

## Álgebra Lineal

### Matrices. Transformaciones elementales

16) Para las siguientes matrices se pide: calcular su forma normal de Hermite por filas y su rango:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 & 10 & 6 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 1 & 5 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

17) Discutir y resolver, utilizando matrices, los sistemas siguientes:

$$\begin{array}{lll} -x + z = -2 & & \\ 2x - y + z = 1 & x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 & x - y + z = 1 \\ -3x + 2y - 2z = -1 & x_1 + 2x_3 - 2x_4 = 1 & 3x + z = 3 \\ x - 2y + 3z = -2 & -x_1 + x_2 + x_4 = -2 & 5x - 2y + 3z = 5 \\ 5x + 2y + 6z = -1 & & \end{array}$$

18) Aplicar el Teorema de Rouché - Frobenius para discutir los sistemas:

$$\begin{array}{ll} x + my + z = 1 & x + y - z = 1 \\ mx + y + (m - 1)z = m & 2x + 3y + az = 3 \\ x + y + z = m + 1 & x + ay + 3z = 2 \end{array}$$

19) Estudiar la compatibilidad del sistema siguiente según los valores de  $\alpha$  y  $\beta$ :

$$\begin{aligned}
 x + \alpha y &= \beta \\
 \alpha x + \beta y &= \beta \\
 \alpha x + \alpha y &= \beta
 \end{aligned}$$

**20)** Estudiar la compatibilidad del sistema siguiente según los valores de  $\alpha, b_1, b_2, b_3, b_4$ :

$$\begin{aligned}
 x + \alpha y + \alpha z + \alpha t &= b_1 \\
 \alpha x + y + \alpha z + \alpha t &= b_2 \\
 \alpha x + \alpha y + z + \alpha t &= b_3 \\
 \alpha x + \alpha y + \alpha z + t &= b_4
 \end{aligned}$$

**21)** Consideramos el sistema cuya matriz ampliada es:

$$\begin{pmatrix}
 2 & \alpha + 2 & \alpha & \alpha^2 + 8 \\
 \alpha + 1 & \alpha + 1 & 0 & 2\alpha + 4 \\
 -\alpha & 2\alpha + 3 & 2\alpha + 4 & \alpha + 1
 \end{pmatrix}$$

siendo  $\alpha$  un número real. Indicar razonadamente para qué valores de  $\alpha$  el sistema es compatible.

Si consideramos el sistema homogéneo asociado (el mismo pero con los términos independientes nulos), indicar razonadamente para qué valores de  $\alpha$  el sistema homogéneo admite soluciones distintas de la trivial.

**22)** Si  $\alpha$  es un número complejo, estudiar qué valores debe tomar para que el sistema siguiente sea compatible:

$$\begin{aligned}
 (\alpha + i)x + 2z &= 2\alpha \\
 -\alpha y - 2i\alpha z &= \alpha^2 + 1 \\
 x + (\alpha - 2i)z &= i\alpha
 \end{aligned}$$