

# Fundamentos de antenas

Grupo de Electromagnetismo Aplicado  
Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones  
Universidad Carlos III de Madrid

Luis Inclán Sánchez

- ❑ Parámetros fundamentales de las antenas II.
- ❑ Fórmula de Friis.

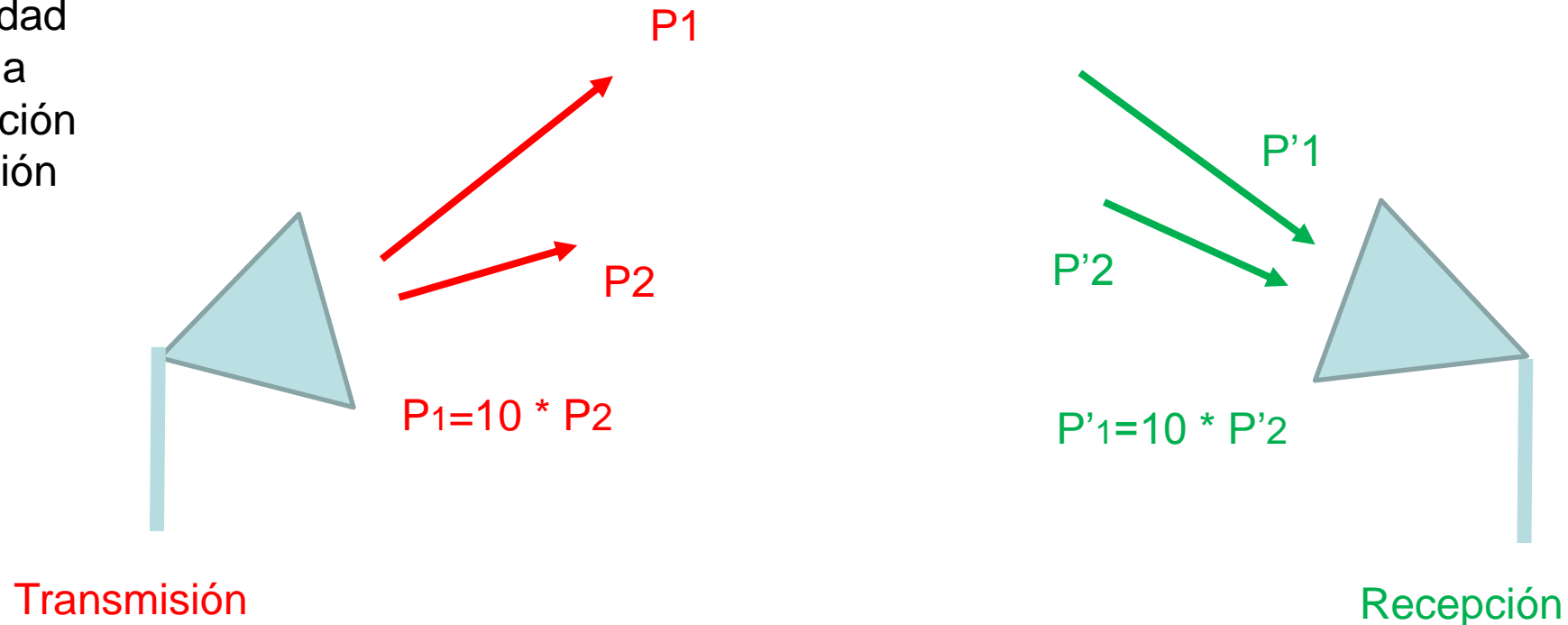
# TEOREMA DE RECIPROCIDAD

La mayoría de antenas pueden ser consideradas dispositivos recíprocos, podemos pensar en algunos ejemplos que no lo sean y que incorporen elementos como ferritas, ferroeléctricos, etc

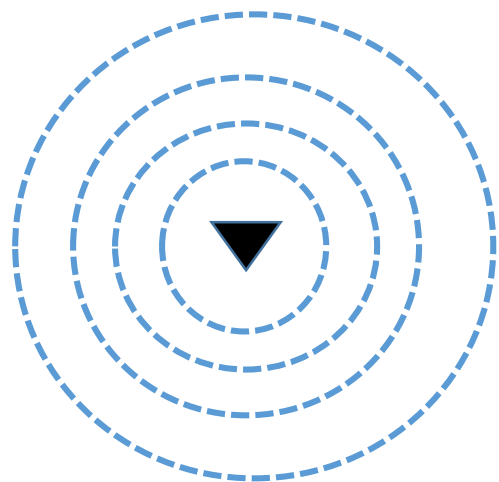
En la práctica el que consideremos las antenas como recíprocas significa que podemos considerar sus parámetros como idénticos con independencia de que la antena esté transmitiendo o recibiendo. Por ejemplo su diagrama de radiación.

