Universidad Rey Juan Carlos

Tema 1 (continuación). Corriente Alterna

Índice

Fuentes de tensión alterna. Formas de onda

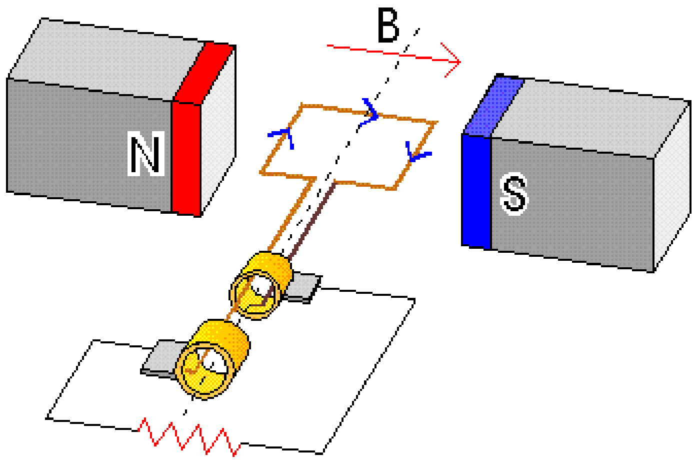
Elementos pasivos en régimen sinusoidal permanente. Concepto de impedancia

Potencia y energía en AC

Factor de potencia

Rendimiento

¿Por qué se utiliza corriente alterna?



- Los sistemas de generación de energía eléctrica más extendidos se basan en espiras en movimiento en un campo magnético, y generan una tensión alterna sinusoidal (AC).
- Permite su transformación a tensiones muy elevadas (kV) con mínimas pérdidas en el proceso.
- Dichas tensiones tan elevadas reducen enormemente las pérdidas de transporte y distribución de la energía por la red eléctrica.

Curiosidad: en este momento se están consumiendo en España unos 35 miles de millones de vatios (35.000 MW) DE POTENCIA ELÉCTRICA en forma de corriente alterna. La demanda en tiempo real se encuentra en https://demanda.ree.es/demanda.html

Generación de tensión alterna sinusoidal

Principio básico del alternador:

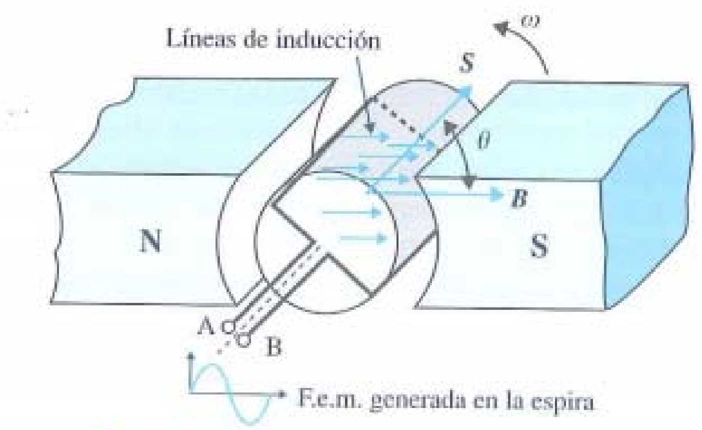
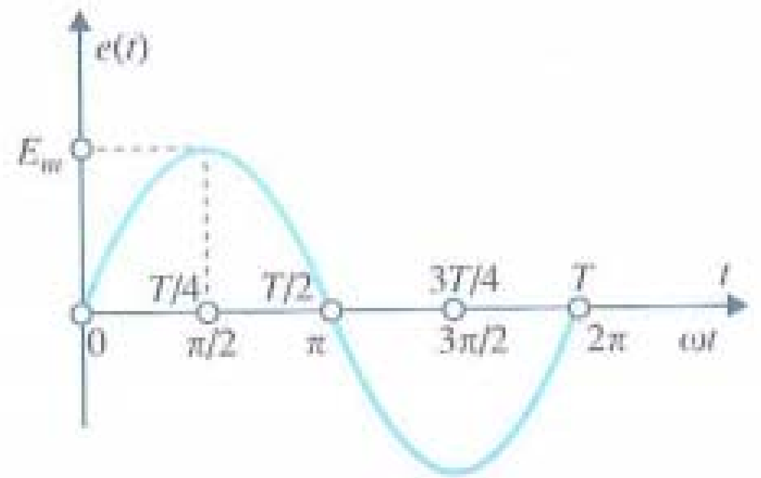


Figura 2.1 Generación de una f.e.m. sinusoidal

Espira de superficie S (m^2) girando sobre su eje a una velocidad angular constante ω (rad/seg) dentro de un campo magnético uniforme de valor B (T) producido por un imán.

$$\Phi = \int_S B ds = B \bullet S = BS \cos \omega t$$



Aplicando la Ley de Faraday:

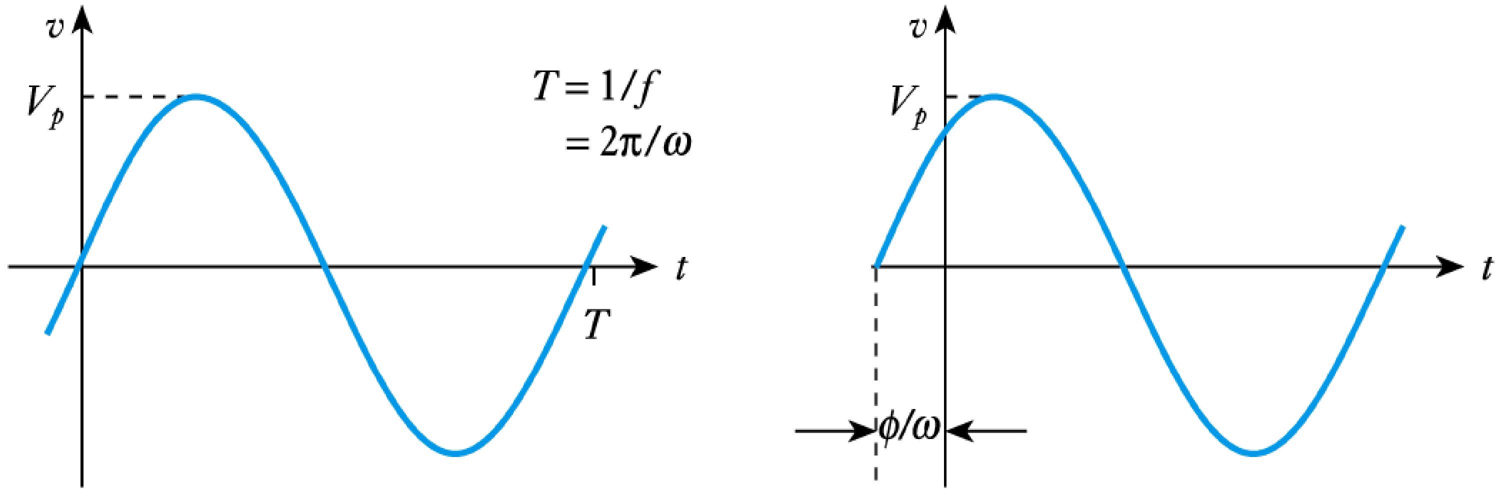
$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(BS \cos \omega t\right) = BS\omega sen\omega t$$

$$\boxed{e = E_m sen\omega t} \qquad E_m = BS\omega$$

Fuentes de tensión alterna (AC)

