1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ -2 & 5 & -3 \end{pmatrix}$.
   Calcula $3A - 2B,\ A \cdot B\ y\ B \cdot A$

2. Con las matrices anteriores, calcula $A^2,\ B^2,\ A^2 + B^2\ y\ 6A^2 - 12B^2$.

3. Dada la matriz cuadrada $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \\ -2 & 5 & -3 \end{pmatrix}$. Calcula las matrices $A + A^t\ y\ A - A^t$; y comprueba que la primera es simétrica y la segunda antisimétrica. Después demuestra que se dicha matriz se puede descomponer como suma de una matriz simétrica y una antisimétrica.

4. Determina la matriz X cuadrada de orden 2 que verifica la siguiente igualdad $AXB = C$, donde $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 29 & 40 \\ 34 & 47 \end{pmatrix}$.

5. Determina las matrices $B = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ cuadrada de orden 2 que conmutan con $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

6. Determina las matrices $B = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ cuadrada de orden 2 tales que $AB = O$, donde A es la matriz del ejercicio anterior y O es la matriz nula ($O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$)

7. Calcular C^n si sabemos que $C = \begin{pmatrix} 11 & -10 & -6 \\ 20 & 19 & -12 \\ -15 & 15 & 10 \end{pmatrix}$.

8. Calcular E^7 si sabemos que $E = \begin{pmatrix} 1 & 1/7 & 1/7 \\ 0 & 1 & 1/7 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

9. Sean $A\ y\ B$ dos matrices cuadradas del mismo orden. Averiguar si son ciertas las siguientes igualdades:
   a. $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$
   b. $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

10. Sea $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$. Demuestra que:
    a. $B^3 + I = O$
    b. Justifica que B es invertible y obtén B^{-1}
    c. Calcula razonadamente B^{10}

11. Calcula los valores de α tales que el determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \alpha \\ 1 & \alpha & 1 \\ \alpha & 1 & 1 \end{pmatrix}$ sea nulo.

12. Como en el ejercicio anterior para la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & \alpha \\ 1 & 1 & 2-\alpha \end{pmatrix}$.

13. Calcula los valores de m tales que el determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} m+1 & 3 & m \\ 3 & m+1 & 2 \\ m & 2 & m \end{pmatrix}$ sea nulo.

14. Encontrar el valor de $x \in \mathbb{R}$ para el que se cumple que el determinante de la matriz de B es 20, donde $B = \begin{pmatrix} x & 3 & 1 \\ x+1 & 4 & 2 \\ x & 2-x^2 & 1 \end{pmatrix}$

15. Calcula la inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

16. Dadas $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Se pide:

   a. $C + AB$
   b. $C^{-1} + (AB)^{-1}$
   c. $(C + AB)^{-1}$
   d. $|C|$
   e. $|C^{-1}|$

17. Calcula las inversas, si existen de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}^{-1}, \; D = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix} \; y \; F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 4 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

18. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$. Se pide:

   a. Calcular $(A - I)^2 \cdot (A - 5I)$
   b. Obtener $(A)^t$ y razonar si existe A^{-1}

19. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ comprobar que $A^2 = -2A - I$ siendo I la matriz identidad. Usando la fórmula anterior calcula A^{-1}.

20. Demostrar usando las propiedades de los determinantes: $\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix} = 0$

21. Calcular, sin desarrollar, el siguiente determinante: $\begin{vmatrix} a & a^2 & a^3 \\ b & b^2 & b^3 \\ c & c^2 & c^3 \end{vmatrix}$

22. Calcula el siguiente determinante por triangulación (Gauss) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 0 & 2 \\ 7 & 3 & -4 & -3 \\ -2 & 4 & 5 & -7 \\ 3 & -5 & -2 & -4 \end{vmatrix}$

23. Calcular $\begin{vmatrix} 5x & 5y & 5z \\ 1 & 0 & \frac{3}{5} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 2x+5 & 2y & 2z+3 \\ x+1 & y+1 & z+1 \end{vmatrix}$ en función de $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 5 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

24. Probar sin desarrollar que $\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ p+q & q+r & r+p \\ x+y & y+z & z+x \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}$

25. Calcula el siguiente determinante $\begin{vmatrix} a+1 & a & a & a \\ a & a+1 & a & a \\ a & a & a+1 & a \\ a & a & a & a+1 \end{vmatrix}$

26. Calcula utilizando las propiedades:

a. $\begin{vmatrix} x & a & b & c \\ x & x & d & e \\ x & x & x & f \\ x & x & x & x \end{vmatrix}$ b. $\begin{vmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ 2a & a+b & 2b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ c. $\begin{vmatrix} b+c & b & c \\ a & c+a & c \\ a & b & a+b \end{vmatrix}$

27. Calcula el rango de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & -3 \\ 4 & 2 & 0 & a \end{pmatrix}$ en función del parámetro.

28. Igual que el ejercicio anterior para la matriz $\begin{pmatrix} a & a-1 & 1 \\ a+2 & 1 & 1 \\ a+1 & 0 & a+1 \end{pmatrix}$

29. Realizar:
   a. Calcular las matrices reales cuadradas de orden 3, X e Y, que satisfacen las siguientes ecuaciones $\begin{cases} 2X+Y=B \\ X-2Y=C \end{cases}$, donde $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
   b. Calcular la matriz $(2X+Y)X-(2X+Y)2Y$

30. Dadas las matrices reales de orden 2 $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $Q = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ calcular:
   a. La matriz P^{-1}
   b. La matriz real cuadrada X, de orden 2, tal que $Q = P^{-1}XP$
   c. Calcular $(PQP^{-1})^2$