MODELOS DE FUNCION DE TRANSFERENCIA

Motivación

- *Definición de un modelo de Función de Transferencia*: **relación dinámica de una variable (OUTPUT) en función de otras (INPUTS)**
- **¿Por qué utilizar los modelos de Función de Transferencia si se dispone del Modelo Lineal General?**

MLG *versus* FT

- **MLG**
  - Relación estática y predeterminada
  - INPUT influye sobre OUTPUT
  - Perturbaciones ruido blanco

- **FT**
  - Relación dinámica determinada por los datos
  - Datos proporcionan esa información
  - Perturbaciones pueden seguir cualquier modelo ARMA

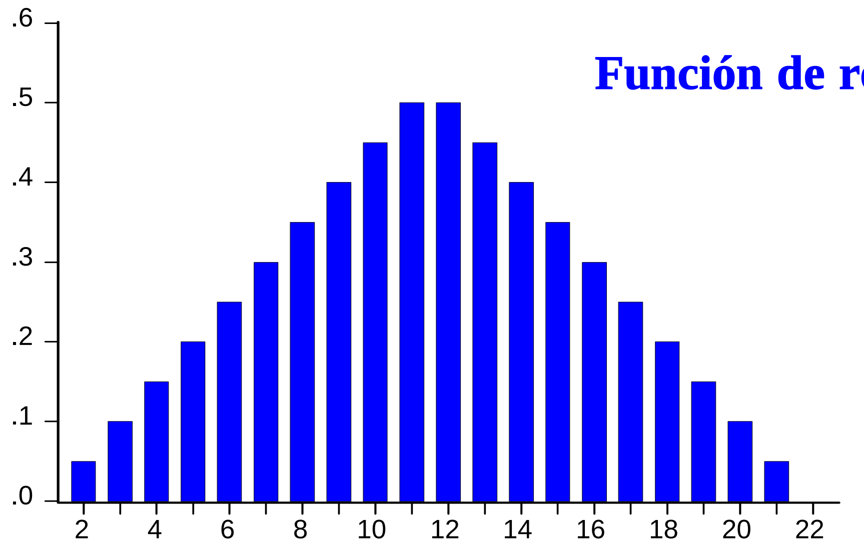
Economía es dinámica – Cambios en el INPUT se dejan sentir sobre el OUTPUT durante varios períodos hasta alcanzar de nuevo un equilibrio