Pero también:

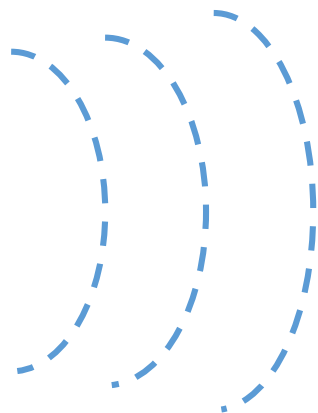
- Directividad
- Ganancia
- Polarización
- Adaptación



Onda esférica



Aproximación de campo lejano



$d \gg \lambda$



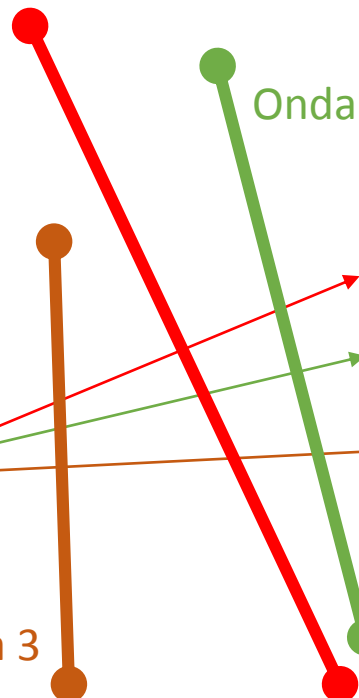
Onda plana



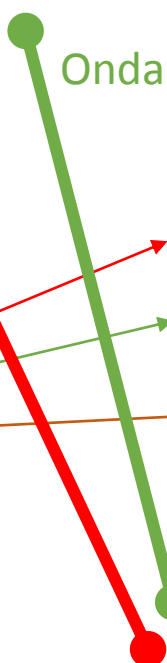
d del orden de  $\lambda$

Una onda esférica en campo lejano puede ser considerada como localmente plana

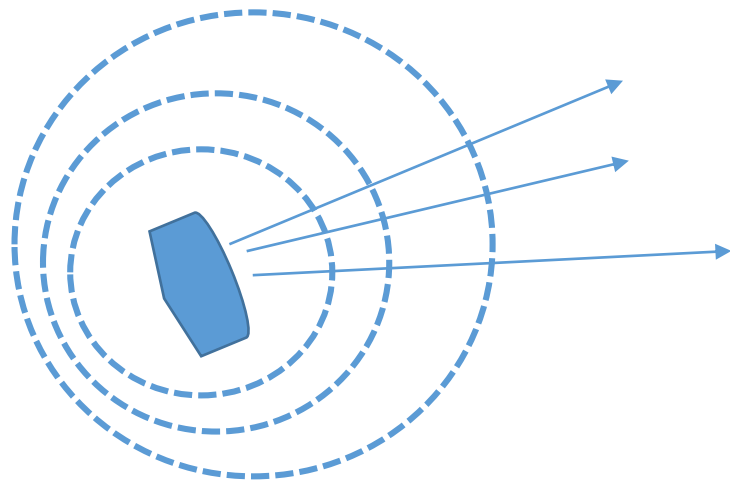
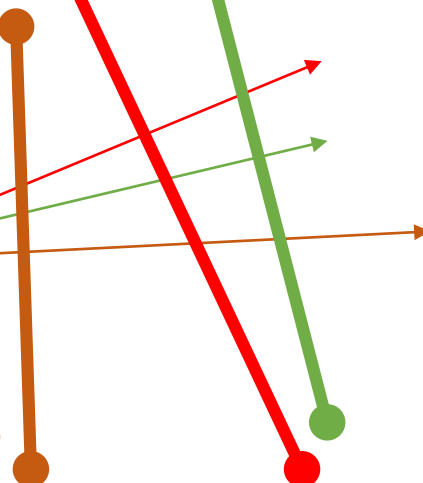
Onda plana 1



