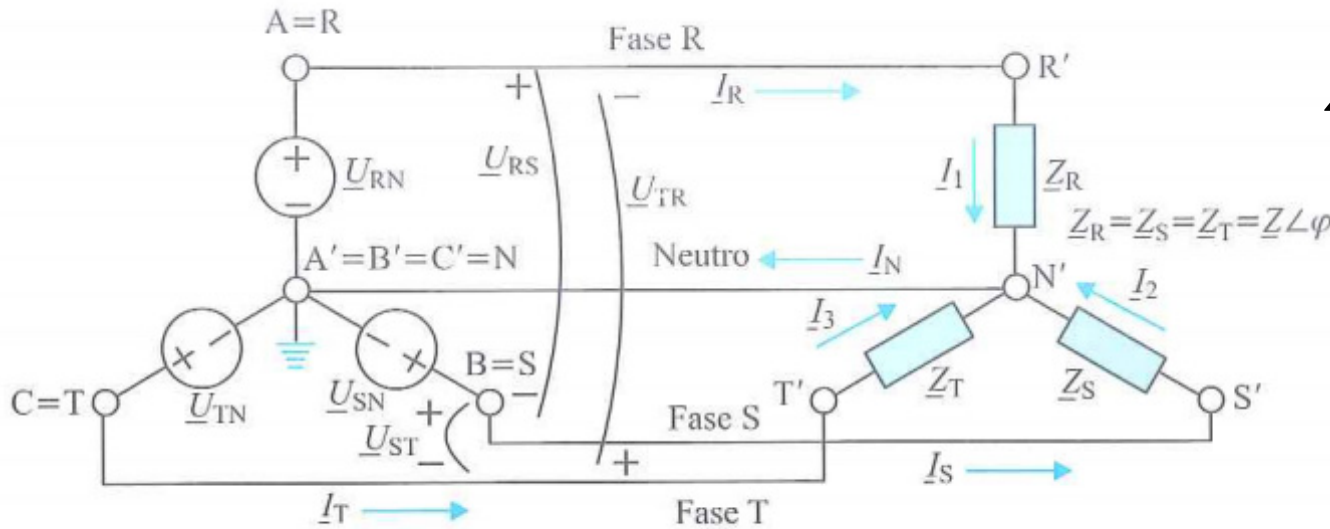


Figura 3.7 Sistema equilibrado Y-Y con neutro (a cuatro hilos)

$$Z_R = Z_S = Z_T = Ze^{j\varphi}$$

Conductores externos:  
conductor de fase

Conductor de retorno: conductor neutro

**Tensiones de fase:**  $U_{AN} = U_{RN} = U_F e^{j0^\circ} = U_F \angle 0 = U_F$

$$U_{BN} = U_{SN} = U_F e^{j-120^\circ} = U_F \angle -120 = U_F \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$U_{CN} = U_{TN} = U_F e^{j+120^\circ} = U_F \angle +120 = U_F \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$



# Conexión en estrella- estrella (Y-Y) equilibrado

**Tensiones de línea:**

$$Z_R = Z_S = Z_T = Ze^{j\varphi}$$

$$U_{AB} = U_{AN} - U_{BN} = \sqrt{3}U_{AN}e^{i30^\circ}$$

$$U_L = \sqrt{3}U_F$$

$$U_{BC} = U_{BN} - U_{CN} = \sqrt{3}U_{BN}e^{i30^\circ}$$

La tensión de línea adelanta  $30^\circ$  respecto de la tensión de fase (sentido de giro antihorario)

$$U_{CA} = U_{CN} - U_{AN} = \sqrt{3}U_{CN}e^{i30^\circ}$$

**Corrientes de fase y línea:**

$$I_1 = \frac{U_{AN}}{Z_R} = \frac{U_F e^{j0}}{Ze^{j\varphi}} = I_F e^{-j\varphi} = I_A$$

$$I_L = I_F$$

$$I_2 = \frac{U_{BN}}{Z_S} = \frac{U_F e^{-j120}}{Ze^{j\varphi}} = I_F e^{-j120} e^{-j\varphi} = I_B$$

$$I_3 = \frac{U_{CN}}{Z_T} = \frac{U_F e^{j120}}{Ze^{j\varphi}} = I_F e^{j120} e^{-j\varphi} = I_C$$