- **Utilidad de estos modelos**

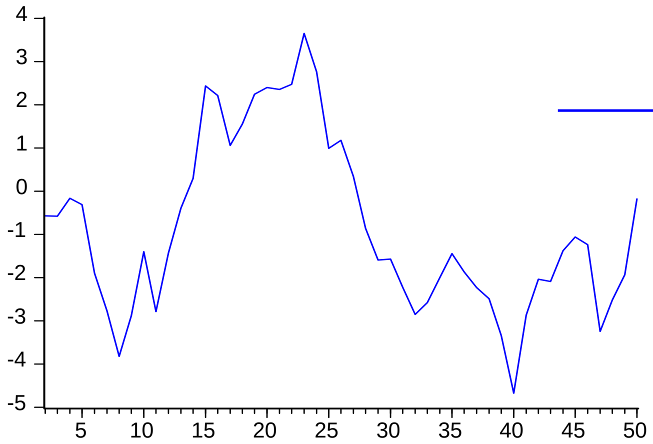
- **Etapas del análisis de FT**

  - **Identificación**
  - **Estimación**
  - **Verificación**
  - **Predicción**

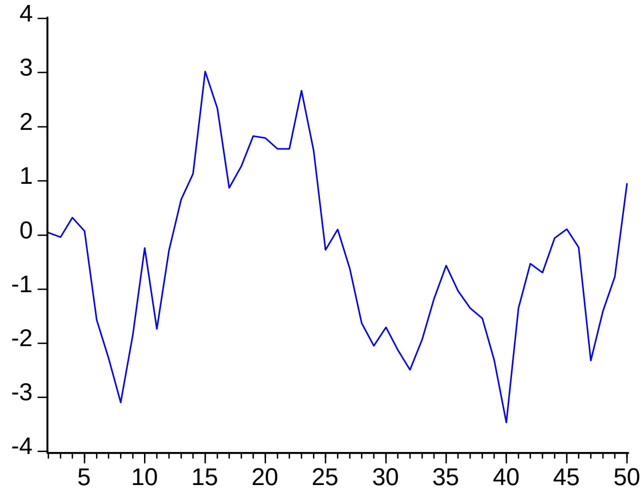
Sistema Dinámico



Función de respuesta al impulso



→ **Sistema Dinámico** →

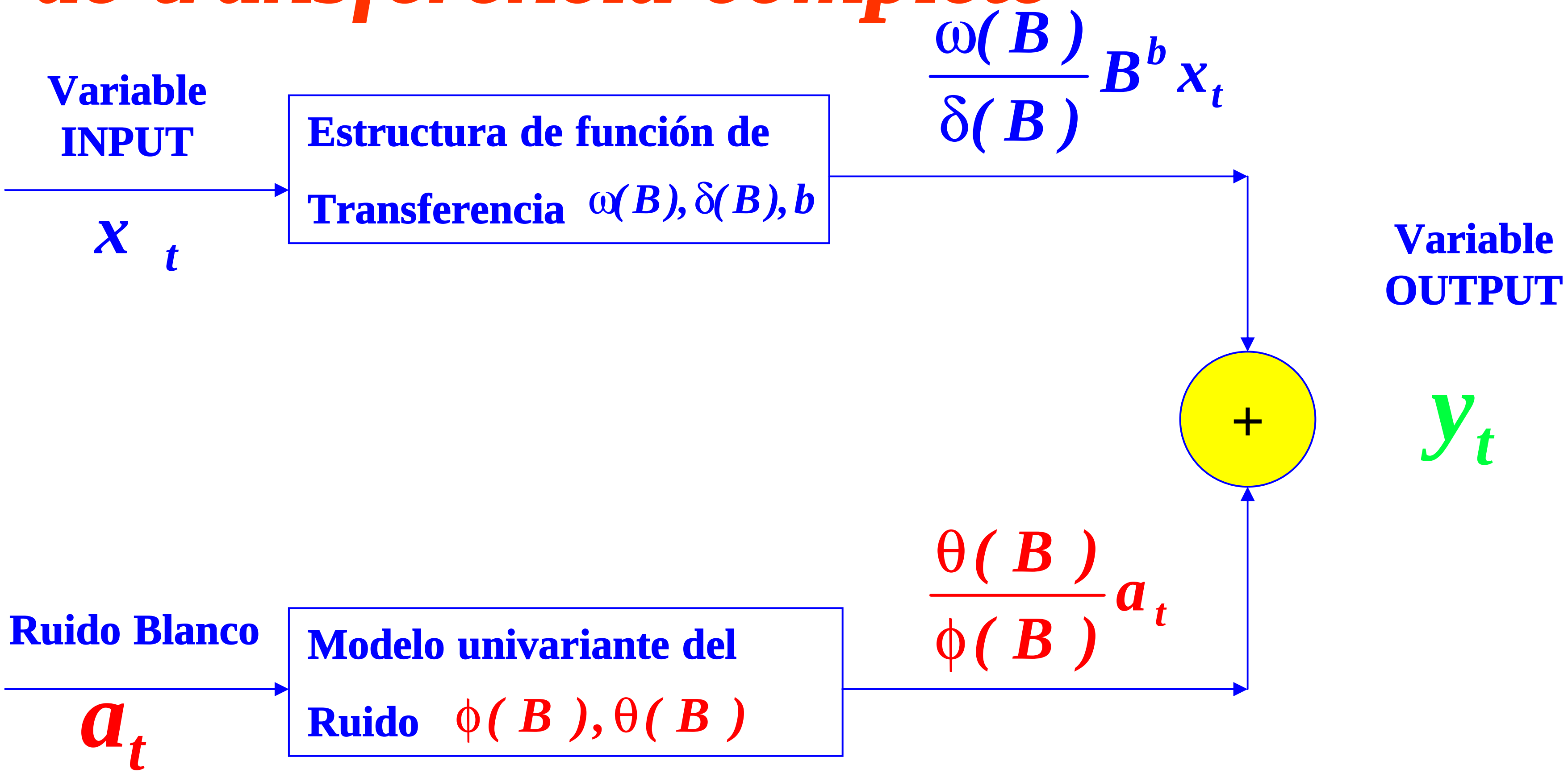


INPUT

OUTPUT

$$y_t = \upsilon(B)x_t + N_t$$

Estructura de un modelo de función de transferencia completo



$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} B^b x_t + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t$$