Onda plana 2



Onda plana 3



La parte espacial del campo puede ser desarrollada en una base de ondas planas

$$\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}} + k^2 \tilde{\mathbf{E}} = 0$$

$$\tilde{\mathbf{E}}(\vec{r}) = \sum_n \tilde{\mathbf{E}}_n e^{-j\vec{k}_n \cdot \vec{r}}$$

La onda electromagnético está polarizada

Polarización del campo eléctrico: es la variación con el tiempo del apuntamiento del vector campo E

$$\tilde{\vec{E}}(z) = \left( \hat{x}|E_x|e^{j\phi_x} + \hat{y}|E_y|e^{j\phi_y} \right) e^{-\gamma z} = \left( \hat{x}|E_x| + \hat{y}|E_y|e^{j\delta} \right) e^{-\gamma z} \quad \delta = \phi_x - \phi_y$$

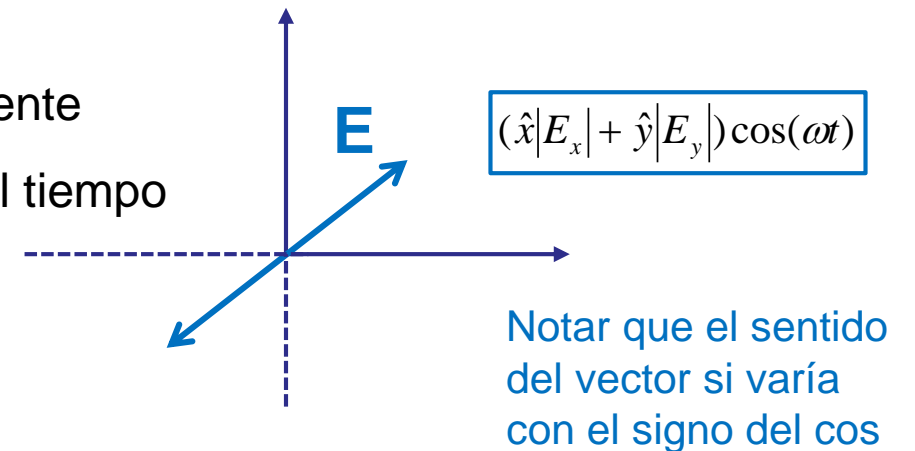
$$\vec{E}(z, t) = \Re \left[ \tilde{\vec{E}}(z) e^{+j\omega t} \right] \quad \vec{E}(z, t) = \hat{x}|E_x| \cos(\omega t - kz) + \hat{y}|E_y| \cos(\omega t - kz + \delta)$$

$$\delta = \phi_x - \phi_y = 0 \quad \vec{E}(0, t) = \hat{x}|E_x| \cos(\omega t) + \hat{y}|E_y| \cos(\omega t + 0) = (\hat{x}|E_x| + \hat{y}|E_y|) \cos(\omega t)$$

$$\delta = \phi_x - \phi_y = \pi \quad \vec{E}(0, t) = \hat{x}|E_x| \cos(\omega t) + \hat{y}|E_y| \cos(\omega t + \pi) = (\hat{x}|E_x| - \hat{y}|E_y|) \cos(\omega t)$$

Se dice que la onda está polarizada linealmente

El campo eléctrico no cambia de dirección de apuntamiento en el tiempo



La onda electromagnético está polarizada

Polarización del campo eléctrico: es la variación con el tiempo del apuntamiento del vector campo E

$$\tilde{E}(z) = \left( \hat{x}|E_x|e^{j\phi_x} + \hat{y}|E_y|e^{j\phi_y} \right) e^{-j\beta z} = \left( \hat{x}|E_x| + \hat{y}|E_y|e^{j\delta} \right) e^{-j\beta z} \quad \delta = \phi_x - \phi_y$$