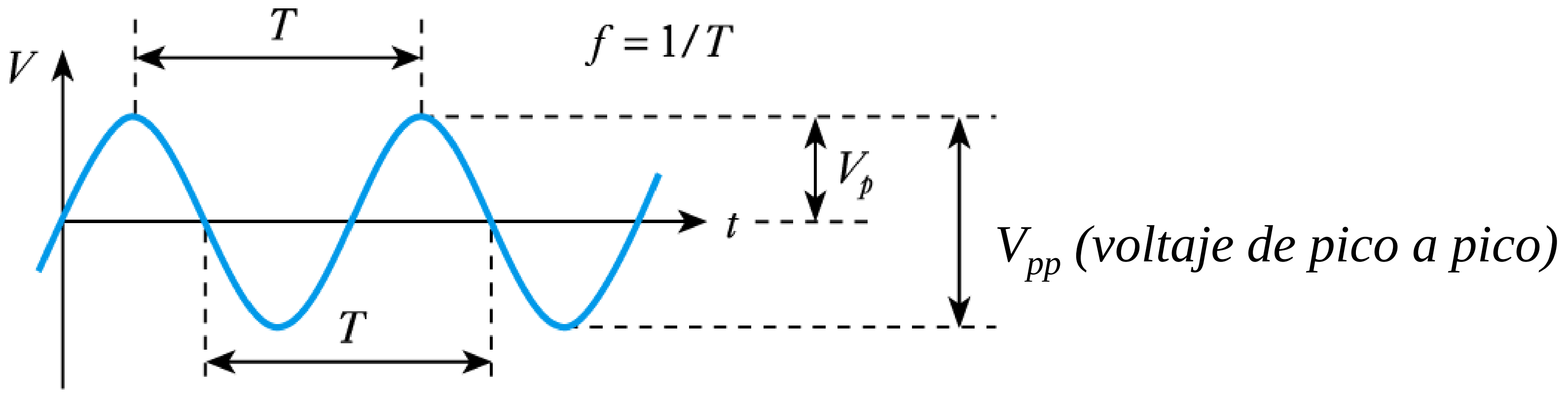
Una fuente de tensión alterna (AC) es una fuente cuya amplitud varía con el tiempo periodicamente. La más típica es la sinusoidal. Se caracteriza por una amplitud o valor de pico, V_p (voltios), una fase ϕ (rad) y una frecuencia angular ω (rad/s). T (segundos) es el periodo, inverso de la frecuencia lineal (Hz).

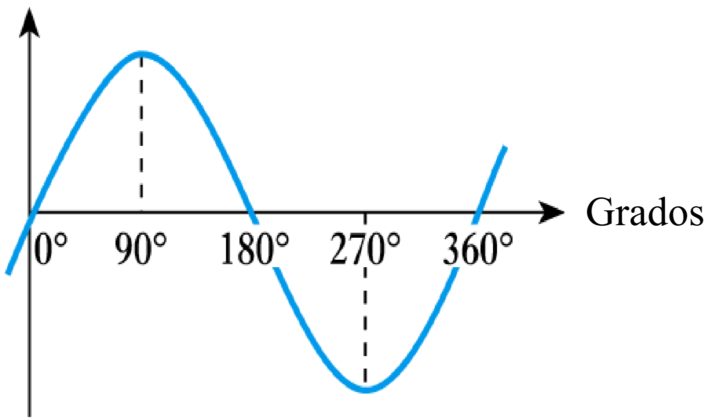
$$v = V_p\, sen(\omega t + \phi) \qquad T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