Ponderaciones resultantes de la relación

$$\delta(B)\upsilon(B)=\omega(B)B^{b}$$

$$\upsilon_j = 0 \qquad para \quad j<b$$

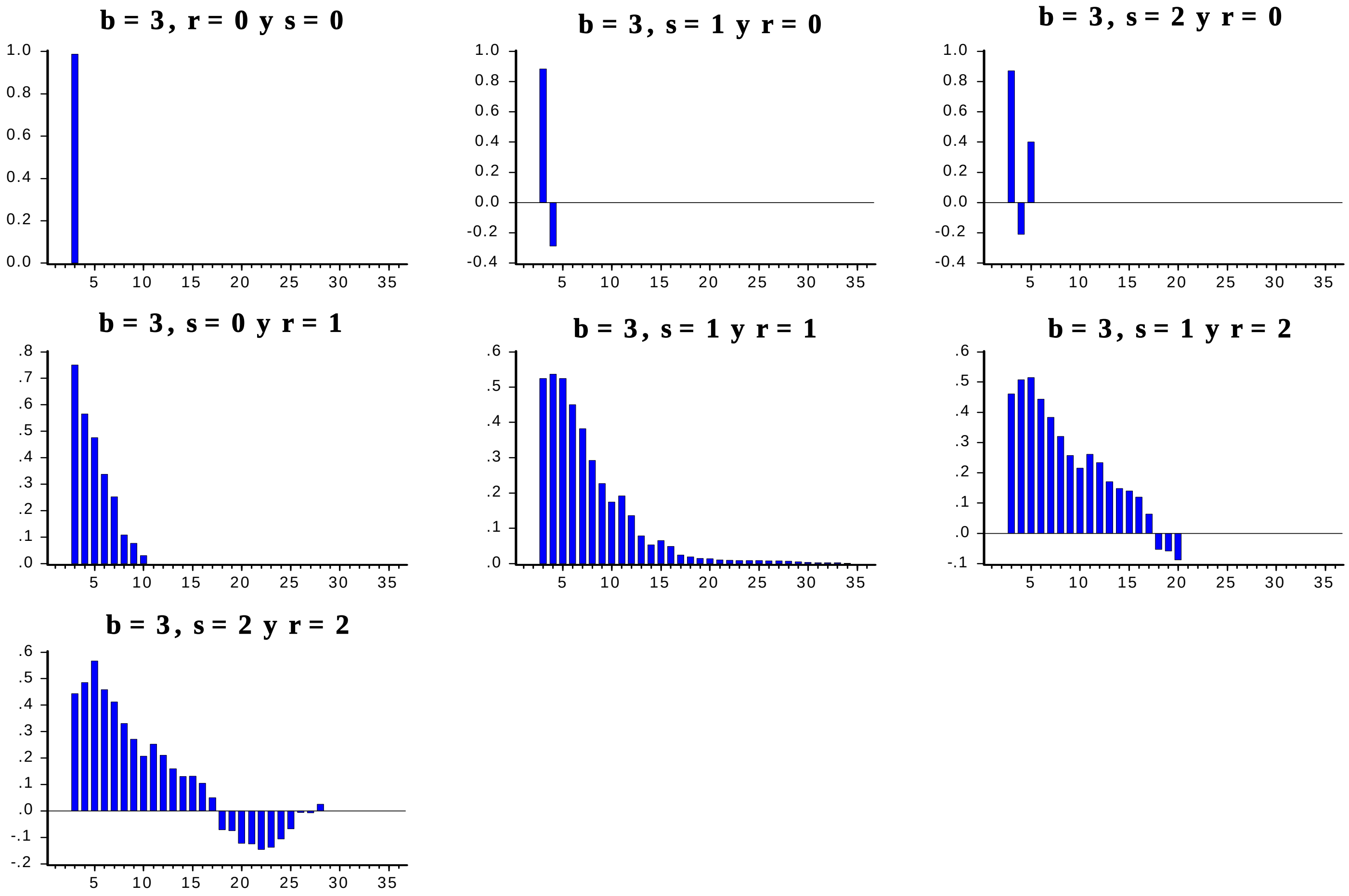
$$\upsilon_j = \delta_1\upsilon_{j-1}+\ldots+\delta_r\upsilon_{j-r}+\omega_0 \qquad para \quad j=b$$

$$\upsilon_j = \delta_1\upsilon_{j-1}+\ldots+\delta_r\upsilon_{j-r}-\omega_{j-b} \qquad para \quad j=b+1,\ldots,b+s$$

$$\upsilon_j = \delta_1\upsilon_{j-1}+\ldots+\delta_r\upsilon_{j-r} \qquad para \quad j>b+s$$

