Radiación y propagación. Examen final. Parte práctica resuelto.

Alumno:____

1. Dos bocinas rectangulares idénticas de área de apertura (4λ×3λ) y eficiencia de iluminación de apertura del 50% se sitúan en el transmisor y el receptor de un radioenlace a 10 GHz, de 10 km de vano, sobre torres de 20 m de altura con polarización vertical. (4 p)

   a) Calcule las pérdidas del radioenlace en espacio libre en dB.

Las pérdidas del radioenlace en db se calculan con la fórmula:

$$L_{el}(dB)=32{,}4+20\log(D_{km})+20\log(f_{MHz})=32{,}4+20\log(10)+20\log(10000)=132{,}4\,dB$$

Las ganancias de las antenas se calculan:

$$D=\frac{4\pi}{\lambda^2}A_{eff}=\frac{4\pi}{\lambda^2}3\lambda\,4\lambda\,0{,}5=75{,}4\rightarrow=18{,}8\,dB$$

Pérdidas del enlace teniendo sólo en cuenta el espacio libre: 132,4-2·18,8=94,8 dB

   b) ¿El radioenlace funciona en despejamiento o en obstrucción?

Calculamos en primer lugar la altura necesaria de antenas para conseguir el enlace, suponemos atmósfera estándar:

$$d_{max}[km]=4{,}122\left(\sqrt{h_1[m]}+\sqrt{h_2[m]}\right)\rightarrow h_1=h_2=1{,}47\,m$$

El radio de la primera zona de Fresnel es en el punto medio ya que las antenas son iguales:

$$r_1=\sqrt{\frac{\lambda d_1 d_2}{d_1+d_2}}=\sqrt{\frac{0{,}03\,5000\,5000}{10000}}=8{,}66\,m$$

Como tenemos 20 m de altura de antenas y necesitamos 1,47 m para establecer el enlace por la curvatura de la tierra, el despejamiento sobre la línea visual es por tanto: 20-1,47=18,53 m, bastante mas de los 8,66 m necesarios para despejar la primera zona, luego estamos en condiciones de visión directa o despejamiento total.

   c) ¿Cuántas zonas de Fresnel están despejadas?

$$r_n=\sqrt{\frac{n\lambda d_1 d_2}{d_1+d_2}}\rightarrow 18{,}53>\sqrt{\frac{n\,0{,}03\,5000\,5000}{10000}}=8{,}66\sqrt{n}\rightarrow n<4{,}58$$

Luego estarían despejadas 4 zonas de Fresnel.

   d) Calcule las pérdidas del radioenlace incluyendo la propagación frente a tierra plana en dB. Considere un coeficiente de reflexión ρ =-0.5.

El factor por reflexión en el suelo es:

$$F=\sqrt{1+2R\cos\left(\theta+\frac{2\pi}{\lambda}\Delta r\right)+R^2}$$

Necesitamos, además la diferencia de caminos entre la onda directa y la reflejada:

$$\Delta r\approx\frac{2h_1h_2}{r}=\frac{2\cdot 20\cdot 20}{10000}=8\,cm$$

Sustituyendo valores en la formula del factor de reflexión:

$$F=\sqrt{1+2R\cos\left(\theta+\frac{2\pi}{\lambda}\Delta r\right)+R^2}=\sqrt{1+2\cdot 0{,}5\cos\left(\pi+\frac{2\pi}{0{,}03}0{,}08\right)+0{,}5^2}=\sqrt{1+2\cdot 0{,}5\cdot 0{,}5+0{,}5^2}=1{,}32$$

Como es mayor que 1, no son pérdidas sino ganancia. En dB: 20·log(1,32)=2,43 dB, por tanto las pérdidas teniendo en cuenta la reflexión: 94,8-2,43=92,37 dB

e) Calcule las pérdidas del radioenlace totales en condiciones de lluvia intensa (100 litros/hora) en dB.