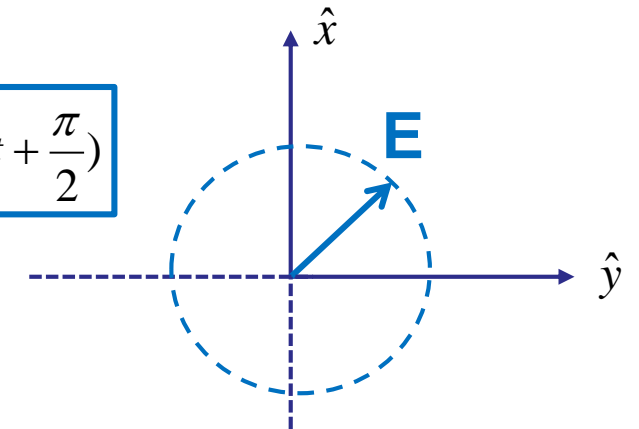
$$\vec{E}(z, t) = \Re \left[ \tilde{E}(z) e^{+j\omega t} \right] \quad \vec{E}(z, t) = \hat{x}|E_x| \cos(\omega t - kz) + \hat{y}|E_y| \cos(\omega t - kz + \delta)$$

si  $|E_x| = |E_y|$   $\tilde{E}(z) = \left( \hat{x}|E_x| + \hat{y}|E_y|e^{j\delta} \right) e^{-j\beta z} = \left( \hat{x}a + \hat{y}ae^{j\frac{\pi}{2}} \right) e^{-j\beta z} = a(\hat{x} + j\hat{y})e^{-j\beta z}$

Y además  $\delta = \phi_x - \phi_y = \frac{\pi}{2}$   $\vec{E}(z, t) = \hat{x}a \cos(\omega t - kz) + \hat{y}a \cos(\omega t - kz + \frac{\pi}{2})$

Se dice que la onda está polarizada circularmente

$$\vec{E}(0, t) = \hat{x}a \cos(\omega t) + \hat{y}a \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$



Notar que el vector recorre la circunferencia en un sentido que no cambia en este caso es en sentido horario, o a izquierdas

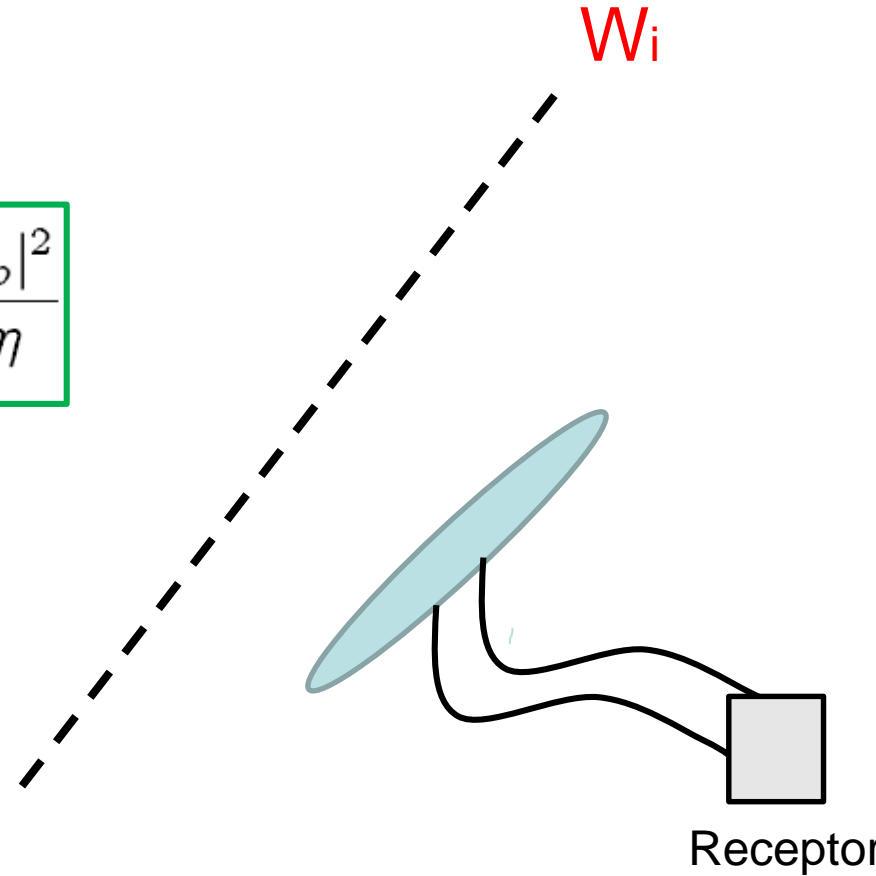
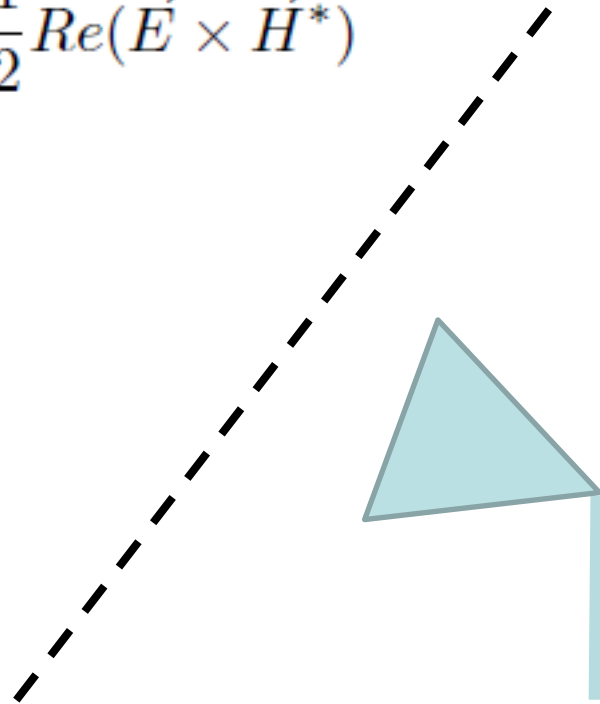
El campo eléctrico cambia de dirección de apuntamiento en el tiempo, la punta del vector dibuja una circunferencia

