

Hoja de Ejercicios de Econometría: Autocorrelación

Ejercicio 1

Un investigador ha estimado por MCO un modelo de relación entre el consumo (C_t), su pasado y la renta (R_t):

$$(1) C_t = \beta_0 + \beta_1 C_{t-1} + \beta_2 R_t + \varepsilon_t$$

obteniendo los siguientes resultados:

$$\hat{C}_t = 0,03 + 0,8C_{t-1} + 0,5R_t \quad R^2 = 0,75 \quad T = 60$$

Empleando los residuos de la estimación MCO de la ecuación (1) se ha estimado por MCO el modelo:

$$\hat{\varepsilon}_t = \gamma_0 + \delta_1 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \gamma_1 C_{t-1} + \gamma_2 R_t + v_t$$

obteniéndose:

$$\hat{\varepsilon}_t = 0,07 + 0,3\hat{\varepsilon}_{t-1} + 0,4C_{t-1} + 0,3R_t + \hat{v}_t \quad R^2 = 0,8$$

- ¿Existe evidencia para pensar que en el modelo (1) existe autocorrelación de orden 1? Justifique su respuesta.
- En base a su respuesta en el apartado a) ¿Qué propiedades tendrán las estimaciones de MCO de (1)?
- ¿Sería válida la inferencia sobre los parámetros realizada a partir de la estimación MCO de (1)?
- ¿Cómo podría obtener estimaciones eficientes de los parámetros del modelo (1)? Suponga que $\varepsilon_t = \varphi\varepsilon_{t-1} + u_t$ siendo u_t ruido blanco.

Ejercicio 2

Se desea conocer el efecto que tiene la imposición directa (ID_t) sobre la demanda agregada (DA_t) de la economía. Para ello, empleando 20 datos anuales se ha estimado por MCO:

$$DA_t = \beta_0 + \beta_1 ID_t + \varepsilon_t$$

obteniéndose:

$$(1) \quad D\hat{A}_t = 22 - 0,5ID_t \quad d = 2,72 \quad R^2 = 0,76$$

A partir de los residuos de la ecuación (1) se ha estimado:

$$(2) \quad \hat{\varepsilon}_t^2 = 0,5 + 3ID_t + 0,02ID_t^2 + \hat{v}_t \quad R^2 = 0,85$$

$$(3) \quad \hat{\varepsilon}_t = 2 + 0,34ID_t + 0,8\hat{\varepsilon}_{t-1} - 0,25\hat{\varepsilon}_{t-2} + \hat{u}_t \quad R^2 = 0,05$$

Nota: Para un nivel de significación $\alpha = 0,05$: $d_i = d_L = 1,2$; $d_s = d_U = 1,41$ y

$$\chi_2^2 = 5,99$$

- ¿Existe evidencia para pensar que puede haber autocorrelación en la perturbación del modelo de demanda agregada? ¿de qué orden? Justifique su respuesta.
- ¿Y heterocedasticidad? Justifique su respuesta.
- En base a las respuestas anteriores, ¿qué propiedades tendrá la estimación MCO presentada en (1)?

Ejercicio 3

Un investigador quiere estudiar la relación que existe entre las variables Consumo (Y_t) y Renta (X_t). Para ello, empleando una muestra de 40 datos, estima por MCO los siguientes modelos:

$$(1) Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$$

$$(2) \frac{Y_t}{X_t} = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{1}{X_t} + v_t$$

$$(3) Y_t^* = \gamma_0 + \gamma_1 X_t^* + w_t$$

donde: $Y_t^* = Y_t - 0,5Y_{t-1}$ y $X_t^* = X_t - 0,5X_{t-1}$.

