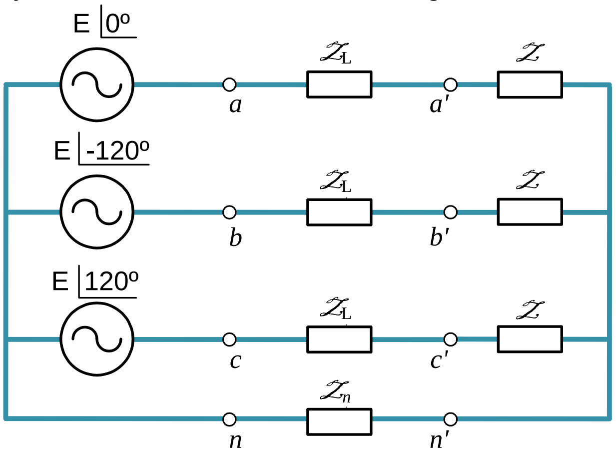
EXÁMEN FINAL. 21 DE DICIEMBRE DE 2011 CURS0 2011/2012

Problema 3.

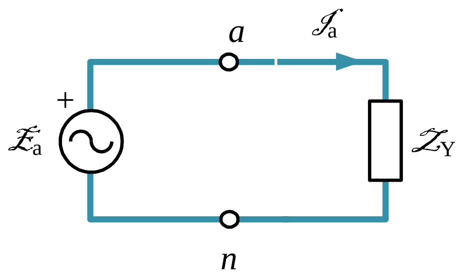
El circuito de la figura representa un generador trifásico equilibrado, alimentando a una carga pasiva, trifásica equilibrada. La impedancia de cada fase de la línea es $\mathcal{Z}_L$=j56Ω. La impedancia de la carga es $\mathcal{Z}$=640+j480Ω. La impedancia del hilo de neutro es $\mathcal{Z}_n$=j50Ω.

El generador trabaja a 50Hz y la tensión de línea en bornes del generador es de 20kV.



a) *Obtener el circuito monofásico equivalente.*

Es un sistema de secuencia directa. Por ser sistema trifásico equilibrado por el neutro no circula corriente, por lo que resulta como si la línea de neutro *n-n'* y $\mathcal{Z}_n$ no existieran a efectos del monofásico equivalente. Por lo que el monofásico equivalente resulta



donde la impedancia es la suma de las impedancias en serie:

$$\mathcal{Z}_Y = \mathcal{Z}_L + \mathcal{Z} = j56 + (640 + j480) = 640 + j536 = 834{,}8\angle 39{,}94^o$$

las tensiones de fase, según el enunciado son:

$$\mathcal{E}_a = E\angle 0^o$$
$$\mathcal{E}_b = E\angle -120^o$$
$$\mathcal{E}_c = E\angle 120^o$$

y las intensidades resultan:

$$\mathcal{I}_a = \frac{\mathcal{E}_a}{\mathcal{Z}_Y}$$
$$\mathcal{I}_b = \mathcal{I}_a(1\angle -120^o)$$
$$\mathcal{I}_c = \mathcal{I}_a(1\angle 120^o)$$

b) Obtener las tensiones de fase del generador.

$$V_{an} = E_a = \frac{V_{ab}}{\sqrt{3}\,\angle 30º} = \frac{20kV}{\sqrt{3}\,\angle 30º} = 11.547V\angle -30º$$

Desfasado -30º respecto de la tensión de línea. Como se toma la fase $E_a = V_{an}$ como la fase de referencia (0º de desfase), la de tensión línea V_{ab} estará 30º adelantada a la de fase $E_a = V_{an}$. El resto de las tensiones:

$V_{bn} = 11.547V\angle -120º$ (ó -150º respecto de la tensión de línea V_{ab})

$V_{cn} = 11.547V\angle 120º$ (ó 90º respecto de la referencia V_{ab})

c) Obtener las intensidades de línea y de las fases.

Tomando $E_a = V_{an}$ como origen de fases

$$\mathscr{I}_a = \frac{\mathscr{E}_a}{\mathscr{Z}_Y} = \frac{11.547V\angle 0º}{j56+(640+j480)} = \frac{11.547V\angle 0º}{640+j536} = \frac{11.547V\angle 0º}{834{,}8\Omega\angle 39{,}94º} = 13{,}83A\angle -39{,}94º$$

$$\mathscr{I}_b = \mathscr{I}_a(1\angle -120º) = 13{,}83A\angle -160º$$

$$\mathscr{I}_c = \mathscr{I}_a(1\angle 120º) = 13{,}83A\angle 80º$$

d) Obtener las tensiones de fase en la carga.

$$\mathscr{E}_{Za} = \mathscr{I}_a \cdot \mathscr{Z} = 13{,}83A\angle -39{,}94º\cdot(640+j480) = 13{,}83A\angle -39{,}94º\cdot 800\Omega\angle 36{,}86º$$
$$= 11.064V\angle -2{,}13º$$