Esquemas de respuesta al impulso

- Algunos esquemas de respuesta al impulso



Pasos a seguir para identificar el modelo de Función de Transferencia

1.- Preblanquear el input

$$\phi_x(B)x_t = \theta_x(B)\alpha_t \Rightarrow \alpha_t = \frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)}x_t$$

2.-Aplicar el mismo filtro al output

$$\phi_x(B)y_t = \theta_x(B)\beta_t \Rightarrow \beta_t = \frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)}y_t$$

3.- Calcular la Función de Correlación cruzada entre los dos ruidos

$$\hat{\upsilon}_j = \frac{\hat{\sigma}_\beta}{\hat{\sigma}_a}\hat{\rho}_{\beta\alpha}(j)$$

4.- Identificar los órdenes b, r y s

$$\hat{\upsilon}(B) = \frac{\hat{\omega}(B)}{\hat{\delta}(B)} B^b$$

5.- Identificar el modelo del ruido a partir de una primera estimación del modelo de FT

$$\hat{N}_t = y_t - \hat{\upsilon}(B)x_t \Rightarrow \hat{N}_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t$$

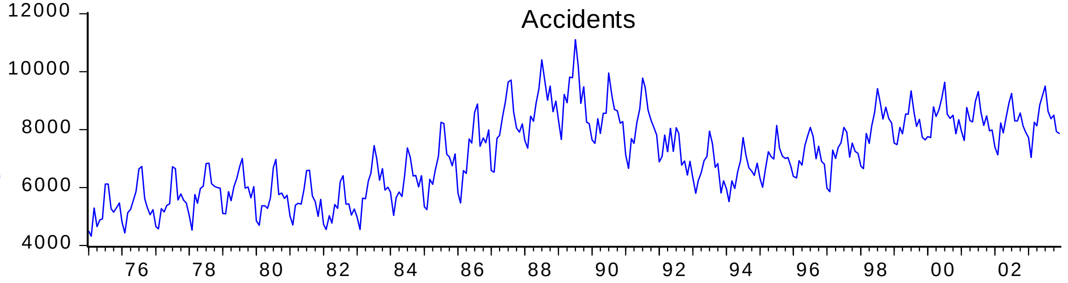
6.- Estimar todo el modelo conjuntamente

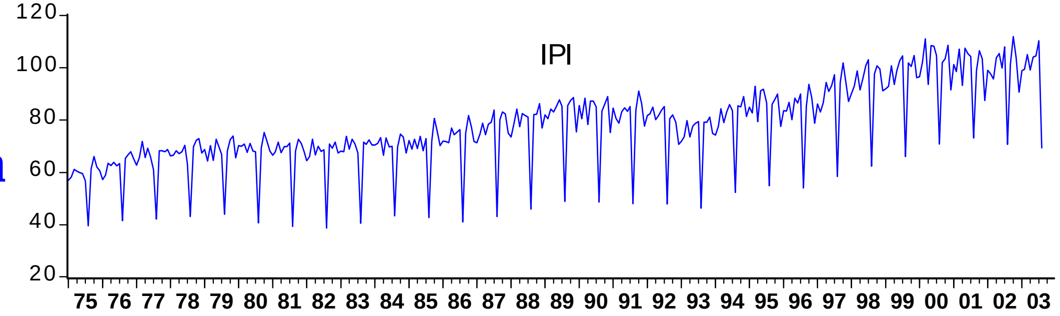
$$y_t = \frac{\hat{\omega}(B)}{\hat{\delta}(B)} B^b x_t + \frac{\hat{\theta}(B)}{\hat{\phi}(B)} a_t$$