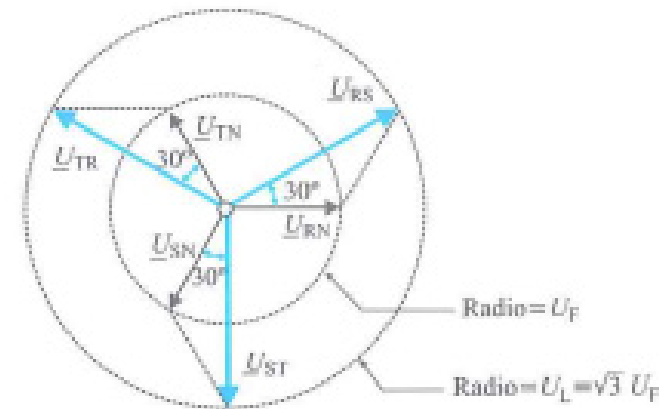
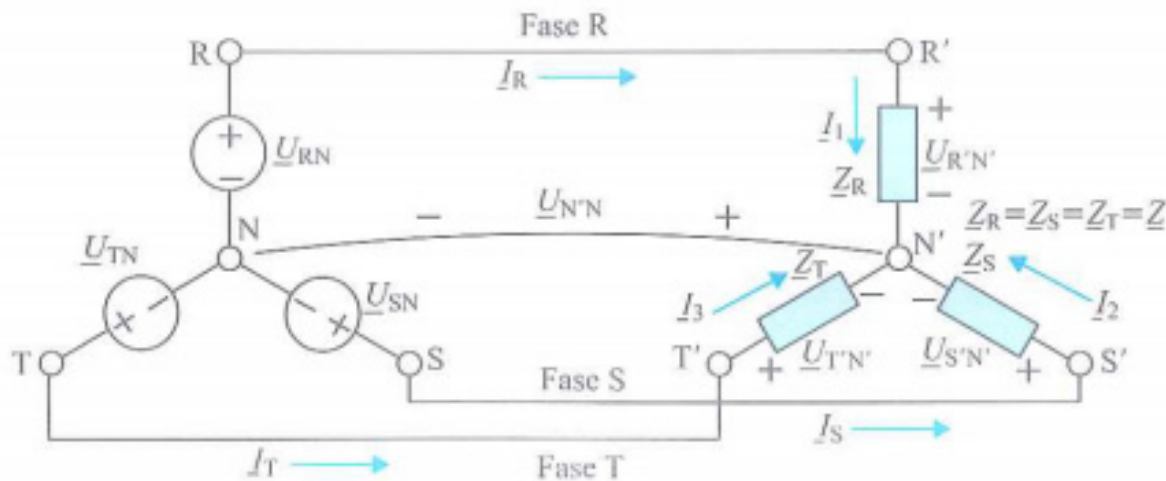


Figura 3.8 Diagrama fasorial de tensiones simples y compuestas en un sistema en estrella

## Conexión en estrella- estrella (Y-Y) equilibrado

El neutro  $N$  de la fuente y  $N'$  de la carga están a igual potencial, exista hilo de neutro o no, por lo que no circula corriente.



$$U_{NN'} = 0$$

Figura 3.10 Sistema equilibrado Y-Y sin neutro (a tres hilos)

$$I_N = I_1 + I_2 + I_3 = I_R + I_S + I_T = \frac{U_F}{Z} e^{j\varphi} (1 + e^{-j120} + e^{j120}) = 0$$