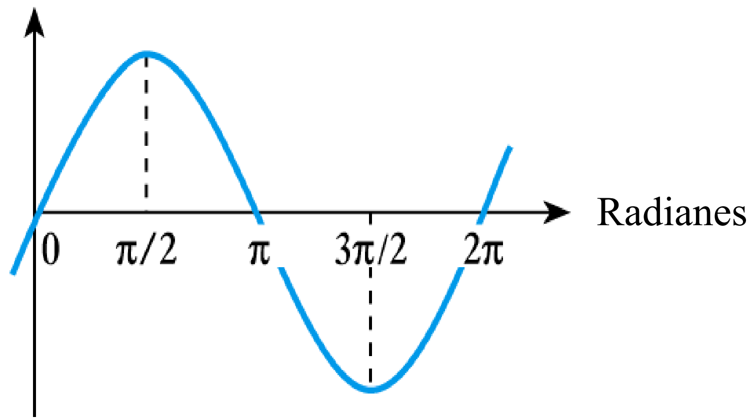


$$v = V_p\, sen(\omega t) \qquad v = V_p\, sen(\omega t + \phi)$$

Fuentes de tensión alterna sinusoidal

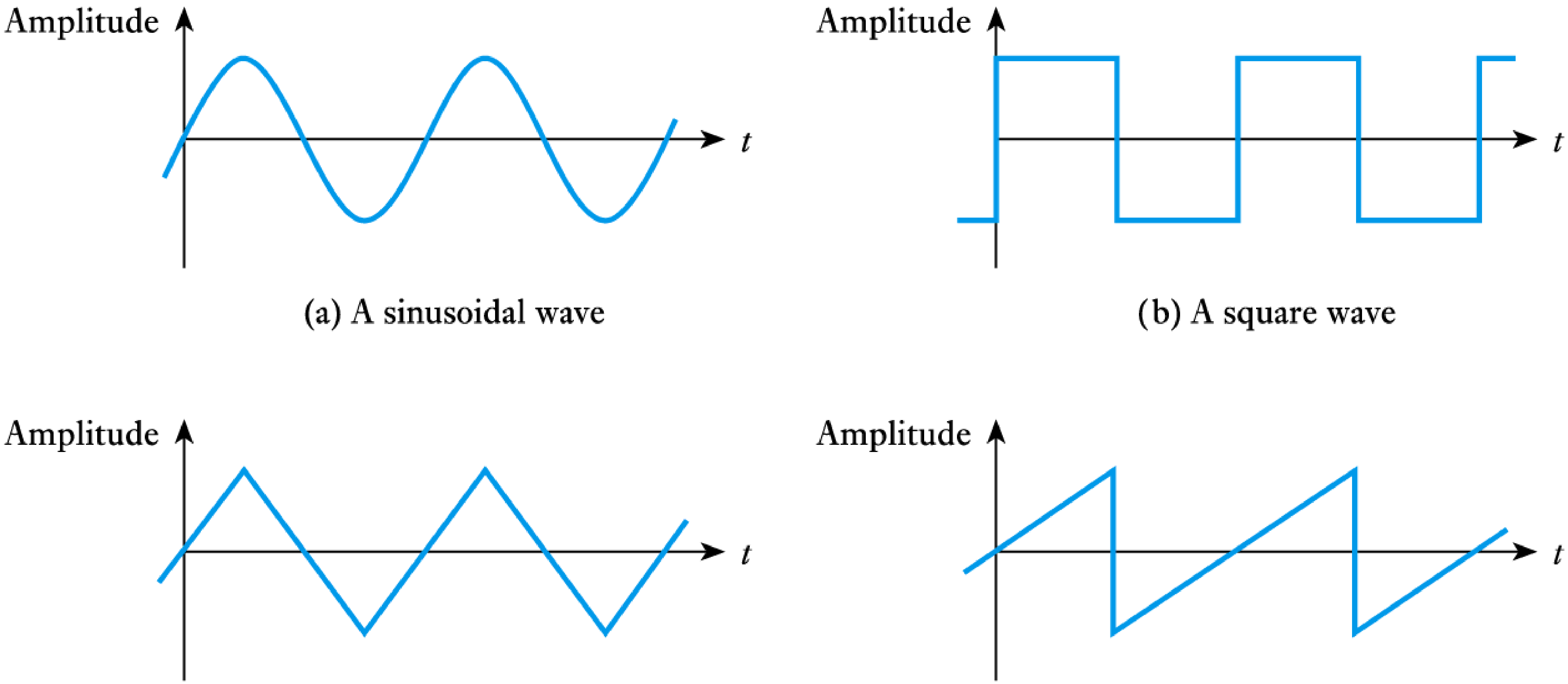






Otras formas de onda

Además de la sinusoidal existen otras formas de corriente alterna (AC). Todas ellas son funciones periódicas.



(a) A sinusoidal wave

(b) A square wave

(c) A triangular wave

(d) A sawtooth wave

Valor medio y valor eficaz de una onda sinusoidal

- El valor medio (en un periodo T) de una onda sinusoidal es cero.
- El valor eficaz (también denominado valor cuadrático medio o valor RMS, *root mean square*) es una manera de cuantificar la magnitud de una cantidad variable. Se define como la raíz cuadrada de la media aritmética del cuadrado de una magnitud, es decir:

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\,dt} \Rightarrow V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left[V_p sen(\phi)\right]^2 d\phi} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$$

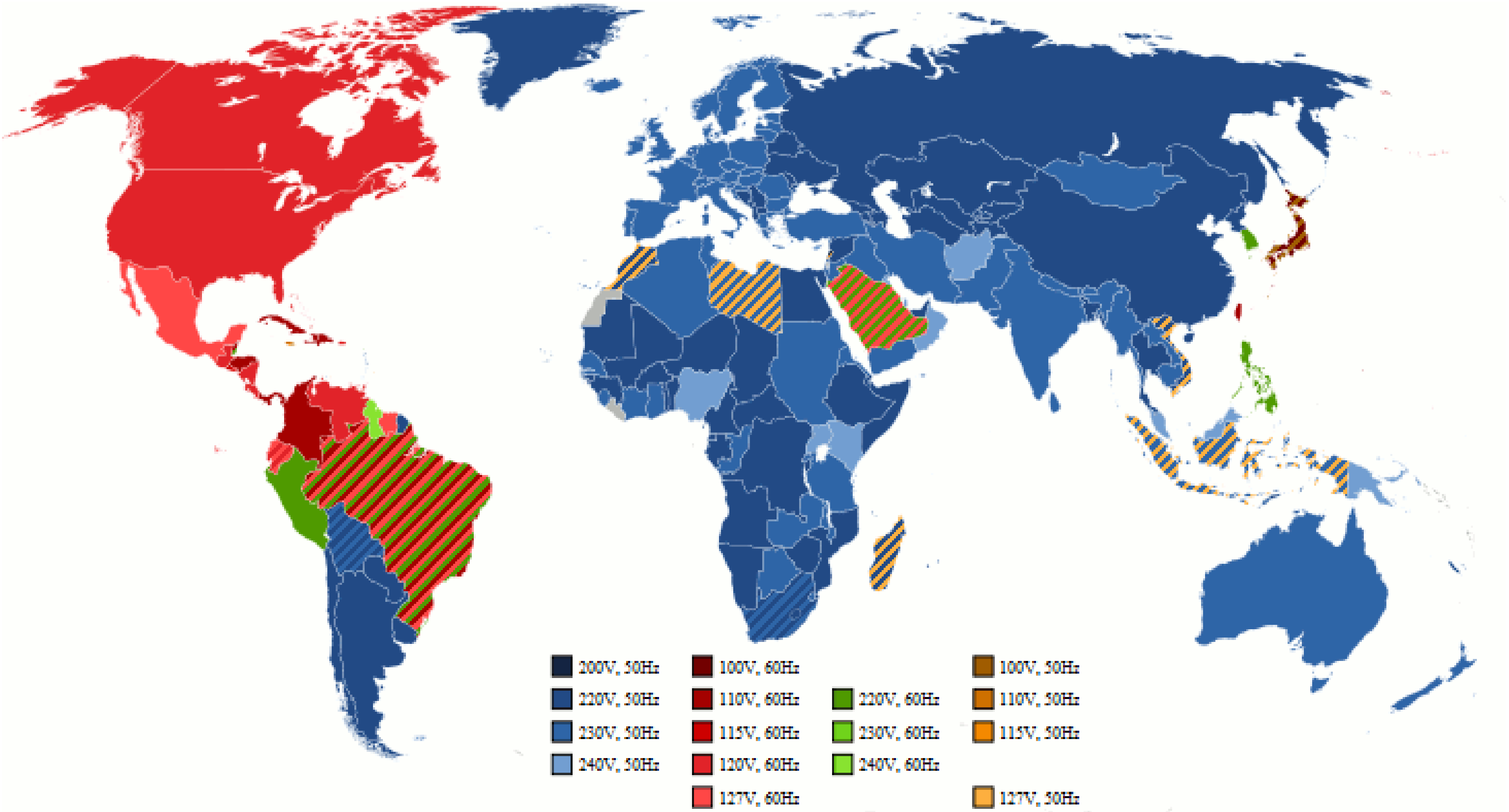
Los valores eficaces se utilizan para calcular la potencia eléctrica media disipada en una resistencia R sometida a una tensión alterna.