Las pérdidas por lluvia en dB/m son:

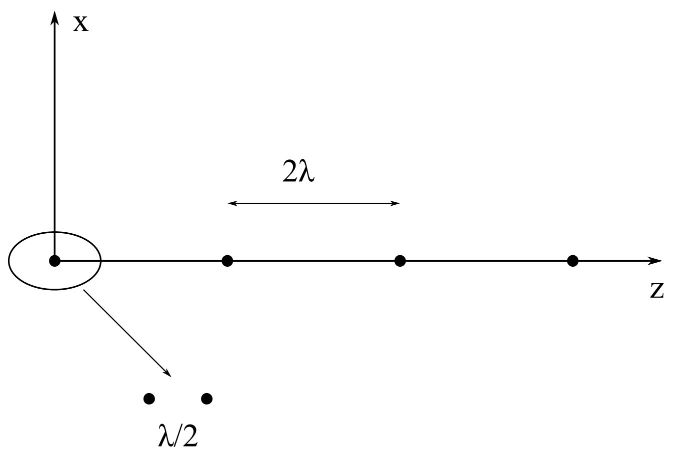
$$a_r=k\cdot R^{\alpha}$$

Para 10 GHz y polarización vertical: k=0,00887 α=1,264

$$a_r=k\cdot R^{\alpha}=0{,}00887\cdot 100^{1{,}264}\approx 3\ \text{dB/km}$$

Las pérdidas totales del enlace serían: 92,37+10·3=122,37

2. Sea el siguiente array de figura formado por elementos alimentados uniformemente. La separación entre elementos es $d_1=2\lambda$. (6 p)



a) Obtenga el factor del array, su margen visible y dibuje su diagrama de radiación aproximado.

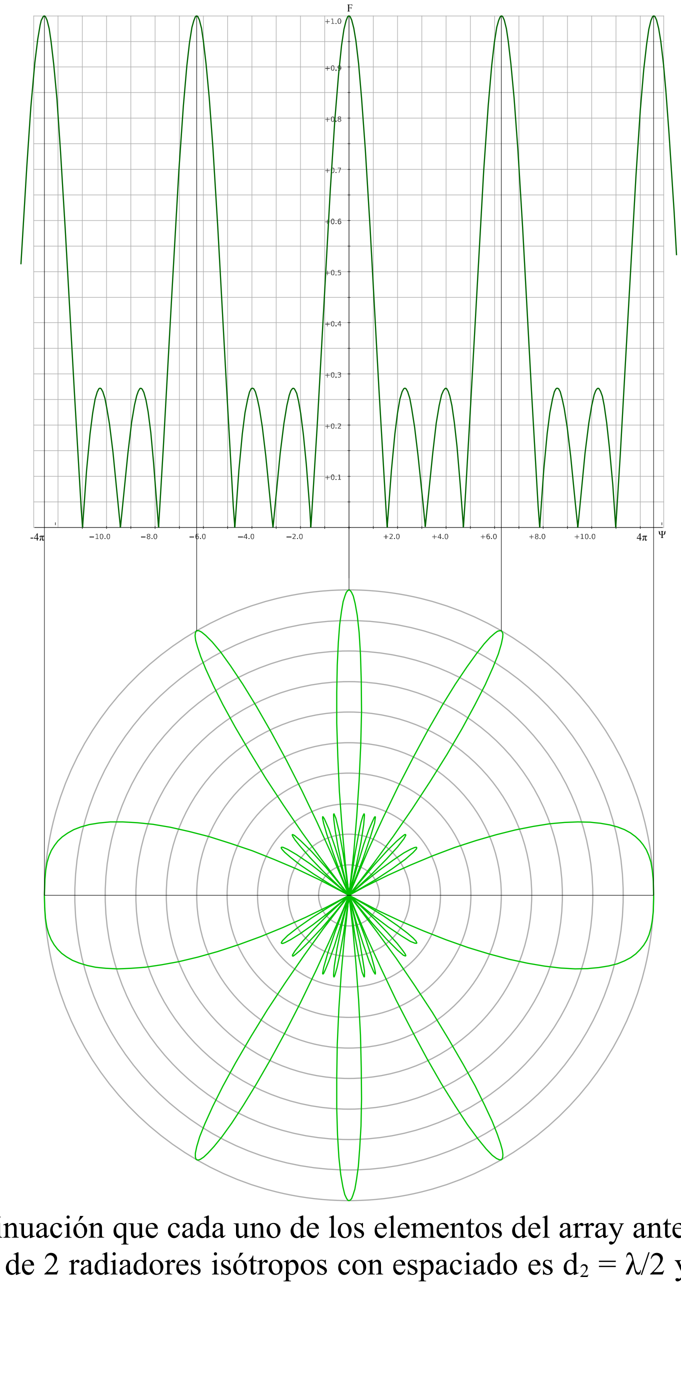
Su factor del array es:

$$F=\frac{1}{N}\left|\frac{\sin\left(N\frac{\psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)}\right|=\frac{1}{4}\left|\frac{\sin(2\psi)}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)}\right|$$

Su margen visible:

$$-2\pi\frac{d}{\lambda}<\psi<2\pi\frac{d}{\lambda}\rightarrow-2\pi\frac{2\cdot\lambda}{\lambda}<\psi<2\pi\frac{2\cdot\lambda}{\lambda}\rightarrow$$
$$-4\pi<\psi<4\pi$$

Con estas condiciones su diagrama de radiación es:



Considere a continuación que cada uno de los elementos del array anterior son a su vez otros arrays uniformes de 2 radiadores isótropos con espaciado es $d_2 = \lambda/2$ y orientados también a lo largo del eje z.

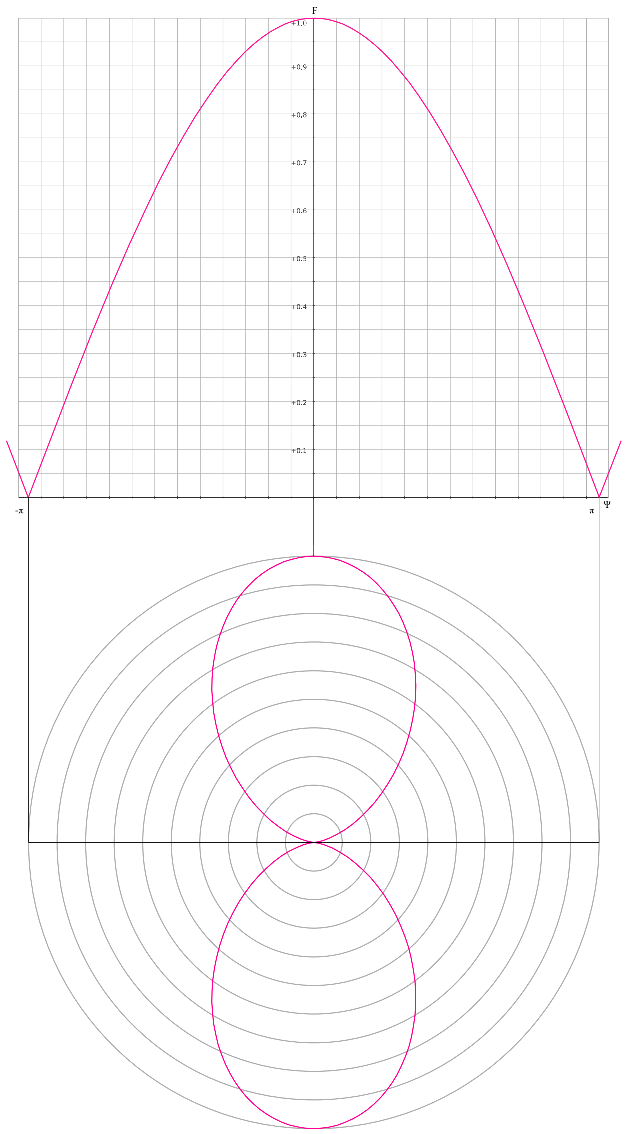
b) Obtenga el factor de array del subarray, FA2 , y dibuje su diagrama de radiación por el método gráfico.