# APERTURA EFECTIVA O ÁREA EQUIVALENTE DE ABSORCIÓN

Densidad de potencia incidente

$$\vec{W}_{av} = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*)$$

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{|\vec{E}_o|^2}{2\eta}$$



Potencia entregada al receptor

$P_T$

En recepción una antena se utiliza para recolectar energía, se define la apertura equivalente como la relación entre la potencia recogida y la densidad de potencia incidente

$$A_{ef} = \frac{\text{Potencia entregada a la carga}}{\text{Densidad de potencia incidente}} = \frac{P_T}{W_i} = \frac{|I_T|^2 R_T / 2}{W_i}$$

Cuando la antena es plana se puede definir en rigor una eficiencia de apertura

Apertura efectiva

Apertura física

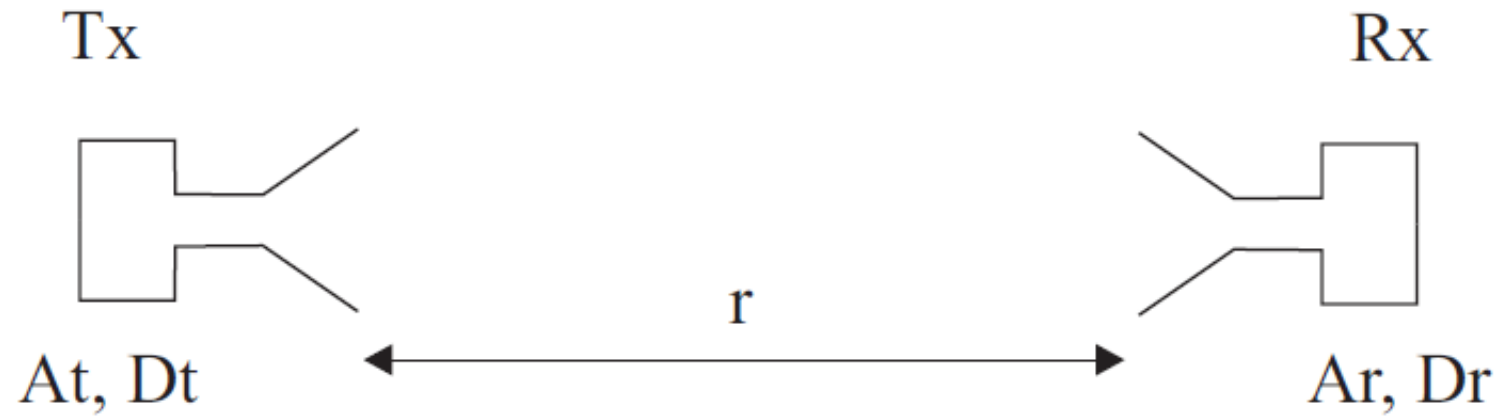
$$A_{ef} = \epsilon_{ap} A_f$$

$$0 \leq \epsilon_{ap} \leq 1$$

Eficiencia de apertura

Por ejemplo dependerá de la distribución de campo en la apertura (amplitud y fase)