> El valor eficaz de una magnitud alterna representa la tensión (o corriente) continua que disiparía la misma potencia eléctrica al aplicarse a una R

$$P_{mc.c} = I_{CC} \cdot V_{CC} \qquad P_{mc.a} = I_{ef} \cdot V_{ef}$$

Tensión eficaz y frecuencia lineal de la red eléctrica doméstica en el mundo

https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Enchufes,_voltajes_y_frecuencias_por_país



Respuesta de un circuito a una entrada sinusoidal

- La respuesta de un circuito lineal (R, L, C) a una entrada (tensión) alterna sinusoidal es una función sinusoidal de igual frecuencia. La amplitud y la fase pueden variar.
- La suma de funciones senoidales de igual frecuencia es una función sinosoidal de igual frecuencia. La amplitud y la fase pueden variar.
- La derivada y la integral de una sinusoide es otra sinusoide.
- Mediante la descomposición en serie de Fourier cualquier función periódica puede representarse como una combinación lineal de un número finito de funciones senoidales.
- Los alternadores (si giran a velocidad constante) generan tensión con forma sinusoidales. Es una forma de onda fácil de obtener.
- La respuesta de un sistema ante funciones senoidales de distinta frecuencia nos da información del sistema.

Elementos pasivos en regimen sinusoidal permanente. Concepto de impedancia

- En DC los condensadores e inductancias no son elementos lineales. **En régimen sinusoidal sí lo son**, debido a que tanto la derivada como la integral de una sinusoide es otra sinusoide.
- Se puede definir la impedancia de un elemento (resistencia, condensador o inductancia) como el cociente entre el voltaje aplicado a un elemento y la corriente que pasa por él:

$$\boxed{Z = \frac{V}{I}}$$

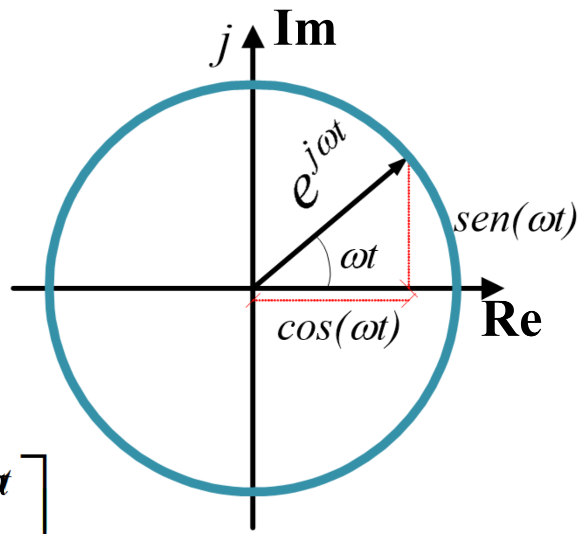
- Podemos considerar a estos elementos (L y C) como “resistencias de valor complejo” y operar como lo hemos hecho hasta ahora con circuitos puramente resistivos.

Elementos pasivos en regimen sinusoidal permanente. Concepto de impedancia

Notación compleja de Euler. Representación compleja de una magnitud sinusoidal.

$$e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\,sen(\omega t) \qquad \cos(\omega t) = \mathrm{Re}\left[e^{j\omega t}\right]$$

$$e^{-j\omega t} = \cos(\omega t) - j\,sen(\omega t) \qquad sen(\omega t) = \mathrm{Im}\left[e^{j\omega t}\right]$$



$$v(t) = V_p \cdot \cos(\omega t + \varphi_V) = V_p \cdot \mathrm{Re}\left[e^{j(\omega t + \varphi_V)}\right] = V_p \cdot \mathrm{Re}\left[e^{j\varphi_V} \cdot e^{j\omega t}\right]$$

$$v(t) = V_p \cdot e^{j\varphi_V} e^{j\omega t} \qquad i(t) = I_p \cdot e^{j\varphi_i} e^{j\omega t}$$

$$Z = \frac{v(t)}{i(t)} = \frac{V_p \cdot e^{j\phi_V} e^{j\omega t}}{I_p \cdot e^{j\phi_i} e^{j\omega t}} = \frac{V_p \cdot e^{j\phi_V}}{I_p \cdot e^{j\phi_i}} = \frac{V_p}{I_p} e^{j(\phi_V - \phi_i)}$$

Respuesta de elementos pasivos (R, L, C) al regimen sinusoidal permanente

$$\boxed{v(t) = R \cdot i(t)}$$

$$V_p \cdot e^{j\varphi_V} e^{j\omega t} = R \cdot I_p \cdot e^{j\varphi_i} e^{j\omega t}$$

$$\boxed{Z_R = R = \frac{V_p}{I_p}}$$

$$\phi_V = \phi_i$$

La corriente está en fase con la tensión

$$\boxed{v(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}}$$

$$V_p \cdot e^{j\varphi_V} e^{j\omega t} = j\omega L \cdot I_p \cdot e^{j\varphi_i} e^{j\omega t}$$

$$V_p \cdot e^{j\varphi_V} = \omega L \cdot I_p \cdot e^{j\varphi_i + \pi/2}$$

$$V_p = \omega L \cdot I_p$$

$$\boxed{Z_L = j\omega L}$$

$$\varphi_i = \varphi_V - \pi/2$$

La corriente retrasa 90º a la tensión

$$\boxed{i(t) = C \cdot \frac{dv(t)}{dt}}$$

$$I_p \cdot e^{j\varphi_i} e^{j\omega t} = j\omega C \cdot V_p \cdot e^{j\varphi_V} e^{j\omega t}$$