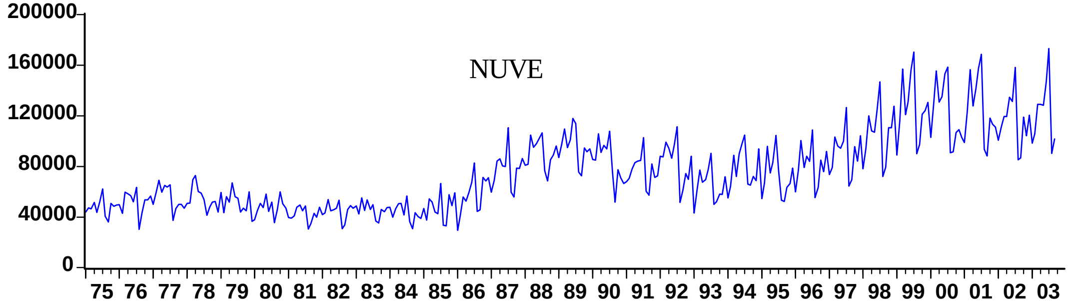
Comentarios: Input y output deben ser estacionarias y se preblanquea el input y se aplica el mismo filtro al output

Ejemplo

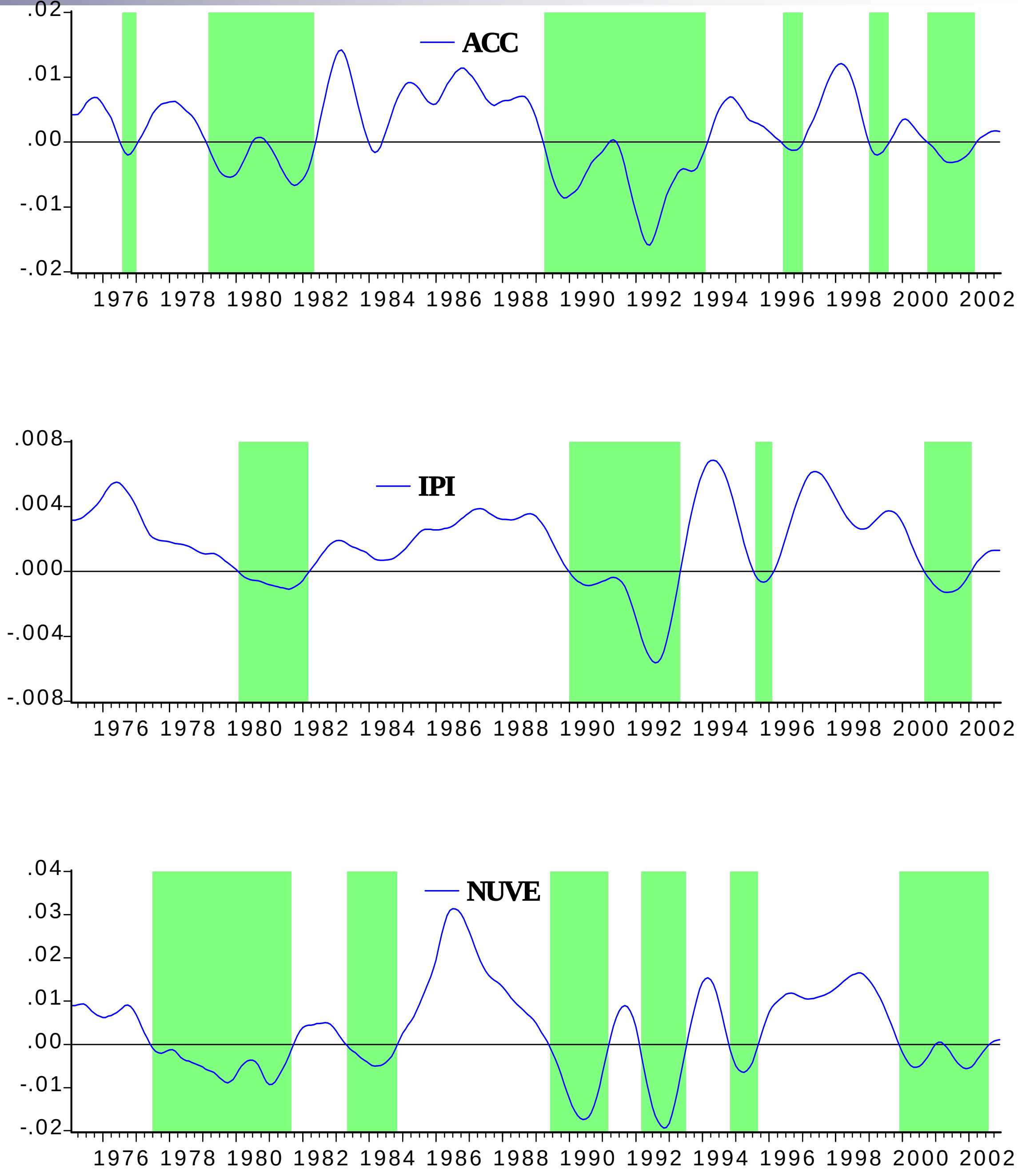
- **Ejemplo extraído del artículo "*Forecasting traffic accidents using disaggregated data*" junto con A. García-Ferrer y P. Poncela, aceptado para su publicación en *International Journal of Forecasting***
- **Datos de accidentes en carretera, Indice de Producción Industrial (IPI) y nuevas matriculaciones (NUVE)**
- **Ver relación entre los accidentes en carretera y la actividad económica**
- **Se espera que no sea una relación estática**