## DIRECTIVIDAD Y APERTURA EFECTIVA MÁXIMA



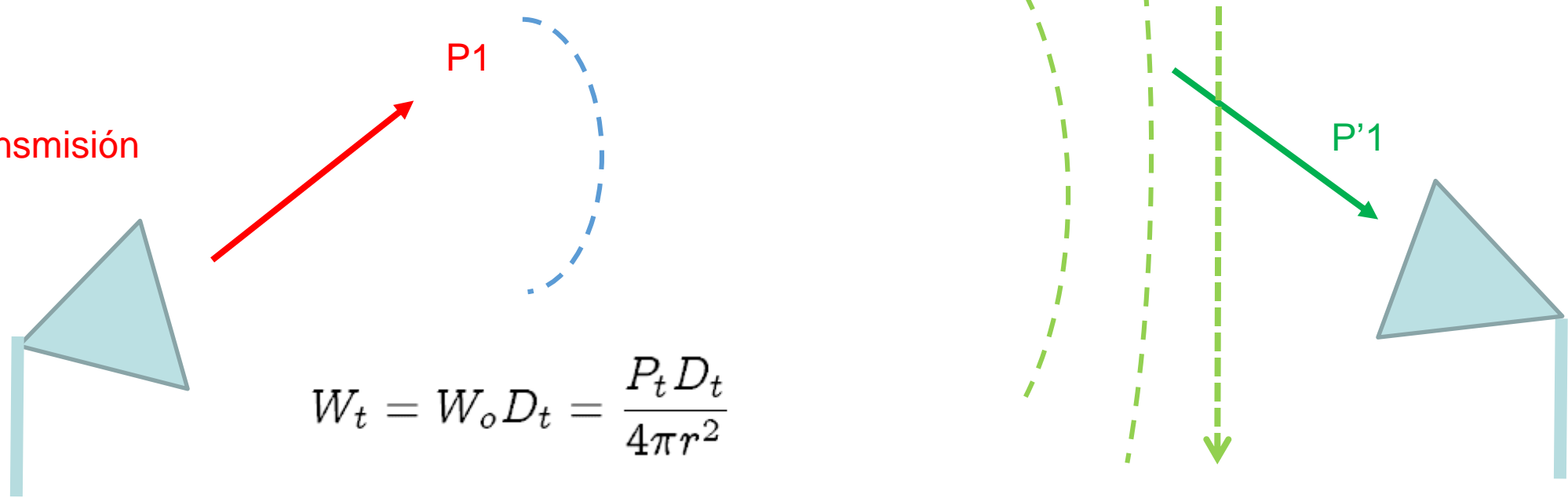
$$A_{em} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_o$$

$$A_{em} = e_t \frac{\lambda^2}{4\pi} D_o = e_{cd} (1 - |\Gamma|^2) \frac{\lambda^2}{4\pi} D_o = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_o$$



# FÓRMULA DE FRIIS (EQUACIÓN PARA EL BALANCE DE ENLACE)

Transmisión



$$W_t = W_o D_t = \frac{P_t D_t}{4\pi r^2}$$

Recepción

$$P_r = W A_e = W \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi r)^2}$$

$$\frac{P_r}{P_t} = e_{cdt} e_{cdr} (1 - |\Gamma_t|^2) (1 - |\Gamma_r|^2) \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 D_t D_r |\hat{e}_t \cdot \hat{e}_r^*|^2$$

$$\frac{P_r}{P_t} = e_{cdt}e_{cdr}(1 - |\Gamma_t|^2)(1 - |\Gamma_r|^2) \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 D_t D_r |\hat{e}_t \cdot \hat{e}_r^*|^2$$

PÉRDIDAS POR POLARIZACIÓN

$$PLF = |\hat{e}_t \cdot \hat{e}_r^*|^2$$

Tiene en cuenta el desacoplo por la diferencia entre la polarización de la antena transmisora y la receptora