TÍTULO: *Trabajo y Energía.*

OBJETIVOS:

- Introducir/recordar los conceptos de trabajo y energía.
- Introducir/recordar los conceptos de energía cinética y energía potencial.
- Introducir/recordar los teoremas de conservación/balance trabajo-energía.

DESARROLLO CONCEPTUAL

CONCEPTOS GENERALES

Trabajo: El trabajo realizado por una fuerza constante que actúa sobre un determinado objeto es el producto escalar de la fuerza por el vector que representa el desplazamiento de dicho objeto. Es decir, si $\vec{F}$ es la fuerza y $\vec{x}$ el desplazamiento, el trabajo realizado por la fuerza en dicho desplazamiento será:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{x}$$

Energía: Es la capacidad que tiene un cuerpo de producir un trabajo.

Potencia: Es el trabajo producido por unidad de tiempo, es decir, si un móvil desarrolla un trabajo W en un tiempo T, la potencia desarrollada por el móvil será

$$P = \frac{W}{T}$$

Teorema de las fuerzas vivas: El trabajo total realizado por las fuerzas que actúan sobre una partícula es igual a la variación de la energía cinética de la partícula.

Teorema de conservación de la energía mecánica: El trabajo total realizado por las fuerzas no conservativas que actúan sobre una partícula es igual a la variación de la energía mecánica de la partícula.

Nota: La expresión utilizada para el trabajo mecánico es una fórmula simple que vale para el caso en el que las fuerzas no dependen de la posición. En caso de que la fuerza sí dependa de la posición es necesario utilizar una formulación integro-diferencial que es más complicada.

FORMULACIÓN SIMPLE DEL PROBLEMA

¿Qué es el trabajo mecánico?

Las palabras trabajo y energía se utilizan muy a menudo en el lenguaje que empleamos habitualmente, y su sentido es muy parecido al que han tomado en la Física. Por trabajo se entiende alguna actividad que se desarrolla con un cierto "esfuerzo" y que produce un resultado "útil" en algún sentido. En la Mecánica el concepto de trabajo es muy similar. De lo que se trata es de poder comparar los resultados "útiles" de la acción de una fuerza y del

"esfuerzo" que cuesta obtener un determinado resultado "útil". Resulta lógico pensar que ese "trabajo" deberá ser proporcional a la fuerza que hay que hacer para conseguirlo y también proporcional al resultado "útil" que se consiga, puesto que para obtener un mayor resultado "útil" se necesitará realizar un mayor "trabajo".
En Mecánica el resultado útil más directo es el desplazamiento de un cuerpo. Por lo tanto, la definición de trabajo es el producto de la fuerza que se hace por el desplazamiento conseguido. Si tenemos en cuenta que tanto la fuerza como el desplazamiento son magnitudes vectoriales, hay que decidir qué tipo de producto entre vectores (escalar o vectorial) es más apropiado para representar el trabajo. Esto se puede decidir comparando, por ejemplo, los casos en los que la fuerza es paralela y perpendicular, respectivamente, al desplazamiento. En el caso de fuerza paralela al desplazamiento, evidentemente la fuerza interviene frenando o acelerando el movimiento del cuerpo, mientras que en el caso de fuerza perpendicular al desplazamiento, la fuerza no modifica para nada el movimiento del cuerpo. El único producto entre vectores que respeta ese comportamiento es el producto escalar, de manera que el **trabajo** se tiene que formular como

$$W = \vec{F} \cdot \vec{x}$$

La unidad de trabajo en el Sistema Internacional es el Nm (Newton×metro) que se denomina Julio (se indica por el símbolo J) en honor a James Prescott Joule (1818-1889) que hizo experimentos sobre la relación entre trabajo mecánico, calor y electricidad.

¿En qué condiciones puede un objeto realizar un trabajo mecánico?
Supongamos ahora que tenemos un bloque de masa m, que puede deslizar sin rozamiento sobre una superficie horizontal. El bloque está inicialmente en reposo y a partir de un cierto momento una fuerza, F, también horizontal y constante en el tiempo, actúa sobre él. Evidentemente, la fuerza acelera al boque con una aceleración $a = F/m$, y al cabo de un cierto tiempo t sabemos el espacio x que habrá recorrido el bloque, si utilizamos las fórmulas del espacio recorrido en un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Este espacio recorrido será:

$$x = \frac{1}{2}at^2$$

En ese mismo momento, también utilizando las fórmulas del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, podemos saber que la velocidad del bloque será $v = at$. Despejando en esta última relación el tiempo, y sustituyendo en la expresión del desplazamiento, tenemos

$$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v^2}{a}.$$

Por lo tanto, el trabajo realizado por la fuerza F es

$$W = F \cdot x = ma \cdot \frac{1}{2}\frac{v^2}{a} = \frac{1}{2}m \cdot v^2.$$

La expresión que hemos obtenido finalmente se denomina **energía cinética** de la partícula. Dicha expresión indica que un objeto en movimiento tiene capacidad para realizar un trabajo; más en concreto, si el objeto tiene masa m y se mueve con velocidad v tiene una capacidad de realizar un trabajo cuya magnitud es igual a la energía cinética del objeto

$$E_c = \frac{1}{2}m \cdot v^2.$$

Es importante darse cuenta que **la energía cinética**, al ser el producto de la masa por el módulo de la velocidad al cuadrado, **es siempre**, y por definición, **una magnitud escalar positiva**.

Lo que acabamos de ver es un caso particular del denominado **Teorema de las fuerzas vivas**, que establece que el trabajo total de las fuerzas que actúan sobre una partícula es igual a la variación de la energía cinética de la misma. El enunciado anterior se puede formular de la siguiente manera. Si sobre un cuerpo de masa m, y que tiene una velocidad inicial de módulo v_1, actúa durante un cierto tiempo una fuerza total $\vec{F}$, produciéndose un desplazamiento total del cuerpo $\vec{x}$, se tiene que

$$W = E_{c2} - E_{c1}, \quad \text{o bien} \quad \vec{F}\cdot\vec{x} = \frac{1}{2}m\cdot v_2^2 - \frac{1}{2}m\cdot v_1^2 = \frac{1}{2}m\cdot\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

Este teorema es muy útil puesto que si sabemos la velocidad inicial de la partícula y sabemos calcular el trabajo total podemos calcular la velocidad final de la partícula sin necesidad de integrar las ecuaciones diferenciales de Newton para obtener el movimiento de la partícula.

Acabamos de ver que un objeto, por el simple hecho de tener una velocidad no nula, tiene una capacidad de realizar un trabajo (energía cinética). Otro caso interesante es el de ciertas fuerzas que confieren a los objetos la posibilidad de realizar un determinado trabajo dependiendo de la posición en la que se encuentren, incluso cuando los objetos están inicialmente en reposo.

Como ejemplo analicemos el caso de un objeto de masa m situado a una altura h sobre la superficie terrestre. Por el simple hecho de encontrarse en el campo gravitatorio terrestre, sobre el objeto actúa una fuerza $\vec{F} = -mg\vec{k}$ (entendiendo que el eje Z está en la dirección de la vertical del lugar). Si el objeto se dejase caer hasta la superficie terrestre, se produciría un desplazamiento del objeto $\vec{x} = -h\vec{k}$, por lo que produciría un trabajo $W = mgh$. Por lo tanto, el objeto, simplemente por encontrarse a una altura h dentro del campo gravitatorio terrestre, tiene la capacidad de realizar un trabajo. Esto significa que el objeto tiene una energía, que en este caso se denomina **energía potencial gravitatoria**, cuyo valor es igual al trabajo que puede realizar la fuerza de gravedad en la caída del cuerpo hasta la superficie.

$$W = E_{p1} - E_{p2}$$

Cuando el trabajo que realiza una fuerza se puede escribir como una diferencia de energía potencial entre el punto inicial y el punto final del desplazamiento se dice que la fuerza es conservativa. En este caso, aplicando el teorema de las fuerzas vivas a la caída de dicho cuerpo, tendremos

$$W_c = E_{p1} - E_{p2} = E_{c2} - E_{c1}; \quad \text{de donde} \quad E_{c2} + E_{p2} = E_{c1} + E_{p1}$$

Es decir, si todas las fuerzas que intervienen en el movimiento de un cuerpo son conservativas, la suma de las energías cinética y potencial del cuerpo se mantiene constante durante todo el movimiento. La suma de las energías potencial y cinética de un cuerpo se denomina energía mecánica.