$$I_p \cdot e^{j\varphi_i} = \omega C \cdot V_p \cdot e^{j\varphi_V + \pi/2}$$

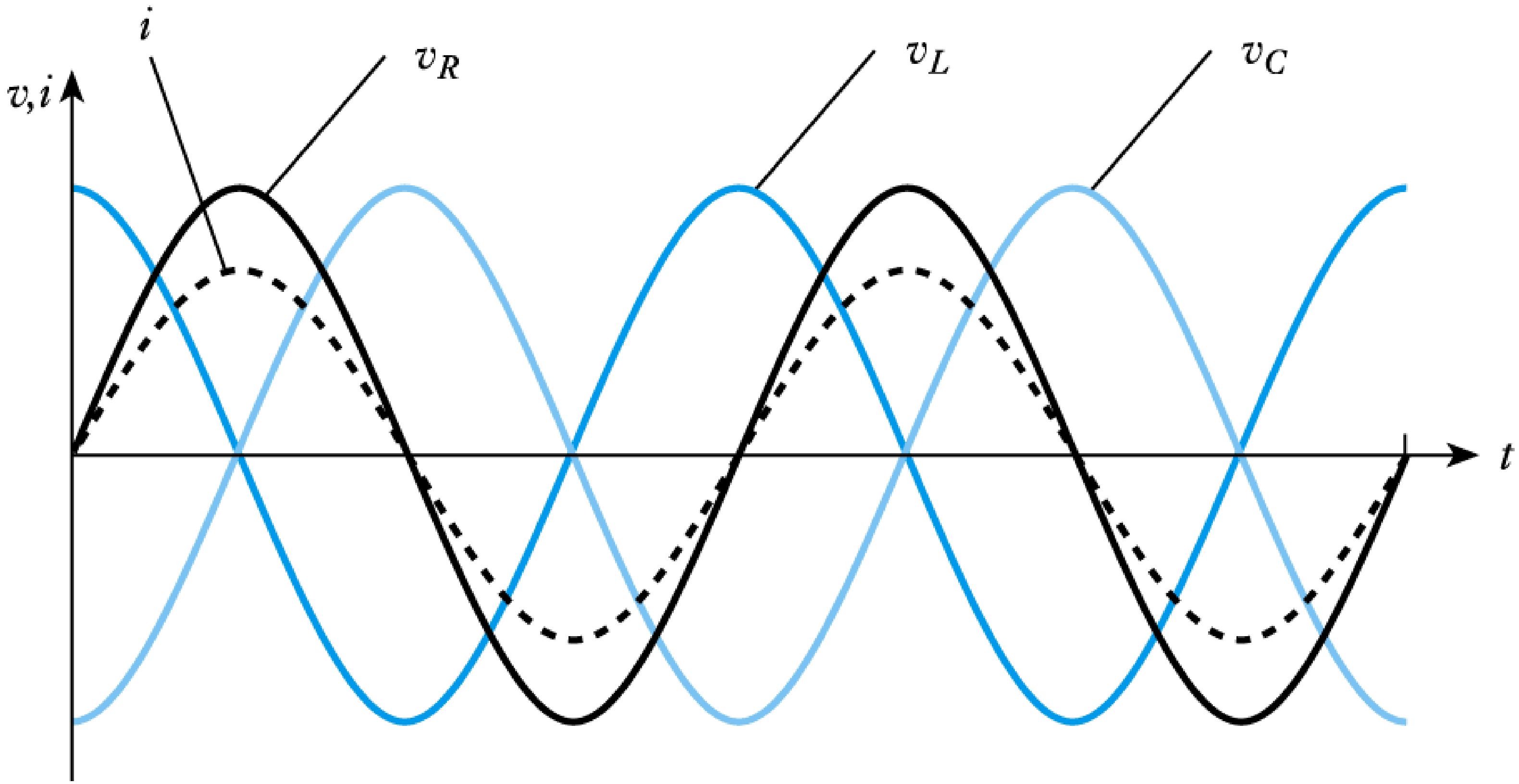
$$I_p = \omega C \cdot V_p$$

$$\boxed{Z_C = \frac{1}{j\omega C}}$$

$$\varphi_i = \varphi_V + \pi/2$$

La corriente adelanta 90º a la tensión

Formas de onda en los elementos pasivos



Resistencia

$$R[\Omega]$$

Reactancia inductiva

$$X_L = \omega L[\Omega]$$

Reactancia capacitiva

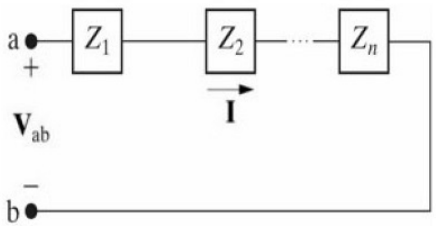
$$X_C = -\frac{1}{\omega C}[\Omega]$$

$$Z = R + jX\,[\Omega]$$

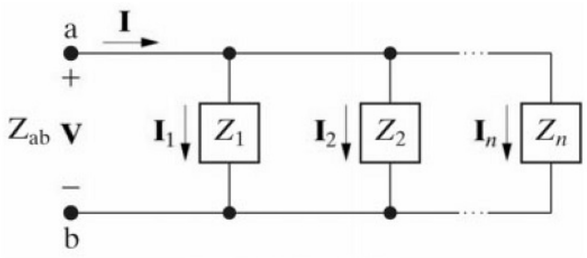
A la parte real de la impedancia la llamaremos resistencia y a la parte imaginaria reactancia (responsable del desfase entre tensión y corriente).

Fasores: Asociación de elementos pasivos. Leyes de Kirchoff. Thevenin.

- Las reglas para determinar impedancias equivalentes (asociaciones en serie y en paralelo) son idénticas a las estudiadas en DC para las resistencias



$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2 + \ldots + Z_n$$



$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \ldots + \frac{1}{Z_n}$$

- Las leyes de Kirchhoff se aplican igualmente en forma fasorial sustituyendo tensiones, corrientes e impedancias por los fasores correspondientes.

- Los teoremas de Thevenin y Norton se aplican de maneras análoga empleando fasores e impedancias complejas.