Su factor del array es:

$$F=\frac{1}{N}\left|\frac{\sin\left(N\frac{\psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)}\right|=\frac{1}{2}\left|\frac{\sin(\psi)}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)}\right|$$

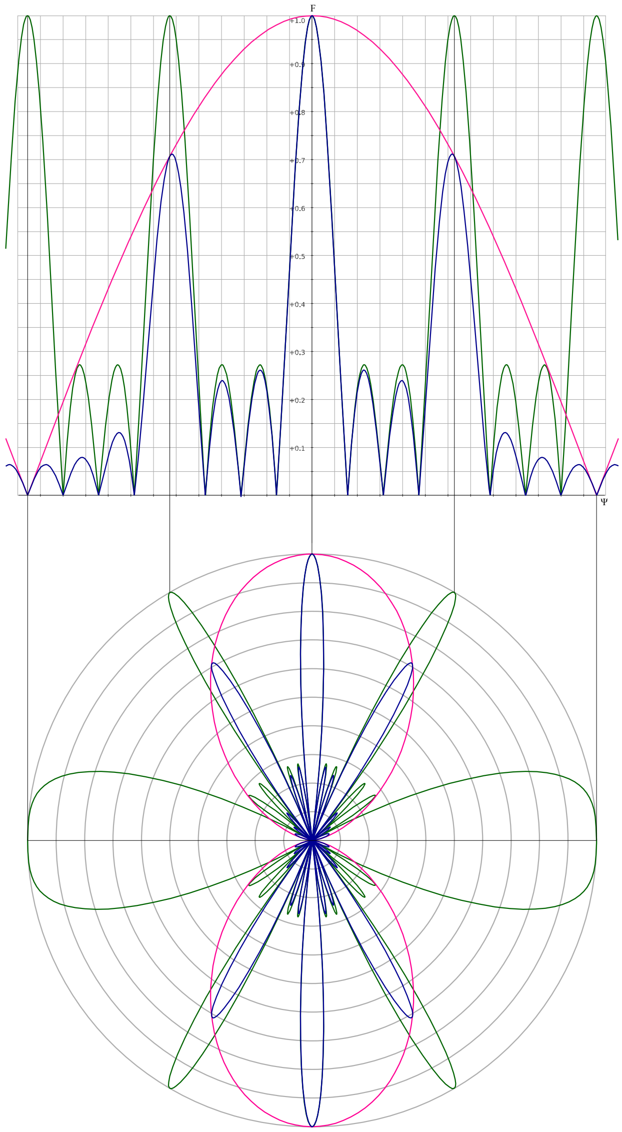
Su margen visible:

$$-2\pi\frac{d}{\lambda}<\psi<2\pi\frac{d}{\lambda}\rightarrow -2\pi 2\frac{\lambda}{2\lambda}<\psi<2\pi\frac{\lambda}{2\lambda}\rightarrow -\pi<\psi<\pi$$



c) Obtenga el diagrama de radiación aproximado de la antena completa formada por los 8 elementos.

Para el diagrama de radiación completo hay que utilizar el principio de multiplicación de diagramas teniendo en cuenta que hay que hacerlo en θ y no en Ψ:



d) Calcule la directividad del array completo.

Para la directividad, no se puede utilizar como si fuese una array de 8 elementos ya que no están equiespaciados, se utiliza la multiplicación de ambas directividades (o su suma en dB).

Para el array "pequeño" al estar separados λ/2 su directividad es igual al número de elementos, o sea 2.