Empleando los residuos de las estimaciones MCO de (1), (2) y (3) se ha estimado por MCO:

$$(A) \hat{\varepsilon}_t = 0,5 - 0,03X_t - 0,76\hat{\varepsilon}_{t-1} + \hat{u}_{1t} \quad R^2 = 0,7$$

$$(B) \hat{\varepsilon}_t^2 = 0,8 + 0,2X_t - 0,4X_t^2 + \hat{u}_{2t} \quad R^2 = 0,1$$

$$(C) \hat{v}_t^2 = 0,6 - 0,1\frac{1}{X_t} + 0,1\frac{1}{X_t^2} + \hat{u}_{3t} \quad R^2 = 0,8$$

$$(D) \hat{w}_t = 0,18 + 0,76X_t^* + 0,32\hat{w}_{t-1} + \hat{u}_{4t} \quad R^2 = 0,04$$

- ¿Qué propiedades tendrán las estimaciones MCO de (1), (2) y (3)? Justifique su respuesta. Nota: Para $\alpha = 0,05$: $\chi_1^2 = 3,84$ $\chi_2^2 = 5,99$.
- ¿Existe alguna relación entre los coeficientes de (1), (2) y (3)? ¿Cuál?
- ¿Cómo contrastaría la hipótesis de que las variaciones en X no afectan al valor medio de Y ? Plantee la hipótesis nula que tendría que contrastar en (1), (2) y en (3). ¿En base a las estimaciones MCO de qué modelo realizaría el contraste?

Ejercicio 4

Empleando 32 datos anuales de un país se ha estimado por MCO la relación entre el Consumo agregado (CONSU) y la Renta (PIB):

$$CONSU_t = \beta_0 + \beta_1 PIB_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

obteniéndose:

Salida 1:

Dependent Variable: CONSU

Method: Least Squares

Sample: 1964 1995

Included observations: 32

Newey-West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=3)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	766.3996	238.4095	3.214635	0.0031
PIB	0.620610	0.007753	80.04515	0.0000
R-squared	0.995010	Mean dependent var		18548.53
Adjusted R-squared	0.994844	S.D. dependent var		5039.995
S.E. of regression	361.8969	Akaike info criterion		14.68106
Sum squared resid	3929082.	Schwarz criterion		14.77267
Log likelihood	-232.8969	F-statistic		5982.458
Durbin-Watson stat	0.344708	Prob(F-statistic)		0.000000

Empleando los residuos de este modelo se ha obtenido:

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	54.95244	Probability	0.000000
Obs*R-squared	20.94612	Probability	0.000005

Test Equation:

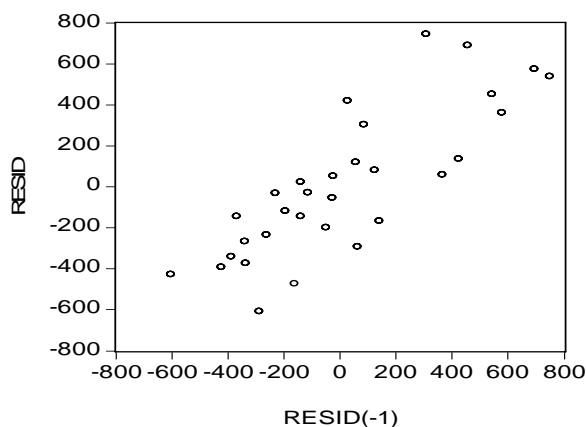
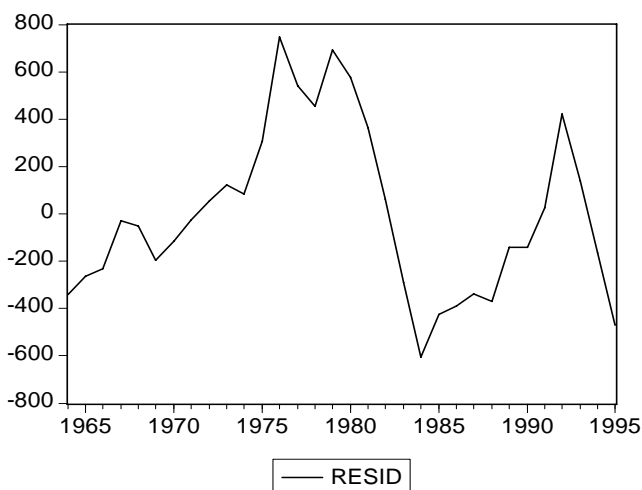
Dependent Variable: RESID

Method: Least Squares

Presample missing value lagged residuals set to zero.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	24.80903	142.6930	0.173863	0.8632
PIB	-0.001293	0.004800	-0.269346	0.7896
RESID(-1)	0.834054	0.112512	7.412992	0.0000

R-squared	0.654566	Mean dependent var	3.09E-13
Adjusted R-squared	0.630743	S.D. dependent var	356.0120
S.E. of regression	216.3360	Akaike info criterion	13.68060
Sum squared resid	1357237.	Schwarz criterion	13.81802
Log likelihood	-215.8896	F-statistic	27.47622
Durbin-Watson stat	1.290994	Prob(F-statistic)	0.000000



En base a la evidencia disponible:

- ¿Qué propiedades tendrán las estimaciones MCO de la ecuación (1)?
- ¿Serían válidos los contrastes de hipótesis realizados a partir de los resultados de la Salida 1?