- Caracterización de los puntos de cambio (García-Ferrer y Bujosa 2000)
- Parece haber cierta relación entre el fechado del ciclo de las variables económicas y la variable de accidentes
- Sombreado: períodos de recesión en las variables



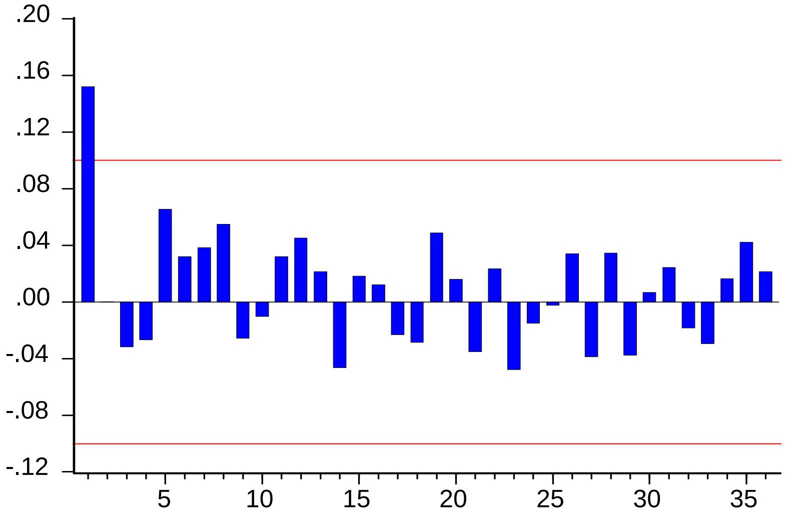
Modelos univariantes de las variables INPUT

- Se identifica un modelo IMA(1,1)xIMA(1,1)$_{s=12}$ para los logarítmos de las dos variables económicas
- La estimación nos asegura que los residuos son ruido blanco
- Podemos utilizar estos dos modelos para realizar el preblanqueo de la variable de accidentes
- Liu y Hanssens (1982): se puede utilizar este procedimiento si los dos inputs son independientes
- En este caso la correlación entre ambas variables es de 0.25 – se puede decir que no están correlacionadas

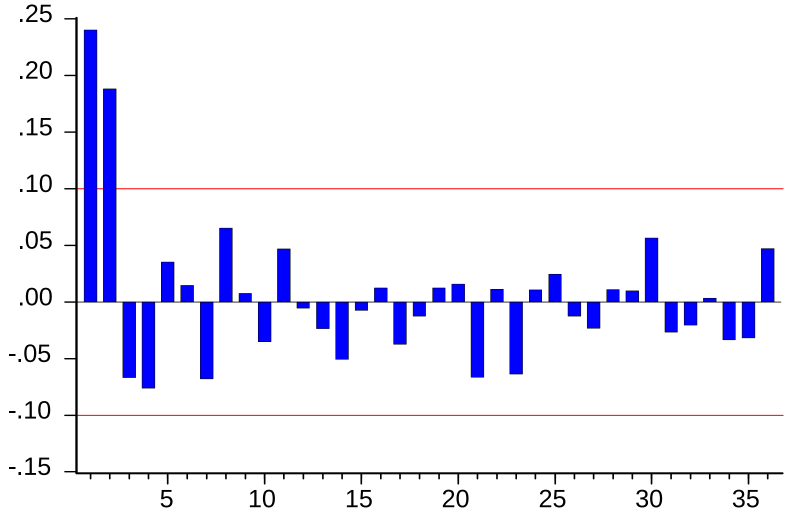
$$\nabla\nabla_{12}\, ln(IPI) = (1 - \underset{(.039)}{.7404}\, B)(1 - \underset{(.042)}{.6945}\, B^{12})a_t$$