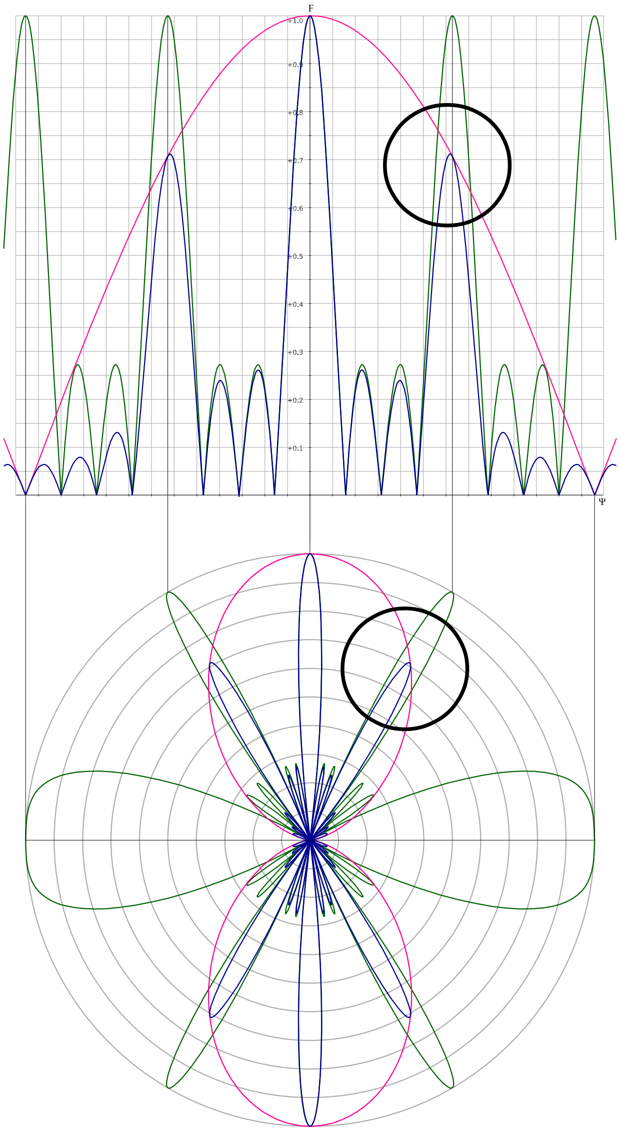
Para el array principal, utilizamos la fórmula general:

$$D=\frac{N}{1+\frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N-1}\frac{N-i}{ik_0 d}\sin(ik_0 d)\cos(i\alpha)}$$

Como $k_0=2\pi/\lambda$ y $d=2\lambda$, $k_0d=\pi$, el seno de π es 0, luego el sumatorio es 0 y D=N=4, por tanto la directividad total es 8.

e) Calcule el nivél del lóbulo secundario más importante del array completo.

El lóbulo secundario mas importante del array es el correspondiente a uno de los máximos, que no sea el principal, del diagrama del array principal (hay 2, uno a cada lado), este valor está multiplicado por el factor de array del subarray:



Este máximo ocurre para un valor de Ψ del array principal igual a 2π; máximos en Ψ=0±2Kπ. Este valor se corresponde con un valor de θ de:

$$\psi=2\pi\frac{d}{\lambda}\cos(\theta)=4\pi\cos(\theta)=2\pi\rightarrow\cos(\theta)=\frac{1}{2}\rightarrow\theta=\frac{\pi}{3}\quad(60^{\circ})$$

Para ese valor del ángulo, se corresponde con un valor de Ψ del segundo array:

$$\psi=2\pi\frac{d}{\lambda}\cos(\theta)=\pi\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\pi}{2}$$

$$F=\frac{1}{2}\left|\frac{\sin(\psi)}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)}\right|=\frac{1}{2}\left|\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}\right|=\frac{1}{2}\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{2}}{2}=0{,}707\rightarrow 20\log(F)=-3\,dB$$

Por tanto el valor del nivel de lóbulo secundario son 3 dB.

f) Si se desea ahora que el array apunte en la dirección endfire. Calcular la fase α de cada uno de los 8 radiadores.

El array principal ya presenta un máximo en dirección endfire, en efecto, en $\Psi=4\pi$ (límite margen visible):

$$\psi=2\pi\frac{d}{\lambda}\cos(\theta)=4\pi\cos(\theta)=4\pi\rightarrow\cos(\theta)=1\rightarrow\theta=0 \text{ ó } \pi$$