Ejercicio 5

Se pretende estudiar la relación entre inflación (*inf*) y desempleo (*desemp*) para lo que se estima por MCO empleando datos anuales de Estados Unidos del período 1948-1996:

$$\text{inf}_t = \beta_0 + \beta_1 \text{desemp}_t + \varepsilon_t \text{ obteniéndose:}$$

Dependent Variable: INF

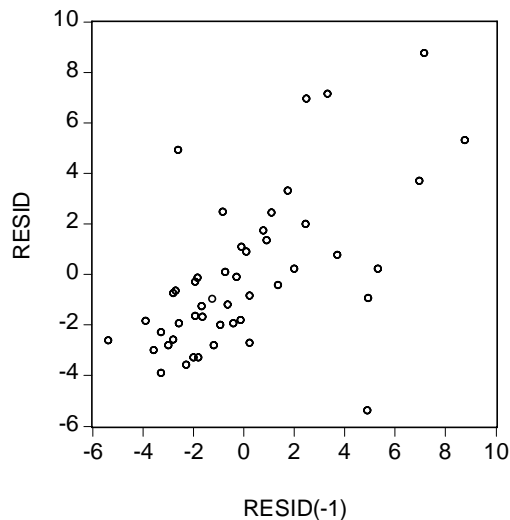
Method: Least Squares

Included observations: 49

Newey-West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=3)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.423610	1.515019	0.939665	0.3522
DESEMP	0.467626	0.291606	1.603624	0.1155
R-squared	0.052723	Mean dependent var	4.108163	
Adjusted R-squared	0.032568	S.D. dependent var	3.182821	
S.E. of regression	3.130562	Akaike info criterion	5.160262	
Sum squared resid	460.6198	Schwarz criterion	5.237479	
Log likelihood	-124.4264	F-statistic	2.615904	
Durban-Watson stat	0.802700	Prob(F-statistic)	0.112490	

y empleando los residuos de dicha estimación se obtiene:



Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	27.83291	Probability	0.000003
Obs*R-squared	18.47161	Probability	0.000017

Test Equation:

Dependent Variable: RESID

Method: Least Squares

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2.705871	1.464288	1.847909	0.0711
DESEMP	-0.473563	0.247530	-1.913156	0.0620
RESID(-1)	0.659484	0.125004	5.275690	0.0000

R-squared	0.376972	Mean dependent var	-1.97E-16
Adjusted R-squared	0.349883	S.D. dependent var	3.097781
S.E. of regression	2.497735	Akaike info criterion	4.727916
Sum squared resid	286.9792	Schwarz criterion	4.843741
Log likelihood	-112.8339	F-statistic	13.91645
Durban-Watson stat	1.818217	Prob(F-statistic)	0.000019

- a) En base a la información presentada, ¿cree que se cumplen todos los supuestos del modelo de regresión? Justifique su respuesta.
- b) Se ha estimado por MCO el modelo:

$$(\text{inf}_t - 0,7 \text{inf}_{t-1}) = \alpha_0 + \alpha_1(\text{desemp}_t - 0,7 \text{desemp}_{t-1}) + \varepsilon_t^*$$

y a partir los residuos MCO de dicho modelo se ha estimado:

$$\hat{\varepsilon}_t^* = \gamma_0 + \gamma_1(\text{desemp}_t - 0,7 \text{desemp}_{t-1}) + \gamma_2 \hat{\varepsilon}_{t-1}^* + v_t$$

obteniéndose:

$$R^2 = 0,014$$

¿Existe evidencia de autocorrelación en este nuevo modelo? ¿Por qué piensa que se obtiene ese resultado?