FACULTAD DE CIENCIAS
SECCIÓN FÍSICAS
PLAN DE ACOGIDA

TÍTULO: ***Conservación de la cantidad de movimiento.***

OBJETIVOS:

- Introducir/recordar el concepto de cantidad de movimiento o momento lineal.
- Discutir las condiciones que se tienen que dar para que el momento lineal de un sistema no varíe.
- Ilustrar la aplicación de la conservación del momento lineal en los problemas de choques.

DESARROLLO CONCEPTUAL

CONCEPTOS GENERALES

Cantidad de movimiento o momento lineal de un objeto: Es el producto de su masa, m, por su velocidad, $\vec{v}$, es decir, $\vec{p} = m\vec{v}$. Es importante darse cuenta de que el momento lineal es una cantidad vectorial.

La **segunda ley de Newton** se suele enunciar en textos elementales en términos de que la aceleración de una partícula es igual a la suma de las fuerzas que actúan sobre ella dividida por su masa. Esta es una forma incompleta de expresar la segunda ley de Newton, puesto que describe bien la dinámica de los sistemas de masa constante, pero no se puede extender al caso de los sistemas en los que la masa varía con el tiempo (por ejemplo, cualquier sistema que se desplaza por medio de un motor que expulsa gases a alta velocidad). Para incluir este tipo de sistemas es necesario cambiar ligeramente el enunciado de la 2ª ley de la siguiente manera: La suma de las fuerzas que se ejercen sobre un objeto es igual a la variación temporal (derivada respecto al tiempo) de la cantidad de movimiento del objeto. Es decir, si sobre un objeto actúa un conjunto de fuerzas que dan una resultante $\vec{F}$, tendremos

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

¿Qué diferencia existe entre esta expresión y la más elemental $\vec{F} = m\vec{a}$? Desarrollemos la derivada temporal; dado que, en general tanto la masa como el vector velocidad pueden ser dependientes del tiempo, tenemos que calcular la derivada de un producto de funciones, de manera que se obtiene

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\vec{a}$$

Es decir en la expresión más conocida falta tener en cuenta la contribución de la posible variación de la masa del sistema con el tiempo. Sin embargo, para sistemas de masa constante, la derivada temporal de la masa es nula y se recupera la expresión $\vec{F} = m\vec{a}$.

La expresión general de la segunda ley nos permite enunciar el **Principio de Conservación de la cantidad de movimiento** de la siguiente forma: Cuando la resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre un sistema es nula el momento lineal se conserva. Este enunciado se sigue trivialmente del enunciado de la segunda ley puesto que si $\vec{F} = 0$, la derivada temporal de la cantidad de movimiento es nula, lo cual implica que la cantidad de movimiento tiene que ser constante en el tiempo.

FORMULACIÓN SIMPLE DEL PROBLEMA

El Principio de conservación tiene múltiples aplicaciones, siendo quizá la más importante su uso en los problemas de choques (o colisiones). En efecto, cuando dos objetos chocan entre sí, pensemos en dos bolas de billar, las fuerzas que se establecen en el contacto entre los objetos son muy grandes en intensidad pero, en general de muy corta duración, de manera que se puede suponer sin mucho error que, durante el tiempo que dura el choque, las únicas fuerzas de magnitud relevante son las que se establecen en el contacto entre los objetos (porque el resto son de magnitud mucho menor). Ahora bien, estas fuerzas de contacto cumplen el principio de acción y reacción (**3ª ley de Newton**), de manera que un objeto ejerce sobre el otro una fuerza de contacto igual en módulo y de sentido contrario a la que el segundo objeto ejerce sobre el primero. Por lo tanto, al calcular la resultante de dichas fuerzas resulta que es nula, por lo que se puede considerar, con muy buena aproximación, que, durante el choque, la fuerza total es nula y, por lo tanto, el momento lineal se conserva.

A pesar de la corta duración de los choques, la gran magnitud de las fuerzas que se establecen puede llegar a producir deformaciones en los objetos que colisionan. Si los objetos son muy rígidos, las deformaciones serán muy pequeñas y, por lo tanto, el trabajo realizado por las fuerzas de contacto en esas deformaciones será muy pequeño. En ese caso, el teorema de las fuerzas vivas nos permite afirmar que la energía cinética del sistema se conserva.