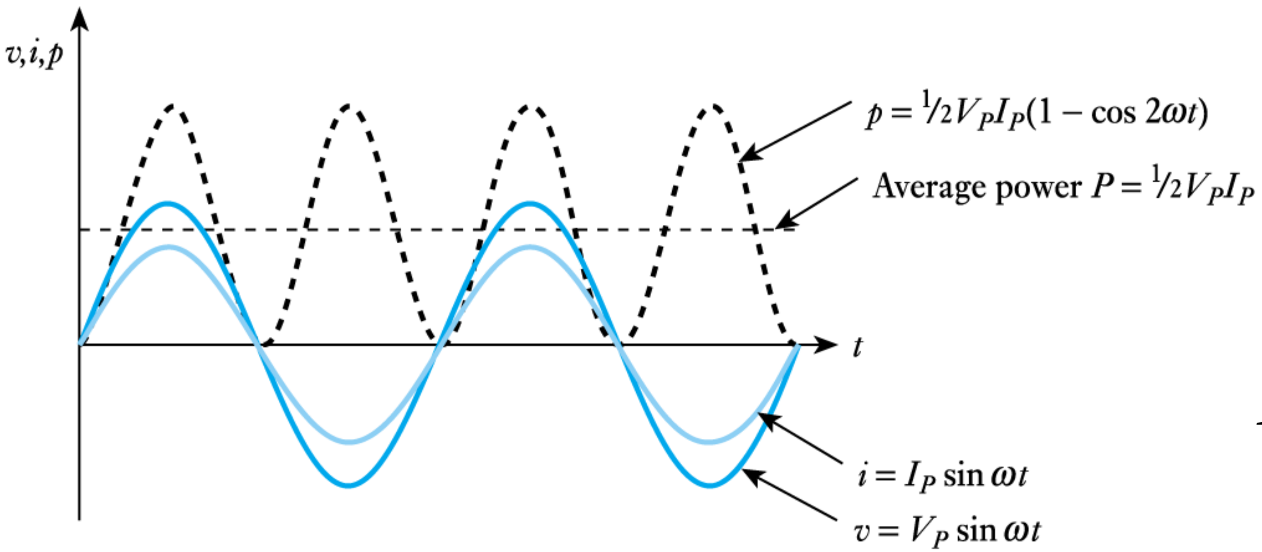
Potencia y Energía en Corriente Alterna

Potencia instantánea: Es el valor de la potencia en cada instante p(t) =v(t) i(t)
Potencia promedio: Es el valor medio de la potencia.

1. Potencia instantanea en una resistencia en corriente alterna.

$$p_R(t) = V_P sen(\omega t) \times I_P sen(\omega t) = V_P I_P\, sen^2(\omega t) = V_P I_P \left(\frac{1-\cos(2\omega t)}{2} \right)$$

2. Potencia promedio en una resistencia en corriente alterna.



$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt$$

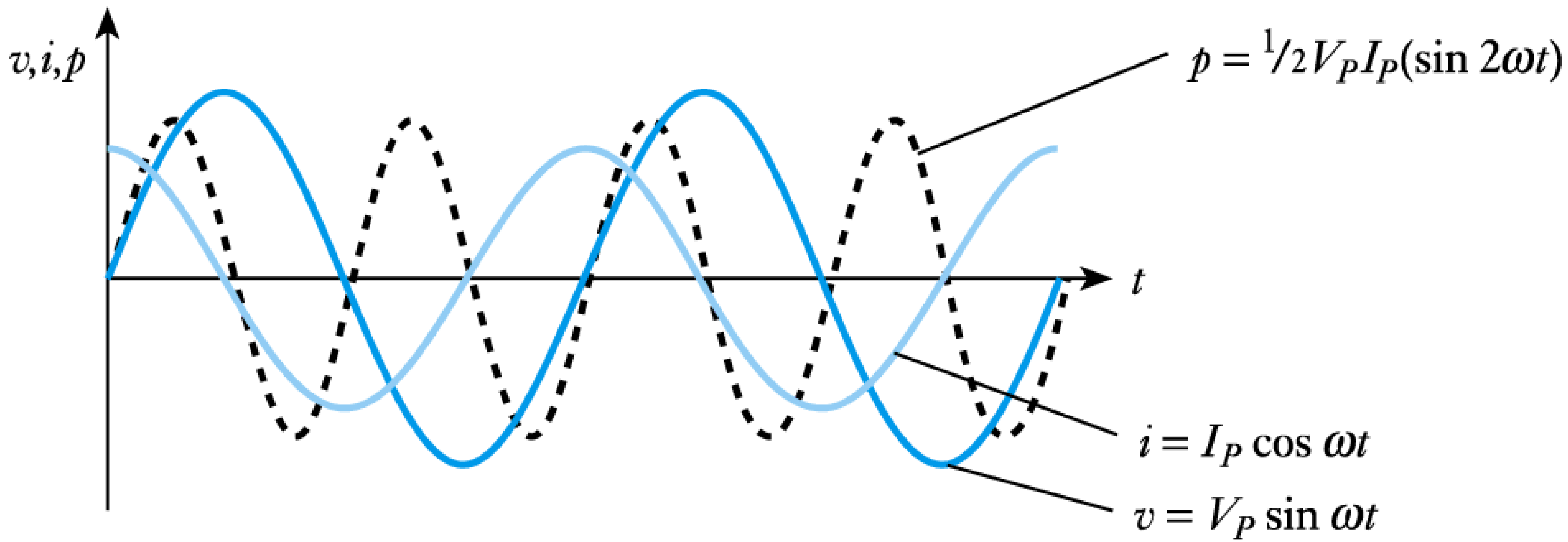
$$P_{R_{m(av)}} = V_{ef} I_{ef} = \frac{1}{2} V_P I_P$$

3. Potencia instantanea en un condensador en corriente alterna.

$$p_C = V_P sen(\omega t) \times I_P \cos(\omega t) = V_P I_P \left(\frac{sen(2\omega t)}{2} \right)$$