Sistema Estrella-Estrella Y-Y a tres hilos

## Conexión en triángulo (Y-Δ) equilibrado

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Ze^{j\varphi}$$

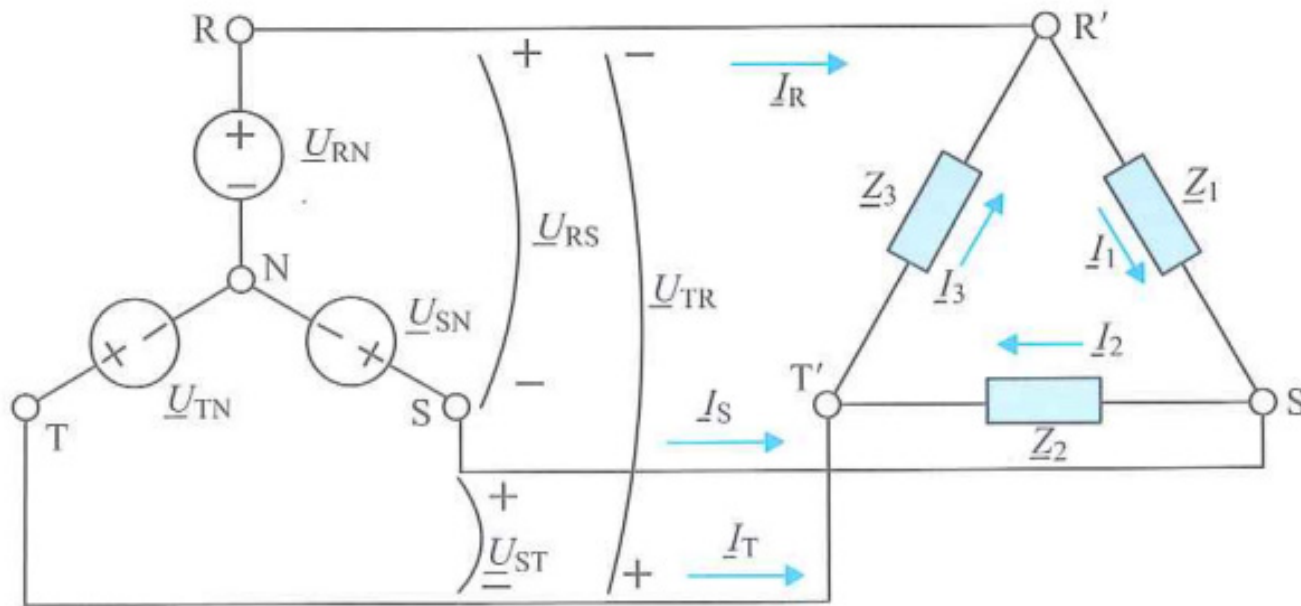


Figura 3.18 Carga equilibrada conectada en triángulo

$$U_{R'S'} = U_{RS}$$

$$U_{S'T'} = U_{ST}$$

$$U_{T'R'} = U_{TR}$$

$$U_{F\Delta} = U_L$$

$$U_{F\Delta} = U_{R'S'} = U_{S'T'} = U_{T'R'}$$

$$U_L = U_{RS} = U_{ST} = U_{TR}$$

# Conexión en triángulo (Y-Δ) equilibrado

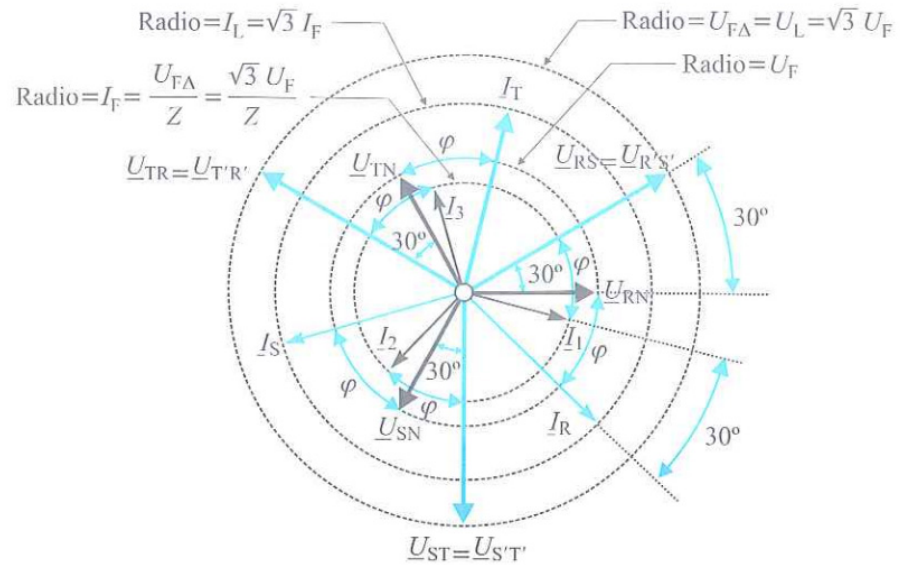
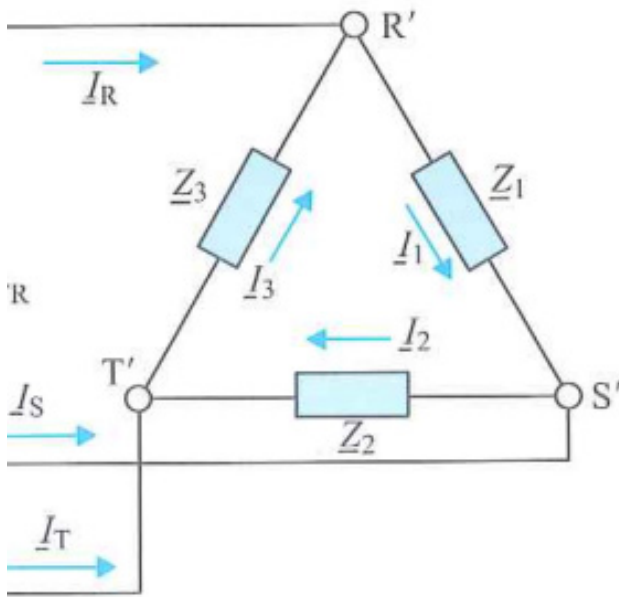


Figura 3.19 Diagrama fasorial de tensiones y corrientes en un sistema en triángulo equilibrado

$$\begin{aligned}
 I_R &= \sqrt{3} I_1 e^{-j30} \\
 I_S &= \sqrt{3} I_2 e^{-j30} \\
 I_T &= \sqrt{3} I_3 e^{-j30}
 \end{aligned}
 \longrightarrow
 \begin{aligned}
 & \boxed{I_L = \sqrt{3} I_F} \\