En caso de que los objetos (al menos uno de ellos) no sean muy rígidos, se producirán deformaciones significativas y el trabajo realizado por las fuerzas de contacto puede ser relevante, de manera que en este caso no se conservará la energía cinética.

Los dos casos que hemos descrito aquí se denominan, respectivamente, choque elástico y choque inelástico. Resumiendo, en cada uno de ellos se cumple lo siguiente:

Choque elástico: Se conservan el momento lineal y la energía cinética.
Choque inelástico: Se conserva el momento lineal pero no la energía cinética.

EJEMPLO

ENUNCIADO

Una bola de billar de masa m_1 se mueve con velocidad v y choca elásticamente de frente contra otra bola de masa m_2, que se encuentra en reposo antes del choque. Calcular las velocidades de las dos bolas después del choque.

RESOLUCIÓN

Como el choque es elástico, se conservan la cantidad de movimiento y la energía cinética. Para escribir las ecuaciones que representan la conservación de estas magnitudes es conveniente representar gráficamente la situación antes del choque y después del choque. Antes del choque, la bola 1 está moviéndose de frente hacia la bola 2 que está en reposo, mientras que después del choque las dos bolas podrán estar en movimiento con velocidades v_1 y v_2 respectivamente. Supondremos inicialmente que ambas velocidades están dirigidas hacia la derecha (en caso de que la suposición sea errónea obtendremos un signo menos en alguna o las dos velocidades). Las dos situaciones se resumen en la figura 1.

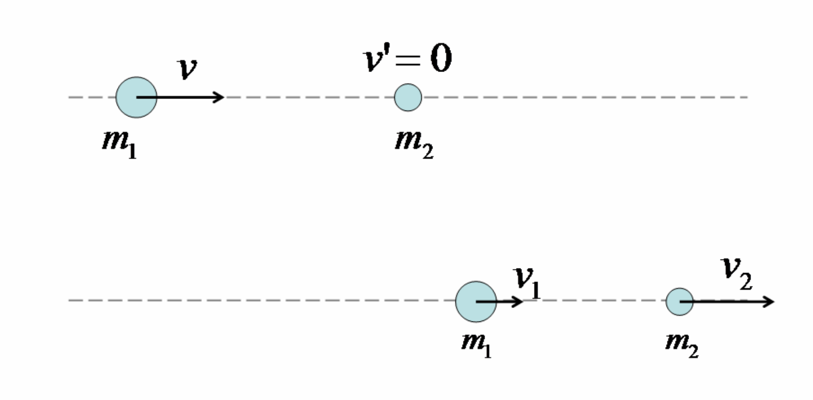

Figura 1.

La expresión que indica la conservación del momento lineal será:

$$m_1 v = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Mientras que la expresión que indica la conservación de la energía cinética será:

$$\frac{1}{2} m_1 v^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \,,$$

o bien

$$m_1 v^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$$

Lo que tenemos es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Se puede resolver despejando, por ejemplo, v_1 en la ecuación de la conservación del momento lineal y sustituyendo en la ecuación de la conservación de la energía cinética. Finalmente se obtiene:

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v \,;\, v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v$$

Podemos detenernos un poco en la interpretación física de estos resultados. La velocidad de la bola 2 es siempre positiva; ello indica que la bola 2 se moverá hacia la derecha, tal como habíamos indicado en el dibujo, en cualquier caso. Sin embargo, la velocidad de la bola 1 puede ser positiva, negativa o nula dependiendo de la relación entre las masas de las dos bolas.

El término entre paréntesis se anula cuando $m_1 = m_2$; en cuyo caso la bola 1 se queda en reposo después del choque y la velocidad de la bola 2 resulta ser igual a v. Cuando $m_1 > m_2$, la velocidad de la bola 1 después del choque tiene también sentido hacia la derecha, mientras que cuando $m_1 < m_2$, la bola 1 irá dirigida hacia la izquierda después del choque.

EJERCICIO DE AUTOCOMPROBACIÓN

ENUNCIADO

Supongamos que el choque de las bolas del problema anterior es completamente inelástico, es decir, la bola 1 se incrusta en la bola 2 y a partir de ese momento se mueven como si fueran un solo objeto. Calcular la velocidad de dicho objeto después del choque.

RESULTADO

$$v_{12} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v$$

REFERENCIAS:

- P. A. Tipler y G. Mosca, Física para la Ciencia y la Tecnología, 5ª Edición, Editorial Reverté, 2005.

AUTOR:

- Miguel Angel Rubio Alvarez