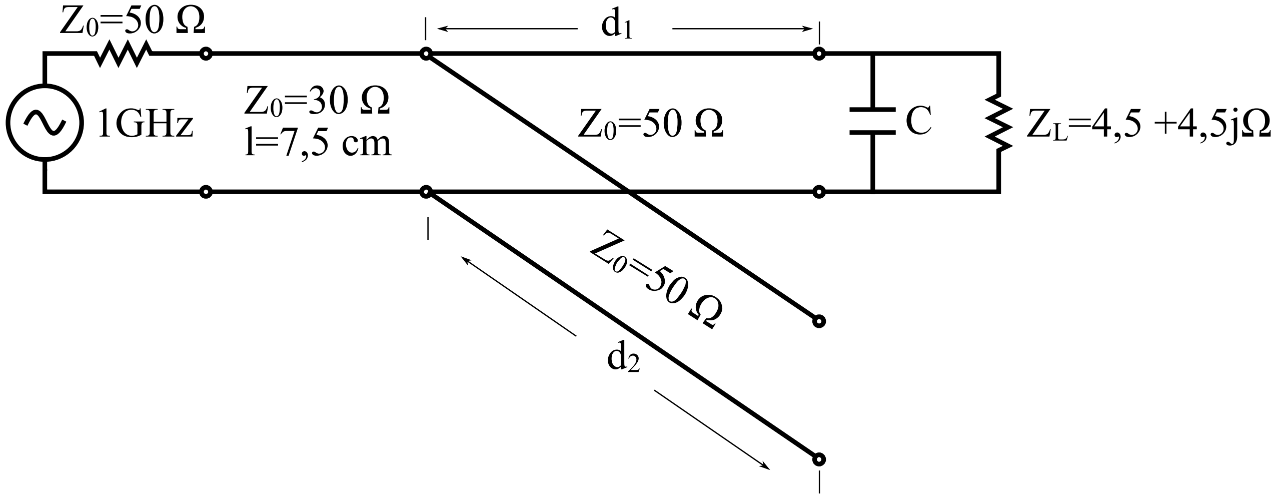
El subarray de 2 elementos tenemos que alimentarlo entonces para que tenga direccíón endfire, por ejemplo para 0^{o} (para π sería similar).

$$\text{Si}\,\theta=0\text{ y }\psi=0\;\rightarrow\;\alpha=\frac{2\pi d}{\lambda}=\frac{2\pi\lambda/2}{\lambda}=\pi$$

Por tanto debemos alimentar el primer elemento de cada subarray con fase 0 y el segundo con fase π.

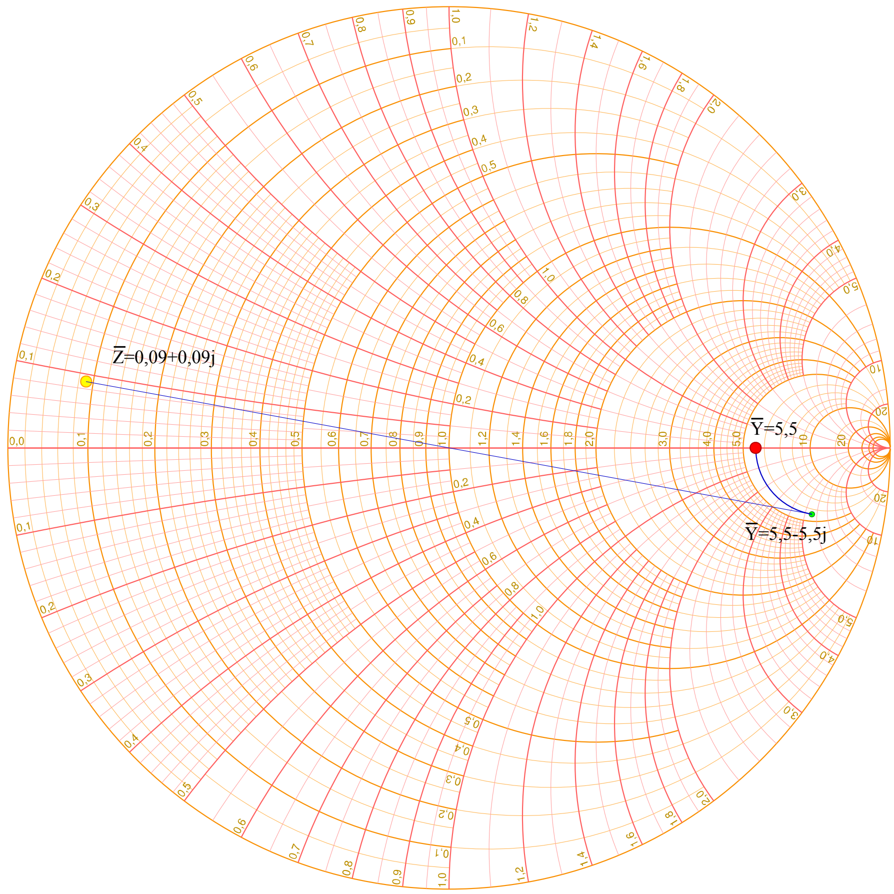
Sólo para los que tengan pendiente el primer parcial:

Según el circuito siguiente, tenemos una carga muy desadaptada de valor 4,5+4,5jΩ, conectada a un generador de 1 GHz y 50 Ω de impedancia interna. Calcular usando **solo** la carta de Smith:



a) El valor del condensador para llevar la carga a resonancia.

Pasamos la carga a admitancia y le colocamos el condensador para que se cancele la parte reactiva de la admitancia:



Por tanto la parte reactiva a compensar es de Y=5,5 y el condensador es de:

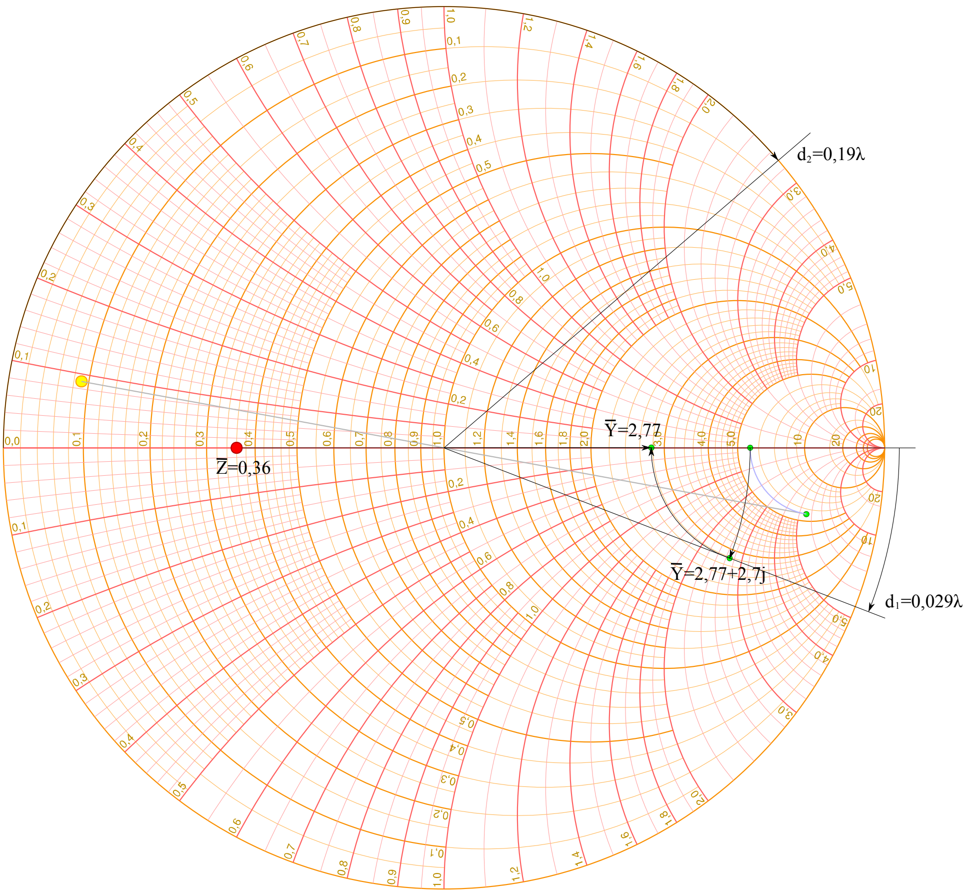
$$Y_c = j\omega \rightarrow 5{,}5 = 2\pi 10^9 C\cdot 50 \rightarrow C \approx 17{,}5\,pF$$

b) Las distancias d_1 y d_2 para adaptar dicha impedancia al generador.