Y las restantes con el correspondiente desfase.

$$\mathscr{E}_{Zb} = \mathscr{E}_{Za}(1\angle -120º) = 11.064V\angle -122{,}13º$$

$$\mathscr{E}_{Zc} = \mathscr{E}_{Za}(1\angle 120º) = 11.064V\angle 117{,}87º$$

e) Obtener las tensiones de línea en la carga.

$$V_{a'b'} = V_{a'n}\cdot\sqrt{3}\,\angle 30º = 11.064V\angle -2{,}13º\,\sqrt{3}\,\angle 30º = 19.163V\angle 27{,}87º$$

Y las restantes con el correspondiente desfase.

f) Obtener la potencia activa trifásica entregada por el generador y la consumida por la carga trifásica.

$$Pg = 3\cdot V_{Fg}\cdot I_F\cos\varphi = 3\cdot 11.547V\cdot 13{,}83A\cdot\cos(39{,}94) = 367{,}323kW$$

que debe ser la misma que la consumida por la carga, ya que la línea sólo consume potencia reactiva ($\mathscr{Z}_L$=j56Ω). Es distinto el factor de potencia que ve el generador, que el que aporta la carga, pero la potencia activa es siempre la misma, sólo cambia la reactiva.

g) Obtener el factor de potencia de la carga.

$$\cos\varphi = 0{,}75$$
$$\varphi = \arctan\left(\frac{480}{640}\right) = 36{,}86º$$

h) *Para compensar el factor de potencia de la carga hasta un valor de cosφ_C=0,9, se conectan unos condensadores en triángulo en paralelo con la carga. Calcula el valor de dichos condensadores.*

Por el apartado *g)* se tiene que el factor de potencia inicial de la carga es *cos*φ_C=0,75. La potencia reactiva de la carga, Q_C, es:

$$Qc = 3 \cdot V_{Fc} \cdot I_F \operatorname{sen}\varphi = 3 \cdot 11.064V \cdot 13{,}83A \cdot \operatorname{sen}(36{,}86) = 275{,}363kVAr$$

Se desea un nuevo factor de potencia, $\cos\varphi_{Cn}$=0,9, mejor que el anterior, añadiendo para ello condensadores, que únicamente modifican la potencia reactiva total a la carga. El nuevo factor de potencia será

$$\tan\boldsymbol{\varphi}_{Cn} = \frac{Q_N}{P_C} = \frac{Q_C + Q_Z}{P_C}$$

$$\boldsymbol{\varphi}_{Cn} = \arccos(0{,}9) = 25{,}84^{\circ} \quad \tan\boldsymbol{\varphi}_{Cn} = 0{,}48$$

Donde la potencia reactiva nueva, Q_N, es la suma de la potencia reactiva de la carga existente, Q_C, más la potencia reactiva del banco de condensadores añadir, Q_Z.
Por tanto la potencia reactiva del banco de condensadores a añadir es:

$$Q_Z = P_C \cdot \tan\varphi_{Cn} - Q_C\,;$$

$$Q_Z = 367{,}283\text{kW} \cdot 0{,}48 - 275{,}363\text{kVAr} = \text{-}99{,}067\text{kVAr}$$

El signo "-" indica que para conseguir ese factor de potencia se necesitan condensadores, cuya potencia reactiva es negativa, como ya nos indica el enunciado.
La potencia reactiva de un banco trifásico de condensadores es 3 veces la de uno de los condensadores. Dado que se conoce la tensión de línea en la carga y los condensadores están en **triángulo**, la tensión de línea coincide con la tensión de fase en los condensadores, por la que la potencia reactiva, en función la tensión de línea, resulta:

$$-Q_Z = 3 \cdot \left(\frac{U_L^2}{-X_C} \right) = 3 \cdot \left(\frac{U_L^2}{-1/\omega C} \right)$$

$$C = \frac{Q_Z}{3\boldsymbol{\omega} C \cdot U_L^2}$$

$$C = \frac{99{,}067\text{kVAr}}{3 \cdot 2 \cdot \boldsymbol{\pi} \cdot 50\text{Hz} \cdot 19.163^2\text{V}}$$

$$\boxed{C = 286{,}24nF}$$

Haciendo las sustituciones en un solo paso resulta:

$$C = \frac{Q_Z}{3\omega C \cdot U_L^2} = \frac{P_C \cdot \tan\varphi_{Cn} - Q_C}{3\omega C \cdot U_L^2} = \frac{P_C \cdot \tan\varphi_{Cn} - Q_C}{3\omega C \cdot U_L^2} = \frac{P_C \cdot \tan\varphi_{Cn} - P_C \cdot \tan\varphi_C}{3\omega C \cdot U_L^2} = \frac{P_C \cdot (\tan\varphi_{Cn} - \tan\varphi_C)}{3\omega C \cdot U_L^2}$$

$$\boxed{C = 286{,}24nF}$$