 & \boxed{U_{F\Delta} = U_L = \sqrt{3} U_F}
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 I_L &= |I_R| = |I_S| = |I_T| & I_F &= |I_1| = |I_2| = |I_3| \\
 (U_{F\Delta} &= U_{R'S'} = U_{S'T'} = U_{T'R'})
 \end{aligned}$$

La intensidad de línea retrasa 30° respecto de la intensidad de fase (Sentido de giro antihorario)

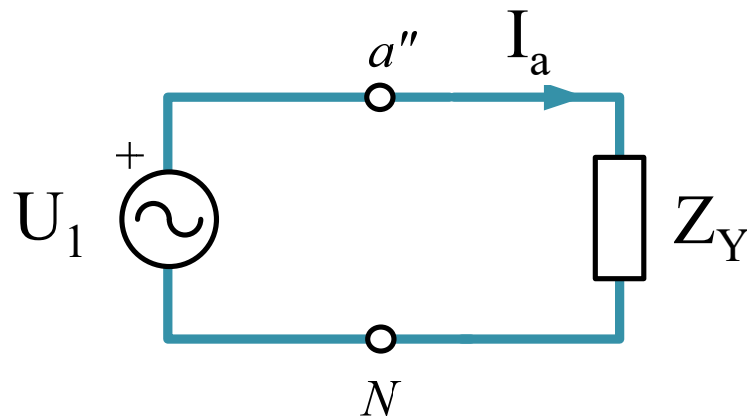
Ingeniería Eléctrica y Electrónica

## Sistemas trifásicos equilibrados

- El cálculo de sistemas o circuitos trifásicos equilibrados **se simplifica reduciendo el mismo a un problema monofásico equivalente**
- Los sistemas posibles son
  - ✓ Sistemas con conexión **Estrella-Estrella Y-Y**
  - ✓ Sistemas con conexión **Triángulo-Triángulo  $\Delta$ - $\Delta$**
  - ✓ Sistemas con conexión **Estrella-Triángulo Y- $\Delta$**
  - ✓ Sistemas con conexión **Triángulo-Estrella  $\Delta$ -Y**

