

5.4. Ejercicios

1. En una encarnizada batalla, al menos el 70 % de los combatientes pierde un ojo; al menos un 75 % una oreja; al menos un 80 % un brazo y al menos un 85 % una pierna. ¿Cuántos por lo menos han perdido las cuatro cosas? (Lewis Carroll).

Sol.: 10 %.

2. Los ingleses suelen dar varios nombres a sus hijos. ¿De cuántas formas se puede dar el nombre a un niño si el número general de nombres es 300 y cada niño no puede recibir más de tres nombres?

Sol.: 26.820.600.

3. Tenemos un círculo de radio 1 y 7 puntos en el círculo tales que la distancia entre dos de éstos es siempre mayor o igual que 1. Probar que uno de los puntos está en el centro del círculo y los otros seis están en la circunferencia formando un hexágono regular.
4. Probar que si $r \cdot n + 1$ palomas ocupan n divisiones de un palomar, al menos una de las divisiones tiene $r + 1$ o más palomas.
5. ¿Puede asegurarse que son ciertas las siguientes frases?:
 - a) Hay dos personas en Andalucía con el mismo número de cabellos.
 - b) Hay dos personas en Cádiz con el mismo número de cabellos.
6. Demostrar que si se distribuyen 100 objetos en 8 cajas entonces al menos en una caja habrá como mínimo 13 objetos.
7. Demostrar que en un conjunto de 8 números enteros, al menos dos tienen como diferencia un múltiplo de 7. Generalizar para un conjunto de p números enteros, con $p \geq 3$.
8. Demostrar que si se colocan cinco puntos en un cuadrado de lado 2, por lo menos dos se encuentran a una distancia menor o igual a $\sqrt{2}$.
9. Utilizar el principio de las cajas generalizado para demostrar que en un conjunto de seis personas hay tres que se conocen mutuamente o bien hay tres que son mutuamente extrañas.
10. Indicar las permutaciones de $\{1, 2, 3, 4\}$ que son incompatibles con la permutación 4, 3, 2, 1.
11. Hallar el número de desarreglos de $\{1, \dots, 10\}$ tal que el conjunto de elementos en los primeros cinco lugares sea 1, 2, 3, 4, 5 en algún orden.

Sol.: 1.936.

12. Hallar el número de desarreglos de $\{1, \dots, 10\}$ tal que el conjunto de elementos en los cinco primeros lugares sea 6, 7, 8, 9, 10 en algún orden.

Sol.: 14.400.

13. Hallar el número de permutaciones de $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ que no tengan a 1 en el primer lugar, ni a 4 en el cuarto lugar, ni a 7 en el séptimo lugar.

Sol.: 3.216.

14. Un código es hecho permutando las letras del alfabeto, con cada letra reemplazada por una diferente. ¿Cuántos códigos pueden hacerse de este modo?
15. Si se toma una permutación de $\{1, 2, \dots, n\}$ al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea un desarreglo?

Sol.: 36,78 %.