El primer tramo es una sección de λ/4 de 30 Ω, por tanto la impedancia que deberemos ver a la salida de este tramo hacia la carga es:

$$Z_{\lambda/4} = \sqrt{Z_1 Z_2} \rightarrow 30 = \sqrt{50\cdot Z_2} \rightarrow Z_2 = \frac{900}{50} = 18\,\Omega$$

Con la carta pasamos 18 Ω a admitancia y esa será hasta la parte real de la admitancia que deberemos tener, 2,77 normalizada. A la salida del tramo de λ/4 la impedancia deberá ser real, con el stub compensamos la parte reactiva. Por tanto desde la carga nos movemos hasta un punto que tenga parte real de admitancia normalizada 2,77.



La parte reactiva es de +2,7j y la compensamos con un stub en circuito abierto de valor -2,7j y nos resulta una longitud de 0,19λ.

Sólo para los que tengan pendiente el segundo parcial:

Una guía rectangular de 5×2 cm rellena de aire tiene una expresión del campo E_z a 15 GHz:

$$E_z = 20 \cdot \sin(40 \cdot \pi \cdot x) \cdot \cos(50 \cdot \pi \cdot y) \cdot e^{-j\beta z} \quad V/m$$

a) ¿Que modo se está propagando?

Como tiene componente del campo eléctrico en la dirección z, el modo es un TM, de la expresión del campo deducimos que:

$$E_z = A \sin(k_x x) \sin(k_y y) \quad \text{con} \quad k_x = \frac{m\pi}{a} \text{ y } k_y = \frac{n\pi}{b}$$

$$\text{luego } 40 = \frac{m}{0{,}05} \text{ y } 50 = \frac{n}{0{,}02} \rightarrow m = 2 \,; n = 1$$

Por tanto el modo es el TM_{21}
(P.D. la expresión original del campo está mal debe ser):

$$E_z = 20 \cdot \sin(40 \cdot \pi \cdot x) \cdot \sin(50 \cdot \pi \cdot y) \cdot e^{-j\beta z} \quad V/m \quad \text{(Esto no afecta al resultado)}$$

b) Calcular la constante de propagación β

Para calcularla necesitamos la frecuencia de corte y es:

$$f_c(m,n) = \frac{1}{2\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{2}{0{,}05}\right)^2 + \left(\frac{1}{0{,}02}\right)^2} = 9{,}6\,GHz$$

La constante de fase es:

$$\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{9{,}6}{15}\right)^2} = 241{,}4\,rad/m$$

c) Calcular la frecuencia de corte del modo fundamental y que modos mas se podrían estar propagando.

El modo fundamental es, como sabemos el TE10, y su frecuencia de corte es:

$$f_c(1,0) = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{0{,}05}\right)^2} = \frac{c}{0{,}1} = 3\,GHz$$

Los modos que se podrían propagar son:

Modo	m	n	f_c (GHz)
TE	1	0	3
TE	2	0	8,1
TE	0	1	7,5
TE,TM	1	1	6
TE,TM	2	1	9
TE,TM	0	2	15

d) Para el modo fundamental, si deseamos hacer una transición a una guía circular de manera que no se produzcan reflexiones, ¿Cual debe ser el radio de la misma?

Para que no haya reflexiones, la impedancia debe ser la misma, la impedancia de un modo TE es:

$$Z_{TE}=\frac{\eta}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

Lo que obligaría a que la impedancia de corte debe ser la misma, por tanto buscamos una guía circular cuya frecuencia de corte sea de 3 GHz y vale:

$$f_c(TE)=\frac{P'_{nl}}{2\pi a\sqrt{\mu\varepsilon}}=\frac{P'_{nl}c}{2\pi a}\rightarrow 3\cdot 10^9=\frac{1{,}841183781\cdot 3\cdot 10^8}{2\pi a}\rightarrow a=2{,}93\ \text{cm}$$