4. Potencia media un condensador en corriente alterna.

$$P_{C\,m(av)} = P_{C\,ef\,(r.m.s.)} = 0$$

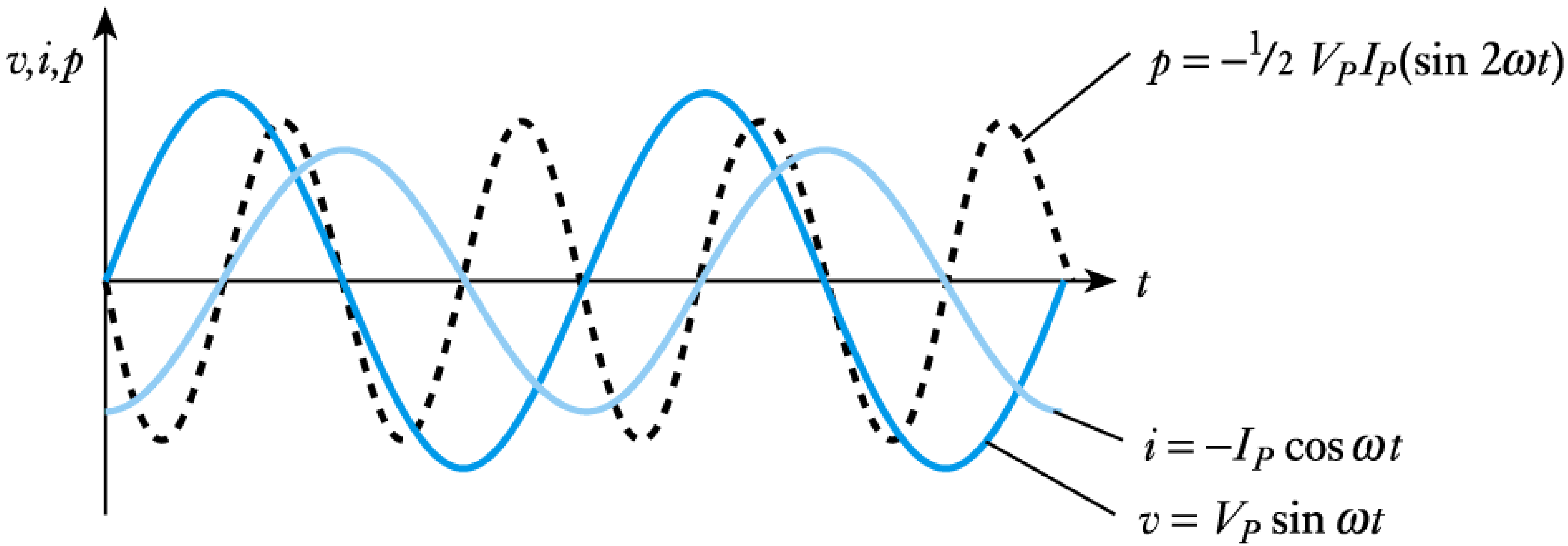


5. Potencia instantánea en una inductancia en corriente alterna.

$$p_L = V_P sen(\omega t) \times [-I_P \cos(\omega t)] = -V_P I_P \left(\frac{sen(2\omega t)}{2} \right)$$

6. Potencia media una inductancia en corriente alterna.

$$P_{L\,m(av)} = P_{L\,ef\,(r.m.s.)} = 0$$



Energía en régimen senoidal permanente

- Energía en una resistencia

$$w_R(t)=\int_0^t v(t)\cdot i(t)\,\partial t \qquad w_R=\int_0^t V_P I_P\left(\frac{1-\cos(2\omega t)}{2}\right)\partial t=\frac{V_{ef}I_{ef}}{\omega}\left(\omega t-\frac{sen(2\omega t)}{2}\right)$$

Valor creciente

- Energía en un condensador

$$I_{ef}=\frac{V_{ef}}{1/\omega C}=\omega C V_{ef} \qquad w_C=\int_0^t V_P I_P\left(\frac{sen(2\omega t)}{2}\right)\partial t=\frac{1}{2}CV_{ef}^2(1-\cos(2\omega t))$$

Valor oscilante con frecuencia (2ωt) entre 0 y CV_{ef}^2

- Energía en una bobina

$$V_{ef}=\omega L I_{ef} \qquad w_L=\int_0^t -V_P I_P\left(\frac{sen(2\omega t)}{2}\right)\partial t=\frac{1}{2}LI_{ef}^2(1-\cos(2\omega t))$$

Valor oscilante con frecuencia (2ωt) entre 0 y LI_{ef}^2

Universidad Rey Juan Carlos

Potencia instantánea en un circuito con resistencia y bobina

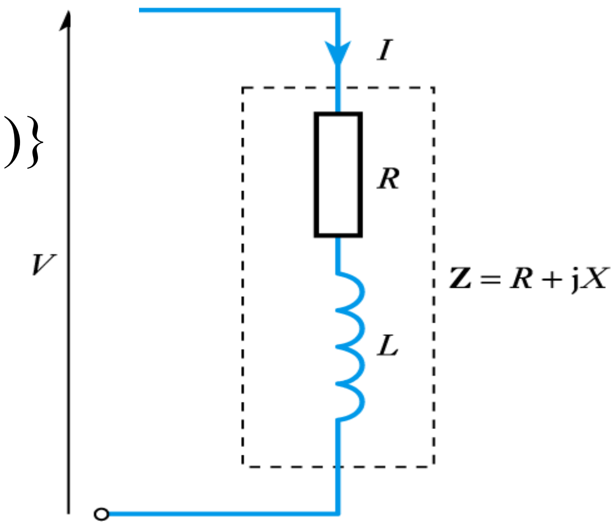
$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

Corriente retrasada en ϕ=arctg(ωL/R)

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b) + \cos(a-b)\right]$$

$$sen a sen b = \frac{1}{2}\left[\cos(a-b) - \cos(a+b)\right]$$

$$p(t) = V_P sen(\omega t) \times I_P sen(\omega t - \varphi_i) = \frac{1}{2} V_P I_P \{\cos\varphi_i - \cos(2\omega t - \varphi_i)\}$$



(a)

$$p(t) = \underbrace{\frac{1}{2} V_P I_P \cos\varphi_i}_{} - \underbrace{\frac{1}{2} V_P I_P \cos(2\omega t - \varphi_i)}_{}$$

Potencia activa, P (se mide en W)

Potencia fluctuante en el tiempo (se mide en Voltamperios, VA)

Potencia Aparente, Activa y Reactiva

- **Potencia Aparente:** $S = V_{ef} I_{ef}$ es la que se aporta al circuito

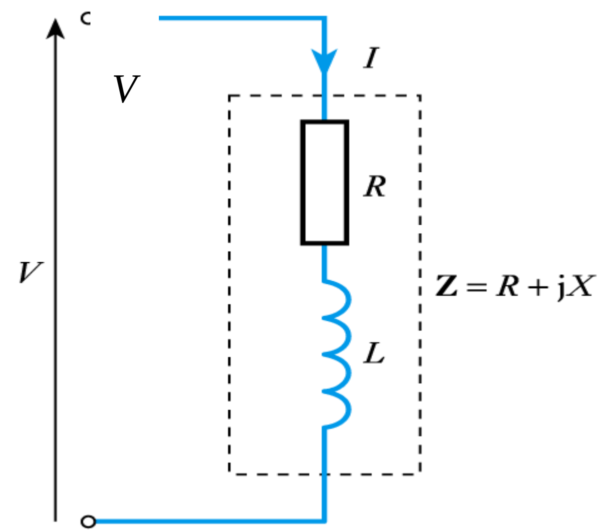
  Se puede descomponer en una parte real y otra imaginaria (se mide en voltamperios, VA)

- **Potencia Activa: Se disipa en los elementos resistivos**
  $P = S \cos\phi$, es la parte real de la aparente (se mide en W)

- **Potencia Reactiva: Se almacena en los elementos reactivos**
  $Q = S \operatorname{sen} \phi$ es la parte imaginaria de la aparente (se mide en voltamperios reactivos, VAr).