Este resultado también se puede generalizar, análogamente al Teorema de las fuerzas vivas, y se puede enunciar el **teorema de conservación de la energía mecánica**: El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es igual a la variación de la energía mecánica. Una consecuencia importante del teorema es que si el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es nulo, la energía mecánica del cuerpo se conserva (es decir, que su valor es constante) de aquí la denominación de ***fuerzas conservativas***. En la expresión anterior es sencillo ver el valor del trabajo realizado por la parte no conservativa de las fuerzas:

$$W = W_{nc} + W_c = W_{nc} + E_{p1} - E_{p2} = E_{c2} - E_{c1}; \quad \text{de donde} \quad W_{nc} = \left(E_{p2} - E_{p1}\right) + \left(E_{c2} - E_{c1}\right)$$

De nuevo, este teorema resulta ser muy útil, puesto que, podemos calcular la velocidad final sin necesidad de integrar las ecuaciones de Newton para el movimiento de la partícula. Por ejemplo, para el caso anteriormente descrito de la partícula que cae desde una altura h, la aplicación del teorema nos permite escribir

$$E_{p1} - E_{p2} = E_{c2} - E_{c1}\,; \quad \text{es decir} \quad mgh = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2\,; \quad \text{con lo que} \quad v_2 = \sqrt{2gh}$$

Conviene mencionar que la energía potencial aparece siempre en términos de la diferencia entre sus valores en dos puntos distintos del espacio. Por lo tanto, el punto del espacio que sirve de origen para la energía potencial (el punto que tiene energía potencial nula) es arbitrario, es decir, puede ser elegido para cada caso de la manera que resulte más conveniente, puesto que cambiarlo no afecta a los valores de las diferencias de energía potencial.

Tal como se ilustra en la Ficha correspondiente a Magnitudes y Unidades, las dimensiones de la magnitud trabajo mecánico y las diferentes expresiones de la energía son las mismas y, por lo tanto, la unidad en que se miden las diferentes formas de la energía es el Julio.

Finalmente, la potencia mide la cantidad de trabajo por unidad de tiempo que puede realizar un objeto. Por lo tanto, la potencia mecánica se define como el trabajo producido W dividido por el tiempo T que se ha tardado en producirlo. Es decir,

$$P = \frac{W}{T}$$

La unidad de Potencia es el Julio/segundo, que recibe el nombre de vatio (se indica con el símbolo W) en honor a James Watt (1736-1819) por sus estudios sobre la máquina de vapor.

EJEMPLO

ENUNCIADO

Supongamos que dejamos caer una piedra de masa m, desde lo alto de un edificio de altura h, con una velocidad inicial nula. Durante su caída la piedra se ve frenada por la resistencia del aire, que supondremos es una fuerza constante F en primera aproximación. Calcule la velocidad con la que la piedra llegará al suelo.

RESOLUCIÓN

En el movimiento de caída de la piedra actúan dos fuerzas: el peso y la resistencia del aire. Como sabemos, el peso es una fuerza conservativa, de manera que la única fuerza no conservativa es la resistencia del aire. Por lo tanto, podemos aplicar el teorema de conservación de la energía mecánica

$$W_{nc} = \left(E_{p2} - E_{p1}\right) + \left(E_{c2} - E_{c1}\right)$$

En este caso, basta con tener en cuenta que la resistencia del aire tiende a frenar la caída y, por lo tanto, tiene sentido hacia arriba, que la energía cinética inicial es nula y que podemos elegir como origen de energía potencial la base del edificio. Por lo tanto, tendremos

$$(F\vec{k}) \cdot (-h\vec{k}) = -E_{p1} + E_{c2}\,; \quad \text{de donde, reordenando,} \quad \frac{1}{2} m v_2^2 = mgh - Fh$$

Es decir, la energía cinética final es igual a la energía potencial inicial menos el trabajo Fh "gastado" en vencer la resistencia del aire. Finalmente, basta con despejar la velocidad y tendremos

$$v_2 = \sqrt{2\left(gh - \frac{Fh}{m}\right)}$$

EJERCICIO DE AUTOCOMPROBACIÓN

ENUNCIADO

Supongamos que dejamos caer una piedra de masa m, desde lo alto de un edificio con una velocidad inicial nula. Durante su caída la piedra se ve frenada por la resistencia del aire que supondremos es una fuerza constante F. Si sabemos que la piedra llega a la base del edificio con una velocidad v_2, hallar la altura del edificio.

RESULTADO

$$h = \frac{1}{2}\frac{mv_2^2}{mg - F}$$

REFERENCIAS:

- P. A. Tipler y G. Mosca, Física para la Ciencia y la TecnologíaEditorial Reverté (5ª Edición 2005; 6ª Edición 2010).

AUTOR:

- Miguel Angel Rubio Alvarez