1. Hallar los autovalores y autovectores de las siguientes matrices y, si es posible, para cada matriz A obtener P tal que $P^{-1}AP$ sea una matriz diagonal.

   a. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ b. $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

2. Dada la matriz cuadrada $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 3 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
   a. Comprobar si son autovectores los siguientes vectores y, en caso afirmativo, indicar los autovalores asociados
      i. $v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ iv. $v_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
      ii. $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ v. $v_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$
      iii. $v_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ vi. $v_6 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
   b. Cálculo de los autovalores de A.

3. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
   a. Calcular los autovalores de la matriz A y una base del subespacio de autovectores asociado a cada autovalor.
   b. ¿Es diagonalizable la matriz? Razona la respuesta y en caso afirmativo obtén las matrices P y D, tales que $A = PDP^{-1}$

4. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
   a. Calcular los autovalores de la matriz A y una base del subespacio de autovectores asociado a cada autovalor.
   b. ¿Es diagonalizable la matriz? Razona la respuesta y en caso afirmativo obtén las matrices P y D, tales que $A = PDP^{-1}$

5. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
   a. Calcular los autovalores de la matriz A y una base del subespacio de autovectores asociado a cada autovalor.
   b. ¿Es diagonalizable la matriz? Razona la respuesta y en caso afirmativo obtén las matrices P y D, tales que $D = P^{-1}AP$.

6. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
   a. Calcular los autovalores de la matriz A y una base del subespacio de autovectores asociado a cada autovalor.
   b. ¿Es diagonalizable la matriz? Razona la respuesta y en caso afirmativo obtén las matrices $P\ y\ D$, tales que $A = PDP^{-1}$

7. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$
   a. Calcular los autovalores de la matriz A y una base del subespacio de autovectores asociado a cada autovalor.
   b. ¿Es diagonalizable la matriz? Razona la respuesta y en caso afirmativo obtén las matrices $P\ y\ D$, tales que $A = PDP^{-1}$

8. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
   a. Calcular los autovalores de la matriz A y una base del subespacio de autovectores asociado a cada autovalor.
   b. ¿Es diagonalizable la matriz? Razona la respuesta y en caso afirmativo obtén las matrices $P\ y\ D$, tales que $A = PDP^{-1}$

9. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 7 & -5 & -5 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$
   a. Calcular los autovalores de la matriz A y una base del subespacio de autovectores asociado a cada autovalor.
   b. ¿Es diagonalizable la matriz? Razona la respuesta y en caso afirmativo obtén las matrices $P\ y\ D$, tales que $A = PDP^{-1}$

10. Sea A una matriz invertible y diagonalizable. Demuestra que A^{-1} también es diagonalizable.

11. Calcular la expresión matricial con respecto a la base canónica de las formas cuadráticas:
   a. $q(x_1, x_2, x_3) = {x_1}^2 + {x_2}^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 6x_2x_3$
   b. $q(x_1, x_2, x_3) = {x_1}^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3$
   c. $q(x_1, x_2, x_3) = {x_1}^2 - 2x_1x_2 + 3{x_3}^2 - 2x_2x_3 + 4x_1x_3$
   d. $q(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 - 2x_1x_3 + 3x_2x_3$

12. Calcular una expresión diagonal de Jacobi de las formas cuadráticas:
   a. $q(x_1, x_2, x_3) = {x_1}^2 + 2{x_2}^2 + 6x_1x_2 + 2x_2x_3$
   b. $q(x_1, x_2, x_3) = {x_1}^2 + x_1x_2 + 3{x_3}^2 + 6x_2x_3$
   c. $q(x_1, x_2, x_3) = {x_1}^2 + 3{x_3}^2 + 4x_1x_3$
   d. $q(x_1, x_2, x_3) = {x_1}^2 + 3x_1x_2 - 5x_1x_3$

13. Calcular una expresión diagonal de autovalores de las formas cuadráticas:
    a. $q(x_1, x_2, x_3) = x_1{}^2 + x_2{}^2 + 3x_3{}^2 + 2x_1x_2$
    b. $q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$
    c. $q(x_1, x_2, x_3) = x_3{}^2 - 2x_1x_2$
    d. $q(x_1, x_2, x_3) = x_1{}^2 - x_2{}^2 + 2x_1x_2 - 2x_3{}^2$

14. Clasificar atendiendo a su signo las formas cuadráticas:
    a. $q(x_1, x_2, x_3) = x_1{}^2 - x_2{}^2 - 2x_3{}^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$
    b. $q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1{}^2 + x_2{}^2 + 3x_3{}^2 + 2x_2x_3 - 2x_1x_3$
    c. $q(x_1, x_2, x_3) = -x_1{}^2 + 3x_3{}^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3$
    d. $q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1{}^2 + x_2{}^2 + 5x_3{}^2 + 2x_1x_2 + 6x_1x_3 + 4x_2x_3$
    e. $q(x_1, x_2, x_3) = x_1{}^2 + x_2{}^2 + x_3{}^2 + 2x_1x_2$

15. Determina los autovalores y autovectores de $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$. Si es posible diagonalízala.

16. Determina los autovalores y autovectores de $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$. Si es posible diagonalízala.

17. ¿Qué debe verificar $\alpha \in R$ para que la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & \alpha \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ sea diagonalizable?

18. Al diagonalizar la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ¿qué matriz diagonal se obtiene?

19. Determina los autovalores y autovectores de $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Si es posible diagonalízala.

20. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & -a & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$. ¿Para qué valores de *a* y *b* la matriz es diagonalizable?