  ϕ es el ángulo de la impedancia, Z= arctg(ωL/R)

$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad [VA]^2$$



(a)

Factor de potencia

$$\text{Factor de Potencia} = \frac{\text{Potencia Activa}(W)}{\text{Potencia Aparente}(VA)} = \frac{P}{S} = \cos\phi$$

- Las cargas inductivas tienen un factor de potencia “de retraso”
- Las cargas capacitivas tienen un factor de potencia “de adelanto”

Un motor de alterna típico tiene un factor de potencia inductivo de 0,9

Una gran red eléctrica nacional tiene un factor de potencia inductivo de 0,8 - 0,9

Cuanto mayor es el factor de potencia (es decir, cuanto menor es el desfase entre V e I), se tiene que:

- ✓ Potencia reactiva menor
- ✓ Menores pérdidas en la línea
- ✓ Menor potencia aparente del generador
- ✓ Mejor rendimiento

Corrección del Factor de Potencia

El problema de un bajo factor de potencia se puede corregir añadiendo al circuito componentes adicionales que lo hagan cercano a la unidad.

- ✓ Instalaciones eléctricas convencionales. Un condensador del tamaño adecuado en paralelo con una carga con un bajo factor de potencia inductivo puede “cancelar” el efecto inductivo
- ✓ Podría colocarse en serie, pero modificaría la tensión en la carga
- ✓ Cuanto más cercano es el factor de potencia a la unidad, más eficiente el sistema
- ✓ Cuanto más lejano de la unidad, aumentan las pérdidas, hay que sobredimensionar las instalaciones, hay caídas de tensión
- ✓ Las compañias eléctricas penalizan en la factura los consumos con bajo (pobre) factor de potencia

Transferencia máxima de potencia

¿Cuándo la potencia suministrada a la carga por el generador es máxima?

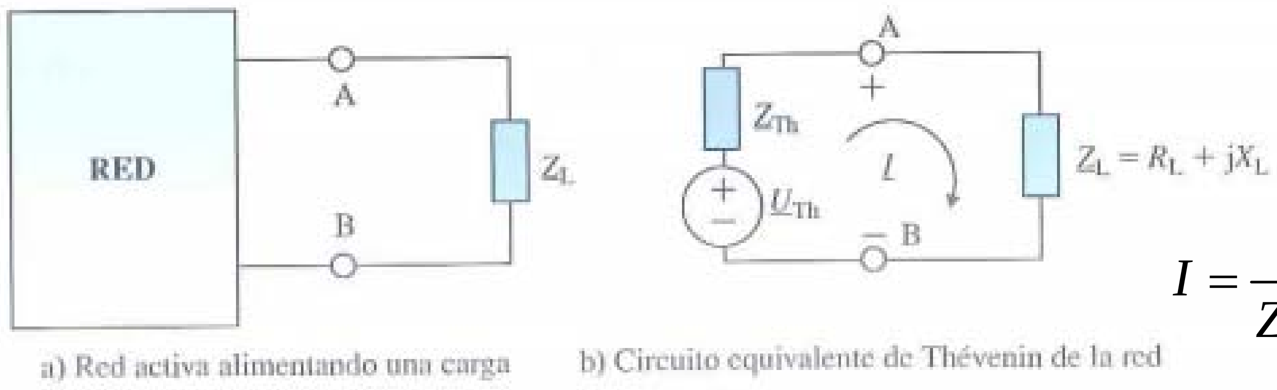


Figura 2.66 Transferencia máxima de potencia

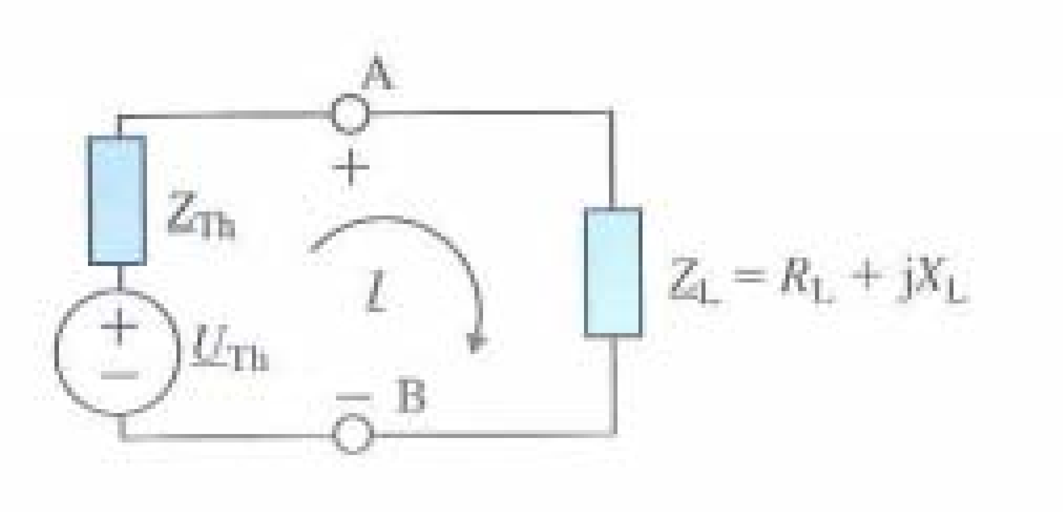
$$I = \frac{U_{th}}{Z_{th} + Z_L} = \frac{U_{th}}{\left(R_{th} + R_L\right) + j\left(X_{th} + X_L\right)}$$

$$|I| = \frac{U_{th}}{\sqrt{\left(R_{th} + R_L\right)^2 + \left(X_{th} + X_L\right)^2}} \qquad P_L = R_L I^2 = \frac{U_{th}^2 R_L}{\left(R_{th} + R_L\right)^2 + \left(X_{th} + X_L\right)^2}$$

P_L es máxima para cualquier R_L si $X_L = -X_{th}$ $\longrightarrow$ $P_L = \dfrac{R_L U_{th}^2}{\left(R_{th} + R_L\right)^2}$

P_L es máxima cuando $\dfrac{dP_L}{dR_L} = 0 \Rightarrow R_L = R_{th}$ $\longrightarrow$ $\boxed{Z_L = R_L + jX_L = R_{th} - jX_{th} = Z_{th}^*}$

Rendimiento



$$P_{IN} = U_{th} I = I^2 (Z_{th} + Z_L)$$

$$U_{th} = I (Z_{th} + Z_L)$$

$$P_L = Z_L I^2$$

$$\boxed{\eta = \frac{P_L}{P_{IN}} = \frac{Z_L}{Z_L + Z_{th}}}$$

- **Microelectrónica: circuitos y dispositivos.** M. N. Horenstein, Prentice Hall
- **Circuitos Electrónicos, análisis simulación y diseño.** N. Malik, Prentice Hall
- **Circuitos Eléctricos.** Fraile Mora. Pearson.

BIBLIOGRAFÍA