## Sistemas trifásicos equilibrados

- El sistema se puede reducir a tres circuitos monofásicos



$$Z_Y = Z_g + Z_L + Z$$

$$E_1 = E \angle 0^\circ$$

$$E_2 = E \angle -120^\circ$$

$$E_3 = E \angle +120^\circ$$



$$I_a = \frac{U_1}{Z_Y}$$

- Resolviendo uno de ellos, se obtienen los demás

$$I_b = I_a (1 \angle -120^\circ)$$

$$I_c = I_a (1 \angle +120^\circ)$$

## Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

- La **potencia instantánea** en un sistema trifásico equilibrado es **constante** (no dependen del t).

$$P = 3U_F I_F \cos \varphi [W]$$

- Los motores y generadores **trabajan mejor a potencia constante** que a potencia fluctuante (monofásicos), ya que ésta causa vibraciones.
- Los **desequilibrios en la carga de un sistema trifásico provocan una demanda de potencia fluctuante**. Si falta una fase (sin consumo) aparece una potencia fluctuante del doble de la frecuencia de fundamental de la red, es decir, aparecen armónicos de tensión.

## Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

- La **potencia activa**  $P$  en un sistema trifásico equilibrado (generador o carga) es igual a 3 veces la potencia en una de sus fases  $P_F$

$$P_F = U_F I_F \cos \varphi [W] \quad \longrightarrow \quad P = 3U_F I_F \cos \varphi [W]$$

- La **potencia reactiva**  $Q$  en un sistema trifásico equilibrado (generador o carga) es igual a 3 veces la potencia en una de sus fases  $Q_F$

$$Q_F = U_F I_F \operatorname{sen} \varphi [VAr] \quad \longrightarrow \quad Q = 3U_F I_F \operatorname{sen} \varphi [VAr]$$

- La **potencia aparente o total**  $S$  en un sistema trifásico equilibrado (generador o carga) resulta:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_F I_F [VA]$$



## Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

Difícil medir valores de fase. Por convenio se trabaja con **valores de línea**

- **Carga equilibrada conectada en estrella.**

$$U_F = \frac{U_L}{\sqrt{3}} \quad I_F = I_L$$

$$P = 3U_F I_F \cos \varphi = 3 \frac{U_L}{\sqrt{3}} I_L \cos \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi [W]$$

$$Q = 3U_F I_F \sin \varphi = 3 \frac{U_L}{\sqrt{3}} I_L \sin \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi [VAr]$$

$$S = 3U_F I_F = 3 \frac{U_L}{\sqrt{3}} I_L = \sqrt{3} U_L I_L [VA]$$

$\varphi$  es el ángulo que forman  $U_F$  e  $I_F$  (no  $U_L$  e  $I_L$ )

## Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

Difícil medir valores de fase. Por convenio se trabaja con **valores de línea**

- **Carga equilibrada conectada en triángulo.**  $U_{F\Delta} = U_L$      $I_F = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$

$$P = 3U_{F\Delta}I_{F\Delta} \cos \varphi = 3 \frac{U_L}{\sqrt{3}} I_L \cos \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi [W]$$

$$Q = 3U_{F\Delta}I_{F\Delta} \operatorname{sen} \varphi = 3 \frac{U_L}{\sqrt{3}} I_L \operatorname{sen} \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \operatorname{sen} \varphi [VAr]$$

$$S = 3U_{F\Delta}I_{F\Delta} = 3 \frac{U_L}{\sqrt{3}} I_L = \sqrt{3} U_L I_L [VA]$$

$\varphi$  es el ángulo que forman  $U_F$  e  $I_F$  (no  $U_L$  e  $I_L$ )

## Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

- Para transmitir la misma potencia a un carga, un sistema trifásico de distribución **tiene la mitad de pérdidas** que uno monofásico
- A igualdad de pérdidas en la distribución, un **sistema trifásico emplea  $\frac{3}{4}$  de volumen de conductor** que uno monofásico

- **Circuitos Eléctricos.** Jesús Fraile Mora. Pearson.
- **Teoría de Circuitos.** V. Parra, J. Ortega, A. Pastor, A. Pérez. UNED.