$$\nabla\nabla_{12}\, ln(NUVE) = (1 - \underset{(.044)}{.6658}\, B)(1 - \underset{(.031)}{.8503}\, B^{12})a_t$$

Funciones de correlación cruzada entre los ruidos blancos de los modelos de los inputs y el output preblanqueado



FCC entre los residuos del modelo de IPI y el output preblanqueado



FCC entre los residuos del modelo de NUVE y el output preblanqueado

Funciones de respuesta al impulso sugeridas por las FCC anteriores

- **Para el input IPI, el modelo sugerido sería (b,s,r) = (1,0,0)**
- **Para el input NUVE, el modelo sugerido sería (b,s,r) = (1,1,0)**
- **Para el modelo del ruido se identificó un $MA(1)xMA(1)_{s=12}$**

Para IPI: $\omega_0 B$

Para NUVE: $(\omega_0 + \omega_1 B)B$

Modelo de función de transferencia estimado

$$
\begin{aligned}
\nabla\nabla_{12}\, ln(ACC) = & -\underset{(.030)}{.100}\nabla\nabla_{12}JUN92 - \underset{(.031)}{.123}\nabla\nabla_{12}NOV93 \\
& + \underset{(.030)}{.096}\nabla\nabla_{12}APR95 + \underset{(.030)}{.062}\nabla\nabla_{12}MAR97 \\
& + \underset{(.060)}{.119}B\nabla\nabla_{12}IPI + (\underset{(.019)}{.066} + \underset{(.018)}{.042}B)B\nabla\nabla_{12}\, ln(NUVE) \\
& + (1 - \underset{(.052)}{.454}B)(1 - \underset{(.042)}{.728}B^{12})a_t
\end{aligned}
$$

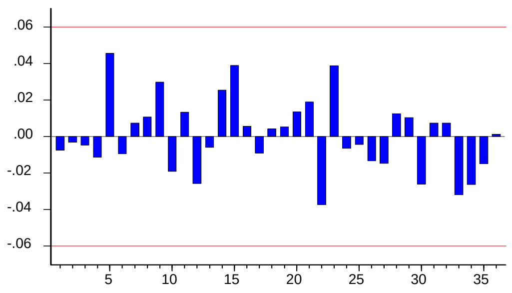
JUN92, NOV93, APR95 y MAR97 son variables ficticias para captar comportamientos atípicos detectados en los residuos del modelo. Todos son tipo AO, excepto JUN92 que es un cambio de nivel

Verificación del modelo de Función de Transferencia

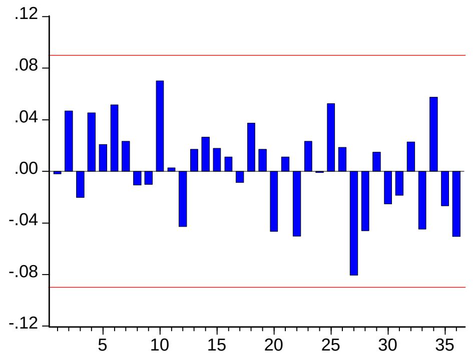
1. Verificación de que los residuos son ruido blanco

LBQ(12) = 14.5 y LBQ(24) = 26.2

2. Función de correlación cruzada entre los residuos del modelo de función de transferencia y los residuos de los modelos de los inputs



FCC entre residuos FT y residuos modelo IPI



FCC entre residuos FT y residuos modelo NUVE

Predicción con el modelo de Función de Transferencia

- En este caso los valores futuros de los INPUTS son conocidos: desfase temporal en la publicación de los datos estadísticos de los datos de accidentes y de las variables económicas
- Muy buenas predicciones con los modelos de FT en cuanto a RMSE, MAPE, APE y FGR.